Доклады Академии наук СССР
1972. Том 202, № 5

УДК 533.6.013.42

ГИДРОМЕХАНИКА

Член-корреспондент АН СССР Э. И. ГРИГОЛЮК, А. Г. ГОРШКОВ

ДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ НА УПРУГУЮ КОНИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ, ЗАКРЕПЛЕННУЮ В ЭКРАНЕ

Переходные процессы распространения волн деформации в упругих тонких конических оболочках, вызванные воздействием различного рода подвижных и ударных нагрузок, исследованы еще недостаточно. Небольшое число публикаций по этой проблеме объясняется большими математическими трудностями, с которыми приходится сталкиваться при ее изучении. Еще большие математические трудности возникают при анализе переходных процессов в погруженных в жидкость конических оболочках при действии на них ударных волн (наличие вершины, переменные коэффициенты в уравнениях движения оболочки).

В работе рассматривается простейший случай взаимодействия тонкой упругой усеченной конической оболочки с плоской акустической ступенчатой волной давления p_1, распространяющейся вдоль оси оболочки (осесимметричная задача). Предполагается, что оболочка закреплена в абсолютно жестком неподвижном коническом экране. Гидродинамическое давление p, действующее на оболочку, представляется в виде суммы трех слагаемых ([1]). Для определения составляющей суммарного давления p_2 (давление в волне, отраженной от жесткой и неподвижной оболочки) используются результаты работы ([2]), где решена осесимметричная задача дифракции акустической волны давления на жестком конусе произвольного угла раствора. Давление p_3 (обусловленное движением оболочки) учитывается приближенно на основании гипотезы плоского излучения. Таким образом, при действии ступенчатой волны давления на упругую коническую оболочку, вставленную в жесткий конический экран, выражение для суммарного давления p можно записать в форме

$$p = p_0 f(t, r, \theta_0) H(ct - r\cos\theta_0) \pm \rho c\dot{w}. \tag{1}$$

Здесь p_0 — давление на фронте падающей волны; f — функция, аппроксимирующая решение ([2]), r — радиус-вектор сферической системы координат с началом в вершине конуса, H — единичная функция Хевисайда, θ_0 — угол полураствора конуса, w — прогиб оболочки по нормали к срединной поверхности, ρ, c — плотность жидкости и скорость звука в ней. Функция f характеризует изменение давления $p_1 + p_2$ на жестком неподвижном конусе и учитывает дифракционные эффекты, связанные с вершиной конуса.

При составлении уравнений движения конической оболочки будем исходить из уточненных нелинейных уравнений теории тонких оболочек вращения типа С. П. Тимошенко ([3]). Для оболочки вращения за координаты можно принять длину дуги меридиана s и азимут ϑ. При осесимметричных деформациях оболочки состояние ее будет зависеть только от одной координаты s. Тогда нелинейные уравнения движения симметрично нагруженных оболочек вращения под действием внешнего давления p можно записать в форме

$$\begin{aligned}
\gamma\ddot{U} &= (N_1 - \varphi Q)' + \psi(N_1 - N_2 - \varphi Q) + k_1(Q + \theta N_1) + \varphi p^*(1-\mu^2)/k^2,\\
\gamma\ddot{W} &= (Q + \theta N_1)' + \psi(Q + \theta N_1) - k_1(N_1 - \varphi Q) - k_2 N_2 - p^*(1-\mu^2)/k^2,\\
\gamma\ddot{\varphi} &= -M_1' - \psi(M_1 - M_2) + k^3 Q/12.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь введены следующие безразмерные параметры:

$$U = u/h,\quad W = w/h,\quad \tau = ct/R,\quad k = h/R,$$

$$\gamma = \rho_0(1-\mu^2)c^2/E,\quad p^* = p/E,\quad \alpha = s/R,\quad k_1 = R/R_1,$$

$$N_i = (1-\mu^2)N_i^0/(Ehk),\quad Q = (1-\mu^2)Q^0/(Ehk),\quad k_2 = R/R_2, \tag{3}$$

$$M_i = 12(1-\mu^2)M_i^0/(Eh^2k),\quad \theta = k(W' - k_1 U),\quad \psi = A_2'/A_2,$$

где u, w — перемещения точек срединной поверхности оболочки вдоль меридиана и по нормали к срединной поверхности, φ — угол поворота нормали при деформации, N_i^0, M_i^0, $i = 1, 2$,— удельные нормальные усилия и моменты, действующие в срединной поверхности оболочки, Q^0 — удельная перерезывающая сила, h, R — толщина и характерный линейный размер оболочки, ρ_0, E, μ — плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки соответственно: A_2 — параметр Ламе ($A_1 = 1$).

