3. Ryzhkov, A. A. A review of the current nuclear data performance assessments in advanced nuclear reactor systems / A. A. Ryzhkov, G. V. Tikhomirov, M. Yu. Ternovykh // Annals of Nuclear Energy. – 2024. – P. 110806.
4. Our Future Nuclear Data Needs / L. A. Bernstein [et al.] // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2019. – Vol, 69. – P.109–136.
5. Сытова, С. Н. Система управления ядерными знаниями в Республике Беларусь / С. Н. Сытова // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2022. – № 2. – С. 87–98.
6. Основы функционирования семантического портала ядерных знаний BelNET / С. Н. Сытова [и др.] // Информатика. – 2024. – Т. 21, № 2. – С. 7–23.
7. Ядерно-физические данные в системе научно-технической информации Республики Беларусь / С. Н. Сытова, И. А. Серенкова, О. М. Дерюжкова, А. Н. Коваленко // Развитие информатизации и госудрственной системы научно-технической информации (РИНТИ-2023): доклады XXII Междунар. науч.-технич. конф., Минск, 16 ноября 2023 г. / ОИПИ НАН Беларуси. – Минск, 2023. – С. 232–236.

В. Н. Капшай, А. А. Гришечкина
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины,
г. Гомель, Республика Беларусь

СВЕДЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ И ИХ НЕКОТОРЫЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим систему двух скалярных частиц, масса которых $m_1 = m_2 = m$. Для описания связанных состояний такой системы в импульсном представлении (ИП) используется релятивистское уравнение квазипотенциального типа, которое в системе центра масс имеет вид [1]:

$$\psi\left(E_q,\mathbf{p}\right) = \frac{1}{(2\pi)^3} G_0\left(E_q,E_p\right)\int V\left(E_q;\mathbf{p},\mathbf{k}\right)\psi\left(E_q,\mathbf{k}\right)\frac{m}{E_k}\mathbf{dk}\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{p}$, $\mathbf{k}$ – соответственно начальный и конечный относительные импульсы частиц;

$E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, $E_k = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$;

$2E_q$ – энергия двухчастичной системы;

$G_0\left(E_q,E_p\right)$ – свободная функция Грина (ФГ);

$V\left(E_q;\mathbf{p},\mathbf{k}\right)$ – квазипотенциал. Свободная ФГ, входящая в уравнение (1), для уравнений Логунова–Тавхелидзе и Кадышевского, соответственно, представляется соотношениями

$$\begin{gathered} G_0^{(LT)}\left(E_q,E_p\right) = \left({E_q}^2 - {E_p}^2 + i0\right)^{-1}, \\ G_0^{(K)}\left(E_q,E_p\right) = \left(2E_p\left(E_q - E_p + i0\right)\right)^{-1}. \end{gathered} \tag{2}$$

При разложении всех величин, содержащихся в уравнении (1), в ряды по сферическим гармоникам в случае локального в импульсном пространстве Лобачевского квазипотенциала можно перейти к парциальным уравнениям в ИП:

$$\psi_\ell\left(\chi_q,\chi_p\right)=\frac{m}{\left(2\pi\right)^3}G_0\left(E_q,E_p\right)\int_0^\infty V_\ell\left(E_q;\chi_p,\chi_k\right)\psi_\ell\left(\chi_q,\chi_k\right)d\chi_k\,, \tag{3}$$

где $\ell=0,1,2,\ldots$, а χ_p и χ_k – быстроты, соответствующие импульсам $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$, согласно соотношениям $|\mathbf{p}|=p=m\,\mathrm{sh}\,\chi_p$ и $|\mathbf{k}|=k=m\,\mathrm{sh}\,\chi_k$. Парциальный потенциал в ИП $V_\ell\left(E_q;\chi_p,\chi_k\right)$ связан с трехмерным следующим выражением $\left(\mathbf{pk}/pk=\cos\theta_{pk}\right)$:

$$V_\ell\left(E_q;\chi_p,\chi_k\right)=2\pi pk\int_{-1}^{1}V\left(E_q;\mathbf{p},\mathbf{k}\right)P_\ell\left(\cos\theta_{pk}\right)d\cos\theta_{pk}\,. \tag{4}$$

Таким образом, для того чтобы решать уравнения (3), предварительно необходимо найти явный вид парциальных потенциалов (4).

