Доклады Академии наук СССР
1971. Том 201, № 2

УДК 530.12:531.51

ФИЗИКА

О. С. ИВАНИЦКАЯ

О ЛОКАЛЬНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЛОРЕНЦА ДЛЯ ОБЩЕКОВАРИАНТНЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ

(Представлено академиком В. А. Фоком 28 IV 1971)

С переходом от частной (СТО) к общей теории относительности (ОТО) Эйнштейн не отвел лоренцовым преобразованиям конструктивной роли, преувеличив тем самым физическое значение принципа общей ковариантности. На некоторое время в ОТО преобразования Лоренца полностью уступили место координатным преобразованиям. Эйнштейн подчеркнул однако, что подмножеству координатных преобразований в ОТО может соответствовать относительное движение. Это замечание привело к формализму хронометрических инвариантов (ф.х.и.) Зельманова и др., в котором система отсчета определяется одним специальным единичным вектором $\tau_\mu = -g_{\mu 4} / \sqrt{-g_{44}}$, а ее преобразованием принимается преобразование привязанной к ней координатной системы, когда $P_4{}^{\alpha'} = \partial x^{\alpha'} / \partial x^4 \neq 0$ *. Иной, тетрадный, подход берет начало от основополагающих работ В. А. Фока и др. по теории спинорного поля в ОТО. Согласно тетрадному формализму (т.ф.) система отсчета определяется четверкой (тетрадой) единичных векторов, взаимно ортогональных в смысле СТО. Тогда независимо от выбранной координатной системы преобразованием системы отсчета в т.ф. ОТО и при неинерциальных движениях в СТО принимается локальное лоренцево преобразование, $L(x)$, зависящее от координат ([1], [2]). Сопоставление т.ф. и ф.х.и. имеется в ([2]) и продолжено на частной задаче в ([3], [4]). В ([2]) у τ_μ явно фиксирован локальный индекс — $\tau_\mu = h_{\mu(4)}$ — и при условии сопутствия систем координат системам отсчета — $h_{4a} = \mathbf{e}_4\mathbf{e}_a = h_{4'a'} = 0$ — указаны связь $L(x)$ и $P_{\mu'}{}^{\nu}: P_{4'}{}^{\alpha} = h_{4'}{}^{(4)'} L_{(4)'}{}^{a} h_{\alpha a}$, а также примеры закона преобразования хронометрически инвариантных величин относительно $L(x)$. Это явно вскрывает завуалированную роль $L(x)$ в ф.х.и. В ([5]) отмечено построение обобщенного формализма хронометрических инвариантов (о.ф.х.и.), задающего систему отсчета независимо от координатной системы произвольным временно-подобным одним единичным вектором (монадой) и оперирующего «присвоенными величинами». В ([6]) без явного привлечения т.ф. найдены законы преобразования при изменении системы отсчета некоторых присвоенных величин (общековариантных наблюдаемых), тензорных относительно координатного преобразования.

Задача данной статьи — исходя из т.ф., продемонстрировать содержание «операции присвоения» для общековариантно тензорных величин и явно отметить роль локального лоренцева преобразования в о.ф.х.и. Операцию присвоения общековариантно тензорных и псевдотензорных величин можно разделить на 3 шага: 1) «перелицовка» (полная или частичная) локальных компонент в мировые или наоборот, 2) замена свертков, содержащих

---

* Общековариантные, греческие и латинские, лоренцевы, индексы до $\varkappa$ и k пробегают значения 1, 2, 3, начиная с $\varkappa$ и k — 1, 2, 3, 4. Численные значения латинских индексов берутся в скобки.

