Доклады Академии наук СССР
1972. Том 203, № 1

УДК 537.523.5 *ФИЗИКА*

И. И. БЕЙЛИС, Г. А. ЛЮБИМОВ, В. И. РАХОВСКИЙ

ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРИКАТОДНОЙ ОБЛАСТИ СИЛЬНОТОЧНОГО ДУГОВОГО РАЗРЯДА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 23 VII 1971)

Будем рассматривать стационарный дуговой разряд, горящий в парах материала медного электрода. В работах [1, 2] показано, что в области релаксации пучка эмиттированных электронов (область ионизации или Д-слой) имеет место диффузия образовавшихся в этой области ионов к поверхности электрода, определяемая процессом резонансной перезарядки. Соотношения, полученные в [1, 2], относятся к простейшему случаю, когда степень ионизации газа мала и релаксация пучка происходит только за счет ударной ионизации атомов газа. Ниже при анализе области релаксации пучка электронов принимаются во внимание процессы ударной и термической ионизации, а также рассеяние электронов пучка на кулоновских столкновениях.

Конкретные расчеты на основе формул работ [1-3] с учетом процесса перемещения пятна показали, что при $i_0 \sim 10^5$ а/см^2 ($i_e / i_0 \sim 0{,}5-1$) концентрация частиц в Д-слое может достигать величин $n = n_i + n_a \sim$ $\sim 10^{20}$ см$^{-3}$ при значительной степени ионизации $n_i \sim 10^{18} - 10^{19}$ см$^{-3}$. Уравнения, описывающие распределение параметров в Д-слое, существенным образом зависят от величин концентрации заряженных частиц и плотности тока. Все дальнейшие оценки будут относиться к приведенным характерным значениям.

Как будет видно из дальнейшего, температура электронов вблизи электрода имеет порядок электронвольта. Так как энергия пучка $u_c \sim 15$ эв, то время релаксации импульса пучка на электронах и ионах плазмы, а также время релаксации электронов по энергиям (максвеллизация) сравнимы между собой, причем для электронов пучка кулоновское сечение $\sigma_{кр} \sim 10^{-15}$ см^2, а сечение ионизации $\sigma_i \sim 10^{-16}$ см^2. При этом, если $n_i \sim$ $\sim 10^{18}$ см$^{-3}$, то релаксация пучка происходит на неупругих ионизационных столкновениях с атомами $l_p \approx 1 / (n_a\sigma_i) \sim 10^{-4}$ см. Максвеллизация образовавшихся при этом электронов со средней энергией ~ 3 эв ($\sigma_к \sim$ $\sim 10^{-14}$ см^2) происходит на длине $l_м \sim 1 / (n_i\sigma_к) \leqslant 10^{-4}$ см $\sim l_p$. При $n_i \sim 10^{19}$ см$^{-3}$ электроны пучка рассеиваются как на атомах, так и на заряженных частицах, но и в этом случае характерная длина релаксации* и максвеллизации электронов пучка $l_p \sim 10^{-4}$ см.

Примем $l_p \sim 10^{-4}$ см за характерную толщину Д-слоя. Так как температура ионов в пределах Д-слоя $T_i \lesssim 1$ эв, то сечение столкновения ион — ион $\sigma_к \sim 10^{-13}$ см^2, ион — атом $\sigma_{ia} \sim 10^{-14}$ см^2. Следовательно, длина свободного пробега ионов в Д-слое $\sim 10^{-6}$ см и для них возможно гидродинамическое описание, причем функция распределения ионов близка к максвелловской. Функция распределения электронов в Д-слое неравновес-

* Релаксация электронов пучка может происходить также на плазменных колебаниях. Однако, раскачка колебаний плазмы происходит за время $\tau_n \sim n_e / (2\omega) n_{pe} \sim$ $\sim 10^{-12}$ сек [7] существенно большее, чем время соударения заряженных частиц между собой в плазме $\tau_{ei} \sim 1 / (n_e v_e \sigma_{ei}) \sim 10^{-14}$ сек, где n_e и n_{pe} — концентрация электронов в плазме и в пучке, ω — плазменная частота. Таким образом, в рассматриваемых условиях ($n_e \simeq n_i \sim 10^{19}$ см$^{-3}$) раскачка плазменных колебаний затрудняется в результате интенсивного взаимодействия заряженных частиц. Следует также отметить, что вопрос о роли плазменных колебаний в релаксации пучка электронов полностью не ясен.