Рассмотрим уравнение (1) в случае трехмерного, локального в импульсном пространстве Лобачевского и не зависящего от полной энергии $2E_q$, потенциала

$$V\left(E_q;\mathbf{p},\mathbf{k}\right)=V\left(\mathbf{p},\mathbf{k}\right)=\frac{\lambda}{\sqrt{m\Delta^0-m^2}}\,, \tag{5}$$

где $\Delta^0=\left(-\mathbf{p}\,\mathbf{k}+E_pE_k\right)/m$, λ – константа связи.

Парциальный потенциал V_ℓ для трехмерного потенциала (5) имеет вид

$$V_\ell\left(\chi_p,\chi_k\right)=2\pi\,pk\int_{-1}^{1}\frac{\lambda P_\ell\left(\cos\theta_{pk}\right)}{\sqrt{E_pE_k-pk\cos\theta_{pk}-m^2}}\,d\cos\theta_{pk}\,. \tag{6}$$

В случае $\ell=0$ парциальный потенциал можно выразить следующим образом:

$$V_0\left(\chi_p,\chi_k\right)=8\sqrt{2}\,\pi\,m\lambda\begin{cases}\mathrm{sh}\left(\chi_k/2\right)\mathrm{ch}\left(\chi_p/2\right), & \chi_p>\chi_k;\\ \mathrm{sh}\left(\chi_p/2\right)\mathrm{ch}\left(\chi_k/2\right), & \chi_p<\chi_k.\end{cases} \tag{7}$$

Введем в уравнении (3) для $\ell=0$ замену неизвестной функции

$$\psi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=G_0\left(E_q,E_p\right)\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right) \tag{8}$$

и перейдем к уравнению для функции $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)$:

$$\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=\frac{m}{\left(2\pi\right)^3}\int_0^\infty V_0\left(\chi_p,\chi_k\right)G_0\left(E_q,E_p\right)\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)d\chi_k\,. \tag{9}$$

В случае потенциала (7) можно показать, что интегральное уравнение (9) для функции $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)$ эквивалентно задаче Штурма–Лиувилля с обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\frac{d^2\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)}{d\chi_p^2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{m^2}{\sqrt{2}\pi^2}\lambda G_0\left(E_q,E_p\right)\right)\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=0 \tag{10}$$

и следующими граничными условиями:

$$\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)\Big|_{\chi_p\to 0}=0; \tag{11}$$

$$\left(\mathrm{sh}\left(\chi_p/2\right)\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)-2\,\mathrm{ch}\left(\chi_p/2\right)\frac{d\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)}{d\chi_p}\right)\Bigg|_{\chi_p\to\infty}=0. \tag{12}$$

Рассмотрим эту задачу в том частном случае, когда энергия связанной двухчастичной системы $2E_q=0$. Тогда свободные ФГ для уравнений Логунова–Тавхелидзе и Кадышевского определяются одинаковым выражением:

$$G_0^{(LT)}\left(0,E_p\right)=2G_0^{(K)}\left(0,E_p\right)=-\left(m\,\mathrm{ch}\chi_p\right)^{-2}, \tag{13}$$

а соответствующее им уравнение (10) преобразуется в уравнение

$$\frac{d^2\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)}{d\chi_p^2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{\lambda}{\sqrt{2}\,\pi^2}\frac{1}{\mathrm{ch}^2\chi_p}\right)\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=0\,. \tag{14}$$

Уравнение (14) по виду совпадает с одномерным уравнением Шрёдингера для модифицированного потенциала Пешля–Теллера [2], [3]. Такое же уравнение встречается и при решении одномерного квазипотенциального уравнения с другим модельным потенциалом в релятивистском конфигурационном представлении [4].