компоненты триады $h_{\mu a}$ на содержащие компоненты монады $h_{\mu(4)}$, поскольку $h_\mu{}^a h_{\nu a} = g_{\mu\nu} - h_\mu{}^{(4)} h_{\nu(4)}$, что уменьшит в рассматриваемых величинах число локальных индексов до одного, 3) отбрасывание индекса (4) как в рамках фиксированной системы отсчета оставшегося без дела. Тогда операция присвоения, вообще говоря, сводится к воздействию на мировые тензоры: общековариантными компонентами монады, усеченным метрическим тензором, усеченным дискриминантным псевдотензором. Действительно, например,

$$\overset{*}{p} \equiv p^a{}_a \equiv h_\mu{}^a h_{\nu a} p^{\mu\nu} \overset{*}{=} p^\mu{}_\mu + \tau_\mu \tau_\nu p^{\mu\nu} \equiv \overset{*}{g}_{\mu\nu} p^{\mu\nu} \equiv P; \tag{1}$$

$$p_{(4)} = h_{\mu(4)} p^\mu = \tau_\mu p^\mu \equiv P_*, \quad p_{(4)(4)} = h_{\mu(4)} h_{\nu(4)} p^{\mu\nu} \equiv P_{**}; \tag{2}$$

$$\overset{*}{p}_\mu = h_\mu{}^a p_a = h_\mu{}^a h_{\nu a} p^\nu = \overset{*}{g}_{\mu\nu} p^\nu \overset{*}{=} p_\mu + \tau_\mu P_* = P_\mu; \tag{3}$$

$$p_{\mu(4)(4)} = h^\lambda{}_{(4)} h^\sigma{}_{(4)} p_{\mu\lambda\sigma} \overset{*}{=} \tau^\lambda \tau^\sigma p_{\lambda\mu\sigma} \equiv P_{\mu**}; \tag{4}$$

$$p_{\mu(4)} = h^\lambda{}_{(4)} p_{\mu\lambda} \overset{*}{=} \tau^\lambda p_{\mu\lambda} \equiv P_{\mu*}, \quad \partial_{(4)} = h^\mu{}_{(4)} \partial_\mu = \tau^\mu \partial_\mu; \tag{5}$$

$$\overset{*}{\partial}_\mu = h_\mu{}^a \partial_a = h_\mu{}^a h^\lambda{}_a \partial_\lambda \overset{*}{=} \partial_\mu + \tau_\mu \tau^\lambda \partial_\lambda. \tag{6}$$

В о.ф.х.и. в отличие от ф.х.и. появляется присвоенный дискриминантный псевдотензор и соответствующие присвоенные дуальные величины

$$\overset{*}{\eta}_{\alpha\beta\gamma 4} \equiv h_4{}^a \eta_{\alpha\beta\gamma a} = \eta_{\alpha\beta\gamma 4} - h_4{}^{(4)} \eta_{\alpha\beta\gamma(4)} \overset{*}{=} \eta_{\alpha\beta\gamma 4} + \tau_4 \eta_{\alpha\beta\gamma}; \tag{7}$$

$$E_{\alpha 4} \equiv {}^1/{}_2 \overset{*}{\eta}_{\alpha\beta\gamma 4} E^{\beta\gamma} = \breve{E}_{\alpha 4} + \tau_4 \breve{E}_{\alpha(4)} \overset{*}{=} \breve{E}_{\alpha 4} + \tau_4 \breve{E}_\alpha. \tag{8}$$

В ф.х.и., где $h_4{}^a = 0$, имеем $\overset{*}{\eta}_{\alpha\beta\gamma 4} = 0$, $\overset{*}{E}_{\alpha 4} = 0$, т. е. соотношения $\eta_{\alpha\beta\gamma} = \eta_{4\alpha\beta\gamma}/\sqrt{-g_{44}}$, $\breve{E}_{\alpha(4)} \overset{*}{=} \breve{E}_\alpha = E_{\alpha 4}/\sqrt{-g_{44}}$, приведенные в ([7]).

