

**Заключение.** Таким образом, для изучения свойств нанотрансивера рассмотрен параметр его эффективности, который задает коэффициент усиления рассеяния фотонов в металло-диэлектрических нанотрансиверах, коэффициент усиления фотолюминесценции в диэлектрических нанотрансиверах и его максимально возможное значение в металло-диэлектрических устройствах, достигающееся при предельно низком собственном квантовом выходе фотолюминесценции излучателя. С его помощью определена эффективность простейших нанотрансиверов для фотолюминесцентной визуализации инфракрасного излучения и двухфотонной флуоресцентной микроскопии.

## Литература

1. Гапоненко, С. В. Оптические нанотрансиверы в фотонике / С. В. Гапоненко, Т. А. Ефимова // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2024. – Т. 68, №. 4. – С. 288–295.
2. Diaspro, A. Two-photon fluorescence excitation and related techniques in biological microscopy / A. Diaspro, G. Chirico, M. Collini // Quarterly reviews of biophysics. – 2005. – Т. 38, №. 2. – С. 97–166.
3. Stratton, J. A. Electromagnetic theory / J. A. Stratton. – John Wiley & Sons, 2007 – 616 с.
4. Gaponenko, S. V. Introduction to Nanophotonics / S.V. Gaponenko. – Cambridge, 2010 – 465 с.
5. Klimov, V. V Spontaneous emission of an atom in the presence of nanobodies / V. V. Klimov, M. Ducloy, V. S. Letokhov / Quantum Electronics. – 2001. – Т. 31, №. 7. – С. 569.

**Е. Д. Головин, В. Н. Капшай, А. А. Шамына**

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины,  
г. Гомель, Республика Беларусь

## ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ДИСКОВИДНОЙ ЧАСТИЦЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ВЕНТЦЕЛЯ–КРАМЕРСА–БРИЛЛЮЭНА

**Введение.** Генерация второй гармоники (ГВГ) является уникальным нелинейно-оптическим явлением, при котором, в ходе взаимодействия волн с нелинейным материалом, происходит генерация новых волн с удвоенной частотой. Это явление широко используется в различных научных и технологических применениях, включая биомедицинскую визуализацию и оптическую коммуникацию. Одним из интересных аспектов явления ГВГ является его реализация вnanoструктурах, использующих, например, дисковидные частицы. В данной статье рассматривается генерация второй гармоники в поверхностном слое дисковидной частицы в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ). Этот метод позволяет исследовать нелинейные оптические свойства nanoструктур с высокой точностью и предсказывать их поведение в различных условиях. Целью настоящей работы является аналитическое описание данного явления.

**Постановка задачи и фазы падающей и генерируемой волн.** Пусть на цилиндрическую диэлектрическую частицу с радиусом основания  $a$  и высотой  $h$  ( $h \ll a$ ), покрытую нелинейным слоем толщиной  $d_0$ , падает плоская электромагнитная волна с циклической частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}^{(\omega)}$ . Отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте  $\omega$  обозначим  $\eta_\omega$ . Получим теоретически формулу для вычисления напряжённости поля второй гармоники, генерируемого в нелинейном поверхностном слое частицы, используя приближение ВКБ.

В данной задаче генерацией излучения от боковой поверхности частицы можно пренебречь, поэтому будем рассматривать генерацию в слоях на торцах частицы. Найдём выражение для вектора электрической напряжённости волны, падающей на поверхность частицы, с учётом сдвига фазы.

Рассмотрим произвольный луч падающей электромагнитной волны с циклической частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}^{(\omega)}$ , лежащий в плоскости, параллельной плоскости  $xOz$ , и проходящий через торцы частицы в точках  $A$  и  $B$  (рисунок 1(а)). При рассмотрении траектории луча  $AB$  не будем учитывать преломление электромагнитных волн на границах раздела сред [1]. Тогда фазы в точках  $A$  и  $B$  соответственно равны  $\varphi_A^{(\omega)}(\mathbf{x}'_A) = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}'_A$  и  $\varphi_B^{(\omega)}(\mathbf{x}'_B) = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}'_B + \Delta\varphi^{(\omega)}$ , соответственно, где  $\Delta\varphi^{(\omega)}$  – сдвиг фазы, вызванный прохождением волны через среду с показателем преломления, отличным от показателя преломления окружающей среды. Рассматривая сечение в форме прямоугольника, параллельного плоскости  $xOz$ , запишем выражения для сдвига фаз и фазы в точке  $B$ :

$$\Delta\varphi^{(\omega)}(\mathbf{x}'_B) = 2(\eta_z - 1) \mathbf{k}_\rho^{(\omega)} \mathbf{x}'_B \left( \frac{|\mathbf{k}^{(\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(\omega)}|} \right)^2, \quad (1)$$

$$\varphi_B^{(\omega)}(\mathbf{x}'_B) = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}'_B + 2(\eta_\omega - 1) \mathbf{k}_z^{(\omega)} \mathbf{x}'_B \left( \frac{|\mathbf{k}^{(\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(\omega)}|} \right)^2. \quad (2)$$