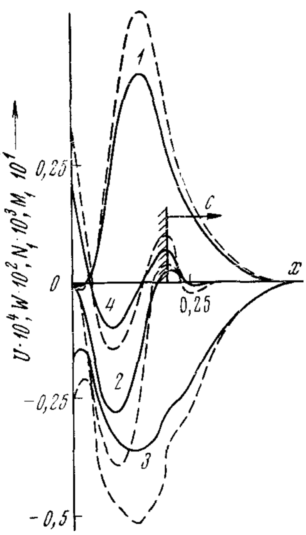

Рис. 1

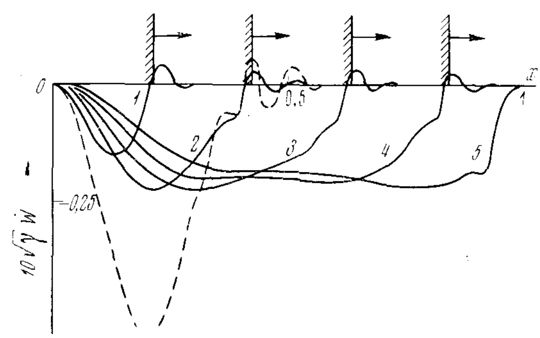

Рис. 2

Рис. 1. Эпюры перемещения U (*1*), нормального прогиба W (*2*), усилия N_1 (*3*) и момента M_1 (*4*) при $\tau = 0{,}15$

Рис. 2. Эпюры скоростей $\dot W$ для различных моментов времени τ: *1* — 0,15; *2* — 0,3; *3* — 0,45; *4* — 0,6; *5* — 0,75. Пунктиром показана кривая $\dot W$, вычисленная без учета давления излучения ($\tau = 0{,}3$)

Усилия и моменты с перемещениями U, W и углом поворота φ связаны соотношениями

$$N_1 = \varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2,\quad M_1 = -\varkappa_1 - \mu\varkappa_2\quad (1 \rightleftarrows 2),$$

$$\varepsilon_1 = U' + k_1 W + \theta^2/(2k),\quad \varepsilon_2 = \psi U + k_2 W, \tag{4}$$

$$\varkappa_1 = \varphi',\quad \varkappa_2 = \varphi\psi,\quad Q = (1-\mu)b^2(\theta - \varphi)/(2k),\quad b^2 = 0{,}86.$$

Соотношения (4) получены на основании закона Гука с учетом геометрической нелинейности для компонент деформации и сдвига в плоскости sz (ось z направлена в сторону внешней нормали); при этом предполагалось, что касательные напряжения по толщине оболочки распределены по параболическому закону.

В случае конической оболочки $R_1 = \infty$, $R_2 = s / \operatorname{tg} \beta$, $A_2 = s \cos \beta$, $R = (r_1 + r_2) / 2$, где β — угол наклона образующей к основанию, r_1 — радиус меньшего основания, r_2 — радиус большего основания.

За начальный момент времени $t = 0$ принимается момент достижения волной давления меньшего основания оболочки с координатой $\alpha_1 = s_1 / R$.

Уравнения движения (2) для случая жесткого защемления торцов при нулевых начальных условиях интегрировались методом прямых с использованием метода Кутта — Мерсона (с автоматическим выбором шага во времени). Алгоритм решения был запрограммирован на языке АЛГОЛ-60 и реализован на ЭВМ БЭСМ-6. Следует отметить, что при наличии в решениях фронтовых разрывов данный алгоритм не позволяет исследовать их достаточно точно.

Численные расчеты проводились для стальной оболочки, погруженной в воду, при давлении на фронте волны $p_0^* = p_0 / E = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$. Геометрические размеры оболочки: $\beta = 45°$, $k = 0{,}01$, $\alpha_1 = 0{,}915$, $\alpha_2 = s_2 / R = 1{,}915$, где α_2 — координата большего основания оболочки. При заданной геометрии волна давления пробегает оболочку за время $\tau = \sin \beta$.

На рис. 1 показаны эпюры перемешения U, нормального прогиба W, усилия N_1 и момента M_1 в момент времени $\tau = 0{,}15$ (где $x = \alpha - \alpha_1$ — относительное расстояние от меньшего основания оболочки). Вертикальной чертой отмечено положение фронта волны на оболочке. Для сравнения на этом же рисунке пунктиром показаны результаты соответствующих расчетов, выполненных без учета давления излучения ($p_3 = 0$).

Эпюры скоростей $\dot{W}$ для различных моментов времени представлены на рис. 2; положение фронта волны для этих моментов времени отмечено вертикальными линиями. При $\tau = 0{,}75$ положение фронта определяется координатой $x = 1{,}06$ (на рис. 2 она не приводится). Функция f во всех расчетах аппроксимировалась многочленом.

Численные расчеты проводились и для больших моментов времени, но для их обоснования необходимы дополнительные исследования относительно пределов применимости приближенных подходов к определению гидродинамических сил.

Авторы выражают благодарность В. М. Мяченкову за помощь при составлении алгоритма.

Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
31 VIII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. И. Григолюк, А. Г. Горшков, Взаимодействие слабых ударных волн с упругими конструкциями, Научн. тр. Инст. механики МГУ, № 2, 1970. [2] В. Б. Поручиков, ПММ, 32, в. 2, 319 (1968). [3] П. М. Огибалов, Вопросы динамики и устойчивости оболочек, М., 1963.