Присвоенные тензоры данного ранга могут быть различными по своей «локальной структуре». В о.ф.х.и. это выясняется при изменении системы отсчета. Если отброшенный индекс (4) в о.ф.х.и. не восстановить, разыскание трансформационных свойств «присвоенных величин» относительно преобразования системы отсчета становится специальной задачей, как в ([6]). Его восстановление эту задачу снимает: с изменением системы отсчета присвоенные величины явно и обычным образом преобразуются посредством $L(x)$ с последующей заменой пространственных компонент локальных параметров их мировыми компонентами. Исходными являются законы преобразования относительно $L(x)$ монады и $\overset{*}{g}_{\mu\nu}$ ([2], [6], [8]):

$$h_{\mu(4)'} \overset{*}{=} \tau'_\mu = L_{(4)'}{}^k h_{\mu k} = L_{(4)'}{}^{(4)} (h_{\mu(4)} - V^a{}_{(4)} h_{\mu a}) \overset{*}{=} (\tau_\mu - \overset{*}{V}_\mu) / \sqrt{1 - V^2}, \tag{9}$$

$$\overset{*}{g}{}'_{\mu\nu} = \overset{*}{g}_{\mu\nu} + \frac{1}{1 - V^2} (V^2 h_\mu{}^{(4)} h_{\nu(4)} + V_{\mu(4)} V_{\nu(4)} - 2h_{(\mu}{}^{(4)} V_{\nu)(4)}), \tag{10}$$

где согласно т.ф. ОТО $h_{\mu(4)}$ и $h_{\mu(4)'}$ — решения тетрадного уравнения Эйнштейна при различных калибровках тетрад. Аналогично

$$\overset{*}{\eta}{}'_{\alpha\beta\gamma 4} \equiv h_4{}^{a'} \eta_{\alpha\beta\gamma a'} = \eta_{\alpha\beta\gamma 4} - h_4{}^{(4)'} \eta_{\alpha\beta\gamma(4)'} \overset{*}{=} \eta_{\alpha\beta\gamma 4} + \tau'_4 \eta'_{\alpha\beta\gamma}. \tag{11}$$

Тогда, например,

$$P_*{}' = h_{\mu(4)'} p^\mu, \quad P'_\mu = h_\mu{}^{a'} p_{a'} = \overset{*}{g}{}'_{\mu\lambda} p^\lambda; \tag{12}$$

$$P' = p^{a'}{}_{a'} = \overset{*}{g}{}'_{\mu\nu} p^{\mu\nu}, \quad \overset{*}{\partial}_\mu = h_\mu{}^{a'} \partial_{a'} = \partial_\mu{}^{(4)'} h^\lambda{}_{(4)'} \partial_\lambda; \tag{13}$$

$$\overset{*}{E}{}'_{\alpha 4} = {}^1/{}_2 \overset{*}{\eta}{}'_{\alpha\beta\gamma 4} E^{\beta\gamma} = \breve{E}_{\alpha 4} - h_4{}^{(4)'} \breve{E}_{\alpha(4)'} \overset{*}{=} \breve{E}_{\alpha 4} + \tau'_4 \breve{E}'_\alpha. \tag{14}$$

Следовательно, преобразованием системы отсчета в о.ф.х.и. и ф.х.и. является $L(x)$, как и в т.ф. ОТО, где присвоенные величины иногда называют натуральными. Введение «присвоенных геометрических объектов» требует специального рассмотрения и частично затронуто в ([8]), где сформулированы некоторые ограничения.

Автор благодарен А. Л. Зельманову за обсуждение на семинаре.

Институт физики
Академии наук БССР
Минск

Поступило
7 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. И. Родичев, Эйнштейновский сборн., 1968, стр. 115. [2] О. С. Иваницкая, Обобщенные преобразования Лоренца и их применение, Минск, 1969. [3] О. С. Иваницкая, Докл. АН БССР, 14, 701 (1970). [4] О. С. Иваницкая, В. Б. Хазан, Изв. АН БССР, сер. физ.-матем., № 6, 96 (1970). [5] А. Л. Зельманов, CR-5, Тез. докл. V Международн. конфер. по гравитации и теории относительности, Тбилиси, 1968, стр. 115. [6] Н. В. Мицкевич, В. Н. Захаров, ДАН, 195, 321 (1971). [7] Н. В. Мицкевич, Физические поля в ОТО, М., 1969. [8] И. С. Сягло, Изв. АН БССР, сер. физ.-матем., № 1, 83 (1970).