Для решения уравнения (4) введем замену независимой переменной $y=\mathrm{th}\chi_p$, $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=\phi_0\left(\mathrm{th}\,\chi_p\right)=\phi_0\left(y\right)$, которая приводит к уравнению

$$\left(1-y^2\right)\frac{d^2\phi_0\left(y\right)}{dy^2}-2y\frac{d\phi_0\left(y\right)}{dy}+\left(s\left(s+1\right)-\frac{\varepsilon^2}{1-y^2}\right)\phi_0\left(y\right)=0\,, \tag{15}$$

где $\varepsilon=1/2$;

$s\left(s+1\right)=-\lambda/\sqrt{2}\,\pi^2$.

Используя замену неизвестной функции $\phi_0\left(y\right)=\left(1-y^2\right)^{\varepsilon/2}\omega\left(y\right)$, перейдем от уравнения (15) к уравнению для функции $\omega\left(y\right)$:

$$\left(1-y^2\right)\frac{d^2\omega\left(y\right)}{dy^2}-2\left(\varepsilon+1\right)y\frac{d\omega\left(y\right)}{dy}+\left(s\left(s+1\right)-\varepsilon\left(\varepsilon+1\right)\right)\omega\left(y\right)=0\,, \tag{16}$$

которое после перехода к новой переменной $u=1/2\left(1-y\right)$ сводится к гипергеометрическому:

$$u(1-u)\frac{d^2\omega(u)}{du^2}+\left(\varepsilon+1-2(\varepsilon+1)u\right)\frac{d\,\omega(u)}{du}-(\varepsilon+s+1)(\varepsilon-s)\omega(u)=0. \qquad (17)$$

В итоге общее решение для функции $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)$ имеет вид

$$\begin{gathered}\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)=\left(1-\operatorname{th}^2\chi_p\right)^{1/4}\left[A\,{}_2F_1\left(1+\frac{a}{2},1-\frac{a}{2},\frac{3}{2};\,\frac{1}{2}\left(1-\operatorname{th}\chi_p\right)\right)\right.+\\ \left.+\,B\left(\frac{1}{2}\left(1-\operatorname{th}\chi_p\right)\right)^{-1/2}{}_2F_1\left(\frac{1}{2}-\frac{a}{2},\frac{1}{2}+\frac{a}{2},\frac{1}{2};\frac{1}{2}\left(1-\operatorname{th}\chi_p\right)\right)\right],\end{gathered} \qquad (18)$$

где $a=\sqrt{1-2\sqrt{2}\,\lambda/\pi^2}$.

После подстановки (18) в граничное условие (12) первое из слагаемых функции $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)$ исчезнет. Учёт граничного условия (11) позволяет получить значения константы связи $\lambda=\lambda^{(LT)}=\lambda^{(K)}/2$ при которых возможно существование связанных состояний, характеризующихся энергией $2E_q=0$:

$$\lambda_n=\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}\left(1-\left(2+4n\right)^2\right),\; n=0,1,2,\dots, \qquad (19)$$

для которых функция $\phi_0\left(\chi_q,\chi_p\right)$ приобретает вид:

$$\begin{gathered}\phi_{0n}\left(\chi_q,\chi_p\right)=B_n\left(1-\operatorname{th}^2\chi_p\right)^{1/4}\left(\frac{1}{2}\left(1-\operatorname{th}\chi_p\right)\right)^{-1/2}\times\\ \times{}_2F_1\left(\frac{1}{2}-2n,\frac{3}{2}+2n,\frac{1}{2};\frac{1}{2}\left(1-\operatorname{th}\chi_p\right)\right),\; n=0,1,2,\dots.\end{gathered} \qquad (20)$$

Решение Задачи Штурма–Лиувилля (10) – (12) в общем случае и в случае $l > 0$ будет рассмотрено нами отдельно.