Далее подберём такое обобщающее выражение для фазы, чтобы её значение в точке  $A$  было равно  $\varphi_A^{(\omega)}$ , а в точке  $B$  –  $\varphi_B^{(\omega)}$ :

$$\varphi^{(\omega)}(\mathbf{x}') = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}' + (\eta_\omega - 1) (\mathbf{k}_z^{(\omega)} \mathbf{x}' + |\mathbf{k}_z^{(\omega)} \mathbf{x}'|) \left( \frac{|\mathbf{k}^{(\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(\omega)}|} \right)^2. \quad (3)$$

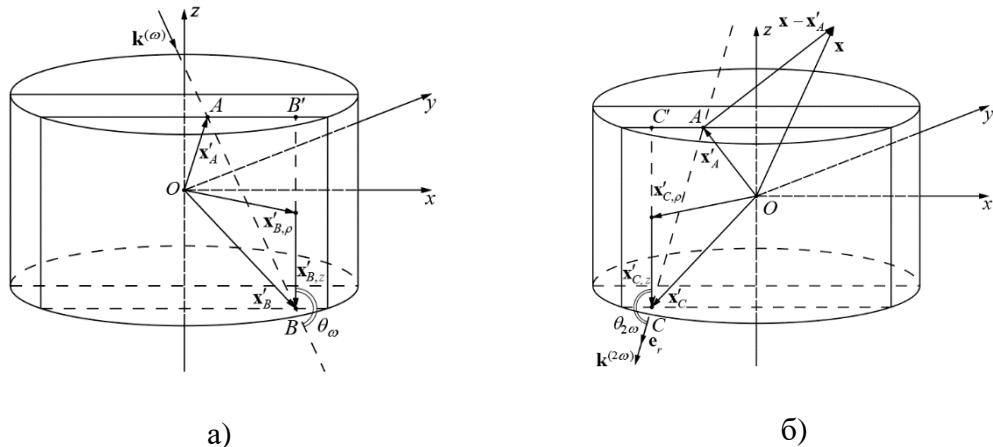


Рисунок 1 – Схемы распространения волн через торцевые поверхности дисковидной цилиндрической частицы:

(а) волновой вектор падающей волны; (б) волновой вектор генерируемой волны

Определим фазу генерируемой волны. Пусть в поверхностном слое частицы генерируется волна, волновой вектор которой параллелен вектору  $\mathbf{e}_r$ . Единичный вектор  $\mathbf{e}_r$  является встречным к направлению наблюдения, производящемуся из дальней зоны (рисунок 1 (б)).

Фаза волны, пришедшей из точки  $C$  к наблюдателю, находящемуся в дальней зоне, равна  $\varphi_C^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_C) = k_{2\omega} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'_C|$ , где  $k_{2\omega}$  – модуль волнового вектора  $\mathbf{k}^{(2\omega)}$  генерируемой

волны. Фаза генерируемой волны, пришедшей к наблюдателю из точки  $A$ , равна  $\varphi_A^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_A) = k_{2\omega} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'_A| + \Delta\varphi^{2\omega}$ . Здесь  $\mathbf{x}$  – вектор, определяющий положение наблюдателя относительно начала координат, а векторами  $\mathbf{x}'_C$  и  $\mathbf{x}'_A$  определено положение элементов поверхности цилиндрической частицы (точек  $C$  и  $A$  соответственно) относительно начала координат. Аналогично предыдущим рассуждениям, запишем выражения для сдвига фазы и фазы в точке  $A$  для генерируемой волны:

$$\Delta\varphi^{(2\omega)}(\mathbf{x}'_A) = -2(\eta_{2\omega} - 1) \mathbf{k}_z^{(2\omega)} \mathbf{x}'_A \left( \frac{|\mathbf{k}^{(2\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(2\omega)}|} \right)^2, \quad (4)$$

$$\varphi_A^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_A) = k_{2\omega} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'_A| - 2(\eta_{2\omega} - 1) \mathbf{k}_z^{(2\omega)} \mathbf{x}'_A \left( \frac{|\mathbf{k}^{(2\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(2\omega)}|} \right)^2. \quad (5)$$

Так как скалярное произведение  $\mathbf{k}_z^{(2\omega)} \mathbf{x}'_A$  отрицательное, а сдвиг фазы должен быть положительным, в выражении присутствует знак минус. Аналогично предыдущим рассуждениям, объединим полученные выражение для фаз в точках  $C$  и  $A$  и воспользуемся приближением дальней зоны [2]:

$$\varphi^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = k_{2\omega} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| - \mathbf{k}^{(2\omega)} \mathbf{x}' + (\eta_{2\omega} - 1) (-\mathbf{k}_z^{(2\omega)} \mathbf{x}' + |\mathbf{k}_z^{(2\omega)} \mathbf{x}'|) \left( \frac{|\mathbf{k}^{(2\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(2\omega)}|} \right)^2. \quad (6)$$

**Выражения для вектора напряжённости электрического поля второй гармоники.** Для определения напряжённости электрического поля генерируемой волны запишем выражения для напряжённостей падающих электромагнитных волн, с учётом (3):

$$\mathbf{E}^{(\omega)}(\mathbf{x}') = \frac{2}{\eta_\omega + 1} \mathbf{e}^{(\omega)} E_\omega \exp \left( i \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}' + i(\eta_\omega - 1) (\mathbf{k}_z^{(\omega)} \mathbf{x}' + |\mathbf{k}_z^{(\omega)} \mathbf{x}'|) \left( \frac{|\mathbf{k}^{(\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(\omega)}|} \right)^2 \right), \quad (7)$$

Для удобства в (7) опущена временная часть.

Причиной генерации второй гармоники в дипольной модели является наличие нелинейной части поляризации [3]. Учитывая (6) и (7), запишем выражение для компонент вектора напряжённости электрического поля генерируемого излучения:

$$\begin{aligned} E_i^{(2\omega)}(\mathbf{x}) &= \left( \frac{2}{\eta_\omega + 1} \right)^2 \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} E_\omega^2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) e_j^{(1)} e_k^{(2)} \times \\ &\times \left[ \int_0^a \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} \exp(iq_\rho \rho' \cos \varphi') d\varphi' \int_{h/2}^{h/2+d_0} \exp[i\Phi(z')] \chi_{ijk}^{(2)}(z') dz' + \right. \\ &+ \left. \int_0^a \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} \exp(iq_\rho \rho' \cos \varphi') d\varphi' \int_{-h/2-d_0}^{-h/2} \exp[i\Phi(z')] \chi_{ijk}^{(2)}(z') dz' \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\Phi(z')$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Phi(z') = q_z z' + (\eta_{2\omega} - 1)(-k_z^{(2\omega)} z' + |k_z^{(2\omega)} z'|) \left( \frac{|\mathbf{k}^{(2\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(2\omega)}|} \right)^2 + \\
+ 2(\eta_\omega - 1)(k_z^{(2\omega)} z' + |k_z^{(2\omega)} z'|) \left( \frac{|\mathbf{k}^{(\omega)}|}{|\mathbf{k}_z^{(\omega)}|} \right)^2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Вычисляя интегралы по  $z'$ ,  $\rho'$  и  $\phi'$ , получим выражение для напряжённости:

$$E_i^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \pi \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} a^2 d_0 E_\omega^2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) X_{mjk}^{(2\omega)} e_j^{(\omega)} e_k^{(\omega)}, \tag{10}$$

где  $X_{mjk}^{(2\omega)}$  – эффективная восприимчивость, которая определяется по формуле

$$\begin{aligned}
X_{mjk}^{(2\omega)} = \left( \frac{2}{\eta_\omega + 1} \right)^2 [\exp(i\Phi(h/2)) \chi_{mjk}^{(2)}(h/2) + \\
+ \exp(i\Phi(-h/2)) \chi_{mjk}^{(2)}(-h/2)] [J_0(q_\rho a) + J_2(q_\rho a)].
\end{aligned} \tag{11}$$

**Оценка применимости модели и визуализация полученного решения.** При описании нелинейной генерации на основе предложенной ранее модели, мы пренебрегаем боковой и частью торцевой поверхности. На рисунке 2 эти части поверхности обозначены серым цветом. Оценим диапазон значений зенитного угла  $\theta$ , в котором можно использовать нашу модель. Обозначим границы диапазона для  $\theta$  символами  $\theta_{min}$  (рисунок 2(а)) и  $\theta_{max}$  (рисунок 2(б)).

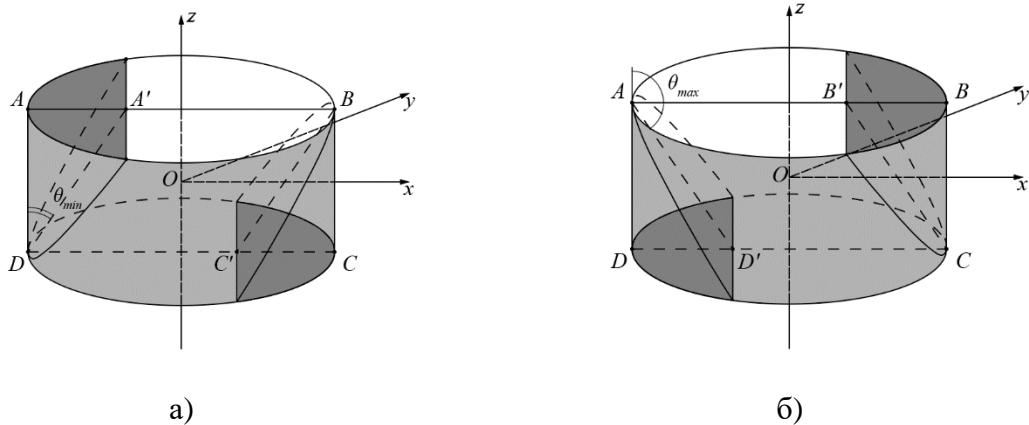


Рисунок 2 – Схемы для определения диапазона угла  $\theta$  при описании генерации излучения второй гармоники дисковидной частицей:  
(а), (б) – трёхмерные схемы частицы

Пусть  $S$  – площадь всей поверхности частицы, а  $S'$  – площадь поверхности, которой мы пренебрегаем. Будем считать, что генерацией излучения второй гармоники от поверхности с площадью  $S'$  можно пренебречь, если доля этой площади не более  $\epsilon$  от площади полной поверхности  $S$ :

$$S' / S \leq \varepsilon. \quad (12)$$

Из условия (12) можно получить уравнение относительно граничного значения угла  $\theta_{min}$ :

$$\frac{2 \arccos(1 - \eta \operatorname{tg} \theta_{min}) - \sin(2 \arccos(1 - \eta \operatorname{tg} \theta_{min})) + 2\pi\eta}{2\pi\eta + 2\pi} = \varepsilon, \quad (13)$$

где  $\eta = h/a$ . Численным решением этого уравнения можно определить граничное значение угла  $\theta_{min}$ . Второй граничный угол  $\theta_{max}$  является смежным с углом  $\theta_{min}$ , то есть  $\theta_{max} = \pi - \theta_{min}$ . В результате получим следующий диапазон углов:

$$\theta \in [0, \theta_{min}] \cup [\theta_{max}, \pi]. \quad (14)$$

Для величин  $\eta$  и  $\varepsilon$  справедливо следующее соотношение

$$0 < \eta \leq \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (15)$$

Изобразим на рисунке 3 зависимости углов  $\theta_{min}$  и  $\theta_{max}$  от величины  $\eta$  при различных значениях  $\varepsilon$ .

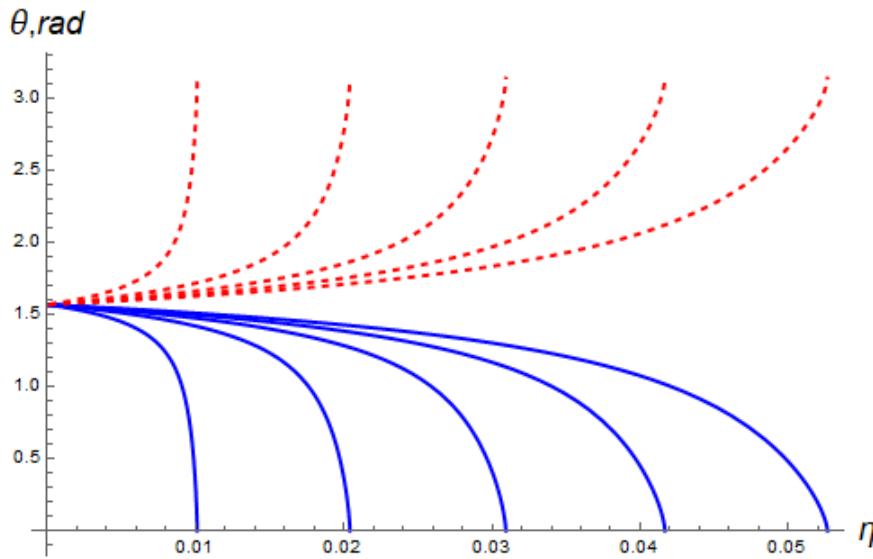


Рисунок 3 – Зависимость углов  $\theta_{min}$  (сплошные кривые синего цвета) и  $\theta_{max}$  (пунктирные кривые красного цвета) от величины  $\eta$ ;  
слева направо:  $\varepsilon = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05$

Для визуального представления полученного решения введём величину  $s^{(2\omega)}(\theta, \varphi)$ , которая прямо пропорциональна вектору Умова-Пойнтинга генерируемой волны, согласно соотношениям

$$s^{(2\omega)}(\theta, \varphi) = |(1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi)|^2, \quad (16)$$

$$f_i^{(12)}(\theta, \varphi) = X_{ijk}^{(2\omega)}(\theta, \varphi) e_j^{(\omega)} e_k^{(\omega)}.$$

Диаграмма направленности генерируемого излучения в поверхностном слое дисковидной частицы, полученная в приближении ВКБ представлена на рисунке 4.

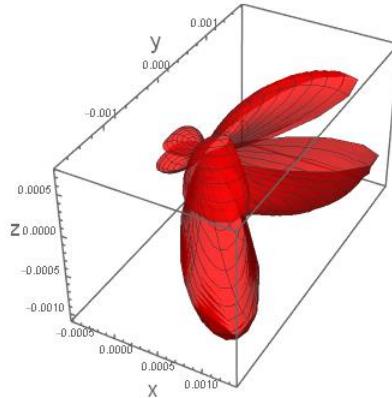


Рисунок 4 – Диаграмма направленности излучения второй гармоники, генерируемого одновременно с двух торцов покрытой оптически нелинейным слоем дисковидной частицы, рассчитанная на основе модели ВКБ

При построении диаграммы направленности использовались следующие параметры:  $\epsilon = 0,05$ ,  $k_\omega = 3,24k_{2\omega}$ ,  $k_{2\omega}a = 2,5$ ,  $k_{2\omega}h = 0,1$ ,  $\sigma = 0,5$ ,  $\theta = \pi/8$ ,  $\varphi = 0,1$ ,  $\chi_2^{(2)} \neq 0$ ,  $\chi_{1,3-7}^{(2)} = 0$ ,  $\theta_{min} = 1,08 \text{ rad}$ ,  $\theta_{max} = 2,06 \text{ rad}$ .

**Заключение.** В работе предложена модель генерации второй гармоники в поверхностном слое диэлектрической дисковидной частицы с использованием приближения ВКБ. На основе описанной модели с использованием численного интегрирования можно определить напряжённость электрического поля генерируемого излучения и использовать полученные результаты при планировании экспериментального исследования генерации второй гармоники в поверхностном слое диэлектрических частиц цилиндрической формы.

### Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya [et al.] // Physical Review A. – 2010. – Vol. 81, № 5. – P. 053850.
2. Капшай, В. Н. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя и условия отсутствия генерации / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2017 – Т. 123, № 3 – С. 416–429.
3. Шамына, А. А. Генерация второй гармоники от тонкого цилиндрического слоя. I. Аналитическое решение / А. А. Шамына, В. Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2019. – Т. 126, № 6. – С. 724–731.

**А. А. Голуб, В. Н. Навыко, В. В. Давыдовская, А. В. Федорова**  
Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина,  
г. Мозырь, Республика Беларусь

### ВЛИЯНИЕ ОБРАТНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА И ФОТОУПРУГОСТИ НА КОГЕРЕНТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГАУССОВЫХ (1+1)D СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В КРИСТАЛЛЕ $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$

**Введение.** Когерентное взаимодействие двух одномерных (1+1)D одинаково линейно поляризованных гауссовых пучков, распространяющихся параллельно друг другу в кристалле типа силлениита  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO), было впервые экспериментально изучено и теоретически интерпретировано в пренебрежении оптической активностью кристалла в [1].