на. В дальнейшем рассмотрении, отвлекаясь от решения кинетической задачи, примем, что в пределах Д-слоя имеются две группы электронов — электроны плазмы, концентрация которых $n_e \sim n_i \sim 10^{18} - 10^{19}$ см$^{-3}$ и электроны пучка, концентрация которых $n_{ep} \lesssim 10^{16}$ см$^{-3}$ при $i_0 \sim 10^5$ а/см^2, а энергия равна энергии катодного падения.

Предположим, что электроны уходят из пучка при столкновениях с нейтральными атомами *, приводящими к ионизации и при упругих столкновениях с электронами и ионами. Так как рассеяние электронов на атомах металлов существенно анизотропно ([5]), то изменением импульса и энергии электронов пучка при их упругих столкновениях с атомами будем пренебрегать. Кроме того, будем предполагать, что электроны, выбывшие из пучка, мгновенно передают свою энергию электронам плазмы, распределенным по Максвеллу с температурой T_e, отличной, вообще говоря, от температуры тяжелых частиц T, приобретая температуру той точки, в которой они выбыли из пучка.

Анализ уравнений диффузии для трехкомпонентной смеси ([6]) в рассматриваемом диапазоне параметров

$$n_i / n_a \gtrsim 10^{-2}; \quad T_e m_e / (m_i T) \ll 1, \ (\sigma_к / \sigma_{ai}) \sqrt{T_e m_i / (m_e T)} \gg 1;$$
$$n_i \sigma_к / (n_a \sigma_{ea}) \gtrsim 1; \qquad n_i \sqrt{2eu_c / m_e} / N_{e0} \gg 1$$

приводит к следующим выражениям для потоков частиц:

$$J_i = (\theta D_{ie} - (1+\theta) D_{ia}) \frac{dn_i}{dx} + \frac{D_{ie}}{kT} (n_i eE + f_i) + \alpha D_{ia} \Psi; \tag{1}$$

$$J_e = \frac{1}{\theta} (D_{ei} - (1+\theta) D_{ea}) \frac{dn_i}{dx} - \frac{D_{ei}}{kT_e} (n_i eE - f_e) + \frac{\alpha}{\theta} (D_{ea} - D_{ei}) \Psi; \tag{2}$$

$$J_a = (D_{ai} + \theta D_{ae}) \frac{dn_i}{dx} - \alpha D_{ai} \Psi + \frac{n_i}{n_a} \frac{1}{kT} D_{ae} f_a; \tag{3}$$

$$\Psi = \frac{1}{kT} \left[\frac{dp}{dx} - n_i \frac{d(kT_e)}{dx} - (n_a + n_i) \frac{d(kT)}{dx} \right]; \quad \theta = \frac{T_e}{T}; \quad \alpha \equiv \frac{n_i}{n_i + n_a};$$
$$J_\alpha = \Gamma_\alpha - n_\alpha u. \tag{4}$$

Здесь u, p — скорость и давление смеси в целом **.

При получении (1)—(4) использовалось уравнение состояния и пренебрегалось влиянием термодиффузии и переносом импульса за счет вязкости. Выражения для коэффициентов диффузии $D_{\alpha\beta}$ приведены в ([6]), причем при принятых условиях

$$D_{ai} = D_{ae}, \quad D_{ea} = D_{ei}; \quad D_{ie} / D_{ei} \sim \varepsilon = m_e / m_i; \quad D_{ia} \gg D_{ie}.$$

Исключая электрическое поле из (1) при помощи (2) и опуская члены порядка ε, получим выражение для потока ионов

$$\Gamma_i = -(1+\theta) D_{ia} \frac{dn_i}{dx} + n_i u + \alpha D_{ia} \Psi; \tag{5}$$

$$D_{ia} \equiv 0{,}4\, v_{iT} / [(n_a + n_i) \sigma_{ai}]; \qquad v_{iT} = \sqrt{8kT / (\pi m_i)}. \tag{6}$$

Считая, что ионы в плазме возникают в результате ударной ионизации электронами пучка и термической ионизации в плазме, а исчезают в результате трехчастичной рекомбинации, получим уравнение непрерывности для ионов

$$d\Gamma_i/dx = \sigma_i n_a N_{e0} \exp\left[-\int_0^x (n_a \sigma_i + 2 n_i \sigma_к)\, dx\right] + \beta n_0^2 n_i (1 - n_i^2/n_0^2); \tag{7}$$

* В конкретных соотношениях, приводимых ниже, будет пренебрегаться возбужденными атомами и ступенчатой ионизацией. Учет этих и других процессов, приводящих к образованию новых компонент в газовой смеси, может быть осуществлен путем, аналогичным излагаемому ниже.

** Импульсом пучка f_a в рассматриваемых условиях можно пренебречь в уравнениях (1)—(3) и (8).

$$n_a = \frac{p}{kT} - (1+\theta)\, n_i;$$

β — коэффициент трехчастичной рекомбинации, n_0 — равновесная концентрация частиц при температуре электронов.

Уравнение (7), определяющее распределение ионов в Д-слое, зависит от распределения давления и температуры тяжелых частиц, а также температуры электронов, определяющей $\sigma_к$, n_0, β, θ. Для определения этих величин используем уравнения неразрывности и импульса для смеси в целом

$$\rho u = \mathrm{const}; \qquad \rho u\, du / dx = -dp / dx \tag{8}$$

и уравнения энергии для тяжелых частиц и электронов.

Прежде чем написать уравнения энергии, оценим величину электрического поля в области релаксации. Из уравнения (2) имеем

$$E \sim \frac{kT_e}{en_i m_e D_{ei}}\, J_e \lesssim \frac{(i_0 - eN_e)\, m_e}{e^2 n_i \tau_{ei}} \sim 3\cdot 10^3 \text{ в/см} \quad \text{при } N_e = 0. \tag{9}$$

Отсюда видно, что максимальное значение электрического поля $\sim 3\cdot 10^3$ в/см имеет место только на внешней границе Д-слоя. Там, где существенную долю тока составляет пучок, $E \lesssim 10^3$ в/см.

Уравнение энергии для тяжелой компоненты (ионы и атомы), пренебрегая малыми для рассматриваемых условий членами, можно записать в виде

$$\frac{5}{2}\frac{k}{m}\rho u \frac{d}{dx}\left(T + \frac{m}{5k}u^2\right) = -\frac{d}{dx}\left(-\lambda_a \frac{dT}{dx} + \mu_{ai} J_i\right) + Q^*;$$
$$\lambda_a = \frac{5}{2}\frac{k^2 n_a T}{m}\tau_{ai}, \qquad \mu_{ai} = 0{,}17\,\frac{n_a}{n}\frac{kT}{m}; \tag{10}$$
$$Q^* = 3\,\frac{m_e}{m}\frac{n_i}{\tau}k(T_e - T), \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{n_a}{n\tau_{ae}} + \frac{1}{\tau_{ie}}.$$

Здесь опущен член с притоком энергии за счет джоулева тепла, который мал в силу уравнения (9) по сравнению с диффузионным переносом тепла $d(\mu_{ai}J_i)\,/\,dx$. При малых скоростях уноса пара u (по оценкам работы [2]) $u \sim 10^3$ см/сек) левая часть уравнения (10) может быть опущена.

Оценка возможного изменения температуры электронов в Д-слое показывает, что изменение может стать сравнимым с температурой электронов только в том случае, если поток энергии за счет электронной теплопроводности будет порядка притока энергии от пучка электронов $\sim i_e u_c$. Так как энергия пучка в основном расходуется на ионизацию и выносится из области Д-слоя, то изменением температуры электронов в Д-слое можно пренебречь и считать $T_e = \mathrm{const}$. Учитывая это и пренебрегая притоком энергии от электрического поля (соответствующую оценку легко получить на основании (9)), получим следующее уравнение энергии для электронного газа [6]:

$$\frac{d}{dx}\left(\mu_{ee} + \frac{5}{2}\frac{kT_e}{m_e}\right)J_e \equiv \frac{d}{dx}\left(3\,\frac{kT_e}{m_e}\,J_e\right) = 3\,\frac{m_e}{m}\frac{n_i}{\tau}k(T - T_e) + Q_*^* - eu_c\frac{dN}{dx}. \tag{11}$$

Здесь Q^{**} — приток энергии за счет неупругих процессов (ионизация — рекомбинация) и излучения *, последний член в (11) связан с притоком энергии от рассеянных электронов пучка.

Интегрируя (11) и учитывая, что ток на внешней границе Д-слоя переносится только электронами, а на катод энергия уносится как ионами, так и электронами из «хвоста» максвелловского распределения, получим

* При столь высоких плотностях частиц ($n \sim 10^{20}$ см$^{-3}$) в катодной области вынос энергии резонансным излучением из объема Д-слоя будет пренебрежимо мал.

соотношение для определения температуры электронов T_e

$$seu_c - (1-s)u_i - \alpha_\infty \zeta u_i =$$

$$= (1+\alpha_\infty\zeta)3kT_e - Q^{***} + (1-s)\frac{1}{2}\left(\frac{m_i}{m_e}\frac{T_e}{T_к}\right)^{1/2}(2kT_e + eu_c)e^{-eu_c/(kT_e)}. \quad (12)$$

Здесь s — доля электронного тока, u_i — потенциал однократной ионизации атома, $\zeta = eG_э/(m_i I)$, $G_э$ — величина уноса материала катода, определяемая из эксперимента, α_∞ — степень ионизации на внешней границе Д-слоя, I — полный ток дуги, $T_к$ — температура катода. При получении (12) учтено, что

$$\int\limits_D Q^{**}dx = -\Gamma_{iw}eu_i - un_{i\infty}eu_i; \quad \int\limits_D 3\frac{m_e}{m}\frac{n_i}{\tau}(T-T_e)\,dx \cong Q^{***}, \quad (13)$$

а также пренебрежено выносом энергии электронного газа из Д-слоя за счет теплопроводности и скорости уноса u ($n_i m_e u \ll J_e$, $m_e u^2 \ll kT_e$).

Таким образом, уравнения (7), (10), (12), дополненные уравнениями эмиссии, электрического поля, теплопроводности на катоде ([3]), дают систему уравнений, позволяющую на основании экспериментальных значений u_c и $G_э$ получить T_e, T_i, i_0, s, α, $T_к$, распределение концентрации заряженных частиц и давление в области ионизации при заданном полном токе I стационарного разряда.

Предварительный анализ полученных уравнений показал, что в зависимости от величин I, ζ и s значение температуры электронов может изменяться от величины, равной температуре катода ($\sim 0{,}5$ эв), до величин, равных 3—4 эв. Верхний предел температуры при других малых параметрах определяется расходом энергии электронами «хвоста» максвелловского распределения. При $T_e \gtrsim 3$ эв необходимо учитывать составляющую тока электронов из плазмы в балансе тока на поверхности катода. При $\zeta \ll 1$ доля электронного тока может быть меньше половины и минимальное ее значение определяется из соотношения $s_{min}/(1-s_{min}) = u_i/u_c$. Поток ионов на стенку определяется как диффузией, так и скоростью термической ионизации. Возможны условия, когда градиенты в катодной области малы и $\Gamma_i \simeq {}^1/_4 n_i v_i$, причем величина n_i определяется оставшимися уравнениями. В целом следует отметить, что решение всей системы уравнений весьма критично по отношению к величине концентрации заряженных частиц и степени ионизации.

Авторы выражают благодарность А. В. Недоспасову за критические замечания, способствовавшие развитию работы, а также Б. Я. Мойжесу, Ф. Г. Бакшту, М. В. Незлину за полезные советы.

Институт высоких температур
Академии наук СССР
Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
2 VII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. И. Бейлис, Г. А. Любимов, В. И. Раховский, ДАН, 188, № 3 (1969). [2] Г. А. Любимов, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 5, 3 (1970). [3] И. И. Бейлис, В. И. Раховский, Теплофизика высоких температур, 7, № 4, 620 (1969). [4] Б. А. Трубников, Сборн. Вопросы теории плазмы, в. 1, М., 1963, стр. 98. [5] И. Мак-Даниель, Процессы столкновений в ионизованных газах, М., 1967. [6] В. А. Полянский, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 5, 11 (1964). [7] Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, ЖЭТФ, 47, № 4, 1389 (1964).