Литература

1. Капшай В. Н. Решения релятивистских двухчастичных уравнений с произвольным орбитальным моментом / В. Н. Капшай, С. И. Фиалка // Известия ВУЗов. Физика. – 2017. – Т. 60, № 1. – С. 34–43. (Kapshai, V. N. Solution of relativistic two-particle equations with arbitrary orbital angular momentum / V. N. Kapshai, S. I. Fialka // Russ. Phys. Journal. – 2017. – Vol. 60, № 1. – P. 37–49.

2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5- е изд. – Москва: Физматлит, 2002. – Т. 3: Квантовая механика: нерелятивистская теория. – 808 с.

3. Флюгге, З. Задачи по квантовой механике: в 2 т. / З. Флюгге. – 3-е изд. – Москва: ЛКИ, 2010. – Т. 1. – 344 с.

4. Гришечкин Ю. А. Приближенное аналитическое решение одномерного квазипотенциального уравнения с потенциалом $\left(\rho^2+\rho_0^2\right)^{-1}$ в релятивистском конфигурационном представлении / Ю. А. Гришечкин, А. В. Бужан, В. Н. Капшай // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 3 (56). – С. 12–15.

С. А. Лукашевич, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины,
г. Гомель, Республика Беларусь

КВАНТОВО-ПОЛЕВОЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ НУКЛОНА

Для определения поляризуемостей нуклона в рамках кванто-полевого подхода с учетом принципа соответствия между классической и квантовой теориями воспользуемся эффективным ковариантным лагранжианом, описывающим взаимодействие электромагнитного поля с частицами спина ½, представленным в работе [1]. На его основе и с использованием уравнений Эйлера–Лагранжа получим уравнения, позволяющие учесть вклад поляризуемостей и дипольных моментов нуклона.

Эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие электромагнитного поля с нуклоном с учетом аномальных магнитных моментов и поляризуемостей, имеет вид [1]:

$$L=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\frac{1}{2}\bar{\Psi}\left(i\,\hat{\overleftarrow{D}}-m\right)\Psi-\frac{1}{2}\bar{\Psi}\left(i\,\hat{\overleftarrow{D}}+m\right)\Psi. \quad (1)$$

В уравнение (1) введены следующие обозначения:

$$\hat{\overleftarrow{D}}=\overleftarrow{\partial}^{\nu}\gamma^{\sigma}\eta_{\sigma\nu}-\frac{ie\kappa}{4m}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}-ie\hat{A}, \quad (2)$$

$$\hat{\overrightarrow{D}}=\eta_{\sigma\nu}\,\gamma^{\sigma}\,\overrightarrow{\partial}^{\nu}+\frac{ie\kappa}{4m}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}+ie\hat{A}, \quad (3)$$

$$\eta_{\sigma\nu}=g_{\sigma\nu}+\frac{2\pi}{m}\left[\alpha F_{\sigma\mu}F^{\mu}{}_{\nu}+\beta\tilde{F}_{\sigma\mu}\tilde{F}^{\mu}{}_{\nu}\right]. \quad (4)$$

После подстановки формул (2) – (4) в уравнение (1), выражение для эффективного лагранжиана примет вид:

$$L=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\frac{i}{2}\bar{\Psi}\hat{\overleftrightarrow{\partial}}\Psi-m\bar{\Psi}\Psi-e\bar{\Psi}\hat{A}\Psi-\frac{e\kappa}{2m}\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}\Psi F_{\mu\nu}+K_{\sigma\nu}\theta^{\sigma\nu},$$

$$K_{\sigma\nu}=\frac{2\pi}{m}\left[\alpha F_{\sigma\mu}F^{\mu}{}_{\nu}+\beta\tilde{F}_{\sigma\mu}\tilde{F}^{\mu}{}_{\nu}\right],\quad \theta^{\sigma\nu}=\frac{i}{2}\bar{\Psi}\gamma^{\sigma}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\Psi,\quad \overleftrightarrow{\partial}^{\nu}=\overrightarrow{\partial}^{\nu}-\overleftarrow{\partial}^{\nu}. \quad (5)$$

Выделим в лагранжиане (5) слагаемые, связанные с поляризуемостью нуклона: