МАТРИЦА МЮЛЛЕРА ДЛЯ ПОГЛОЩАЮЩЕГО ГИРОТРОПНОГО КРИСТАЛЛА

Б.В.Бокуть, Г.С.Митюрич, В.В.Шепелевич
Гомельский госуниверситет и Мозырский пединститут

Матричный формализм описания взаимодействия световых пучков с кристаллами хорошо разработан [I - 3] и широко используется для расчета энергетических и поляризационных характеристик прошедшего или отраженного от среды света (см., например, [4, 5]).

Явный вид матриц Мюллера известен для прозрачных кристаллов различных классов симметрии, обладающих как естественной [6, 7], так и вынужденной [8, 9] гиротропией. В работе [I0] построена матрица Мюллера для поглощающей анизотропной оптически активной пластинки. При этом поглощение учитывалось лишь мнимой частью комплексного тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, хотя известно [II, I2], что поглощающая гиротропная среда, наряду с ε, характеризуется также комплексным псевдотензором второго ранга $\gamma = \gamma' + i\gamma''$, где γ' обычно определяет удельное вращение, а γ'' – циркулярный дихроизм. Кроме того, в [I0] пренебрегалось отражением света на границах среды, а двупреломление считалось малым.

В настоящем сообщении найдена матрица Мюллера для поглощающего одноосного гиротропного кристалла, учитывающая влияние кругового дихроизма. С помощью полученных соотношений исследуется поляризация прошедшего через кристалл света.

Метод построения матриц Мюллера [2, 4] требует знания коэффициентов преобразования a_i (i = I, 2, 3, 4), связывающих амплитуды падающей A_0, B_0 и прошедшей A, B световых волн. Используя решение граничной задачи [I3], для случая нормального падения электромагнитной волны к поверхности поглощающей гиротропной кристаллической пластинки, вырезанной параллельно оптической оси, запишем коэффициенты преобразования

$$a_1 = \frac{4nn_1}{\varkappa_1} \exp(-i\varphi_d),$$

$$a_2 = \frac{4inn_2 \tau \varkappa_3}{\varkappa_1 \varkappa_2} \exp(-i\varphi_d),$$

$$a_3 = \frac{4nn_2}{\varkappa_2} \exp(-i\varphi_d),$$

$$a_4 = \frac{4inn_1 \tau \varkappa_4}{\varkappa_1 \varkappa_2} \exp(-i\varphi_d). \qquad (I)$$

Здесь $n_1 = n_1' + in_1''$ и $n_2 = n_2' + in_2''$ – комплексные показатели преломления изонормальных волн в кристалле, $\tau = \underline{n}\,\underline{g}/(\varepsilon_e - \varepsilon_o)$, $\underline{g} = (S_p\gamma - \tilde{\gamma})\,\underline{n}$ – комплексный вектор гирации, $\underline{n}$ – единичный вектор волновой нормали, n – показатель преломления окружающей негиротропной среды,

$$\varkappa_1 = (n + n_1)^2 \exp(-i\varphi_1) + (n - n_1)^2 \exp(i\varphi_1), \qquad (2)$$

$$\varkappa_3 = n_1(n + \tau_2 n_2)(n + n_2)\exp(-i\varphi_2) + n_1(n - \tau_2 n_2)(n - n_2)\exp(i\varphi_2) -$$
$$-(nn_1 + n_2^2\tau_2)(n + n_1)\exp(-i\varphi_1) - (nn_1 - n_2^2\tau_2)(n - n_1)\exp(i\varphi_1), \qquad (3)$$

$$\tau_1 = 1 + \frac{[\underline{c}\,\underline{n}]\,\gamma\,[\underline{c}\,\underline{n}]}{\tau n_1^2}, \quad \tau_2 = 1 - \frac{\underline{c}\,\gamma\,\underline{c}}{\tau n_2^2},$$

$$\varphi_1 = \frac{\omega}{c} n_1 d, \quad \varphi_2 = \frac{\omega}{c} n_2 d, \quad \varphi_d = \frac{\omega}{c} n d,$$

$\underline{c}$ – единичный вектор оптической оси. Выражения для $\varkappa_2$ и $\varkappa_4$ получаются из (2) и (3) соответственно путем замены индексов I $\rightleftarrows$ 2.

Исходя из соотношений (I) и следуя [2, 4] , определим элементы матрицы Мюллера для эллиптически поляризованной электромагнитной волны с произвольным азимутом α , предварительно воспользовавшись матрицами прямого и обратного поворота [I] . Окончательно матрицу Мюллера можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{M} = D \begin{bmatrix} J_{11} ; & C J_{12} - S J_{13} ; & S J_{12} + C J_{13} ; & J_{14} \\ C J_{21} - S J_{31} ; & \begin{matrix} C^2 J_{22} + S^2 J_{33} - \\ - CS(J_{23} + J_{32}) \end{matrix} ; & \begin{matrix} C^2 J_{23} - S^2 J_{32} + \\ + CS(J_{22} - J_{33}) \end{matrix} ; & C J_{24} - S J_{34} \\ C J_{31} + S J_{21} ; & \begin{matrix} C^2 J_{32} - S^2 J_{23} + \\ + CS(J_{22} - J_{33}) \end{matrix} ; & \begin{matrix} C^2 J_{33} + S^2 J_{22} + \\ + CS(J_{23} + J_{32}) \end{matrix} ; & C J_{34} + S J_{24} \\ J_{41} ; & C J_{42} - S J_{43} ; & C J_{43} + S J_{42} ; & J_{44} \end{bmatrix} \quad (4)$$

В (4) введены обозначения: $D = 8n^2/|\varkappa_1 \varkappa_2|^2$, $C = \cos 2\alpha$, $S = \sin 2\alpha$, J_{ij} – элементы матрицы Мюллера, соответствующие нулевому азимуту падающего света

$$J_{11} = J_{22} = \alpha_+ , \quad J_{12} = J_{21} = \alpha_- , \quad J_{31} = -2\,\mathrm{Jm}(b + \Theta),$$

$$J_{33} = J_{44} = 2\,\mathrm{Re}\,\beta_0, \quad J_{34} = -J_{43} = 2\,\mathrm{Jm}\,\beta_0, \quad J_{32} = -2\,\mathrm{Jm}(b - \Theta),$$

$$J_{13} = -2\,\mathrm{Jm}\,\sigma_- , \quad J_{23} = 2\,\mathrm{Jm}\,\sigma_+ , \quad J_{41} = 2\,\mathrm{Re}(b - \Theta), \qquad (5)$$

$$J_{14} = 2\,\mathrm{Re}\,\sigma_- , \quad J_{24} = -2\,\mathrm{Re}\,\sigma_+ , \quad J_{42} = 2\,\mathrm{Re}(b + \Theta),$$

где

$$\alpha_\pm = |n_1 \varkappa_2|^2 \pm |n_2 \varkappa_1|^2 , \quad \beta_0 = n_1 n_2^* \varkappa_1^* \varkappa_2 ,$$

$$\sigma_\pm = n_1 n_2^* \left(\tau \varkappa_1^* \varkappa_4 \pm \tau^* \varkappa_2 \varkappa_3^* \right),$$

$$b = |n_1|^2 \tau \varkappa_2^* \varkappa_4 , \quad \Theta = |n_2|^2 \tau \varkappa_1^* \varkappa_3 . \qquad (6)$$

При вычислении матричных элементов J_{ij} сохранены лишь члены не выше первой степени по параметрам оптической активности.

Полученная матрица Мюллера для поглощающего одноосного оптически активного кристалла учитывает влияние многократных отражений от границ среды, пренебрежение которыми не всегда правомерно [I4, 9] . Однако применение формул (4) - (6) к конкретным расчетам затруднено ввиду их громоздкости и требует вычислений на ЭВМ. Поэтому представляет интерес рассмотрение некоторых частных случаев.

Полагая в решении граничной задачи [I3] амплитуды волн, отраженных от верхней и нижней поверхности пластинки, равными нулю и считая кристалл слабо анизотропным, вместо (5) находим

$$J_{11} = J_{22} = \frac{1}{2}\left(e^{-2\varphi_1''} + e^{-2\varphi_2''}\right), \quad J_{12} = J_{21} = \frac{1}{2}\left(e^{-2\varphi_1''} - e^{-2\varphi_2''}\right),$$

$$J_{13} = -J_{31} = 2k'' e^{-\delta''} (\cos\Delta' - \mathrm{ch}\,\Delta''),$$

$$J_{14} = J_{41} = -2\, e^{-\delta''} (k'' \sin\Delta' + k' \,\mathrm{sh}\,\Delta''), \qquad (7)$$

$$J_{23} = -J_{32} = 2\, e^{-\delta''} (k' \sin\Delta' - k'' \,\mathrm{sh}\,\Delta''),$$

$$J_{24} = J_{42} = 2k' e^{-\delta''} (\cos\Delta' - \mathrm{ch}\,\Delta''),$$

$$J_{33} = J_{44} = e^{-\delta''} \cos\Delta' , \quad J_{34} = -J_{43} = -e^{-\delta''} \sin\Delta' .$$

Здесь обозначено: $\Delta' = \varphi_2' - \varphi_1'$, $\delta'' = \frac{\omega}{c}(n_1'' + n_2'') d$, $k = n_2 \tau$,

$$\tau' = \frac{\underline{n}\, g' (\varepsilon_e' - \varepsilon_o') + \underline{n}\, g'' (\varepsilon_e'' - \varepsilon_o'')}{(\varepsilon_e' - \varepsilon_o')^2 + (\varepsilon_e'' - \varepsilon_o'')^2} ,$$

$$\tau'' = \frac{\underline{n}\,\underline{g}''(\varepsilon'_e - \varepsilon'_o) - \underline{n}\,\underline{g}'(\varepsilon''_e - \varepsilon''_o)}{(\varepsilon'_e - \varepsilon'_o)^2 + (\varepsilon''_e - \varepsilon''_o)^2} . \tag{8}$$

Соотношения (7) для матрицы Мюллера сравнительно просты и могут быть использованы для исследования состояния поляризации света, прошедшего через одноосный оптически активный дихроичный кристалл. В пренебрежении круговым дихроизмом при выполнении условий

$$|\varepsilon''_e - \varepsilon''_o| \ll |\varepsilon'_e - \varepsilon'_o|, \quad n''_2\, \underline{n}\,\underline{g}' \approx 0 \tag{9}$$

матрица (7) совпадает с выражением, полученным в [I0].

Воспользовавшись найденным результатом, определим угол поворота большой оси эллипса поляризации χ и эллиптичность $\left(\frac{b}{a}\right)$ прошедшего через кристалл света. Для произвольного азимута поляризации α падающей эллиптически поляризованной электромагнитной волны с помощью (7) получим

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{[\operatorname{tg}2\alpha\cos\Delta' - 2(k'\sin\Delta' - k''\operatorname{sh}\Delta'')]\cos2\beta + [2k''(\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta') + \sin\Delta'\sin2\beta]/\cos2\alpha}{[\operatorname{ch}\Delta'' - 2(k''\operatorname{sh}\Delta'' + k'\sin\Delta')\operatorname{tg}2\alpha]\cos2\beta + [\operatorname{sh}\Delta'' + 2k'(\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')\sin2\beta]/\cos2\alpha}, \tag{I0}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2}\left|\frac{(\sin\Delta'\sin2\alpha - \cos\Delta'\operatorname{tg}2\beta)\cos2\beta - 2k'[\operatorname{sh}\Delta'' + (\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')\cos2\beta\cos2\alpha] - 2k''\sin\Delta'}{\operatorname{ch}\Delta'' + \operatorname{sh}\Delta''\cos2\beta\cos2\alpha + 2k''[\sin\Delta'\sin2\beta - (\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')\cos2\beta\sin2\alpha] + 2k'\operatorname{sh}\Delta''\sin2\beta}\right|, \tag{II}$$

где β – эллиптичность падающего света, $\Delta'' = \varphi''_2 - \varphi''_1$.

Проанализируем зависимость величин χ и $\left(\frac{b}{a}\right)$ от эллиптичности и азимута светового пучка.

Для линейной поляризации ($\beta = 0$) формулы (I0) и (II) значительно упрощаются

$$\operatorname{tg}2\chi = \frac{\operatorname{tg}2\alpha\cos\Delta' - 2k'\sin\Delta' + 2k''[\operatorname{sh}\Delta'' + (\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')/\cos2\alpha]}{\frac{1}{2}\operatorname{tg}2\alpha(e^{\Delta''}\operatorname{ctg}\alpha - e^{-\Delta''}\operatorname{tg}\alpha) + 2\operatorname{tg}2\alpha(k'\sin\Delta' + k''\operatorname{sh}\Delta'')}, \tag{I2}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right) = \left|\frac{k''\sin\Delta' + k'[\operatorname{sh}\Delta'' + (\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')\cos2\alpha] - \frac{1}{2}\sin\Delta'\sin2\alpha}{\operatorname{ch}\Delta'' + \operatorname{sh}\Delta''\cos2\alpha - 2k''(\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')\sin2\alpha}\right| . \tag{I3}$$

Из (I2) и (I3) следует, что угол χ и эллиптичность $\left(\frac{b}{a}\right)$ существенно зависят не только от двупреломления, двупоглощения, удельного вращения, но и от кругового дихроизма. В отсутствие кругового дихроизма ($k'' = 0$, что реализуется при выполнении условия (9)) выражение (I2) совпадает с приведенным в [I5] .

Для циркулярно поляризованного падающего света ($\beta = \pm\pi/4$) из (I0) и (II) следуют простые выражения

$$\operatorname{tg}2\chi_\pm = \frac{k''(\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta') \pm \frac{1}{2}\sin\Delta'}{\frac{1}{2}\operatorname{sh}\Delta'' \pm k'(\operatorname{ch}\Delta'' - \cos\Delta')} , \tag{I4}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)_\pm = \frac{1}{2}\left|\frac{k''\sin\Delta' + k'\operatorname{sh}\Delta'' \pm \frac{1}{2}\cos\Delta'}{\frac{1}{2}\operatorname{ch}\Delta'' \pm (k''\sin\Delta' + k'\operatorname{sh}\Delta'')}\right| , \tag{I5}$$

позволяющие вычислять компоненты комплексного тензора оптической активности по экспериментально измеренному углу поворота большой оси эллипса поляризации $\chi_\pm$ и эллиптичности $\left(\frac{b}{a}\right)_\pm$ прошедшего через среду света.

Рассматривая случай, когда электрический вектор падающей волны поляризован параллельно и перпендикулярно главной плоскости, что соответствует значениям углов $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$, приходим к соотношениям

$$\operatorname{tg}2\chi_{\perp,\parallel} = -2e^{\pm\Delta''}[k'\sin\Delta' \pm k''(e^{\mp\Delta''} - \cos\Delta')] ,$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)_{\perp,\parallel} = \left| e^{\pm\Delta''}\left[k'\left(e^{\mp\Delta''} - \cos\Delta'\right) \mp k''\sin\Delta'\right]\right|,$$

полученным в [I6] .

При изучении анизотропных свойств кристаллов, например, в случае определения параметров двупреломления, оптической активности, измерений при двух ортогональных поляризациях падающего света ($\alpha = 0$, $\alpha = \pi/2$) иногда становится недостаточно [I5] . В таких случаях использование выражений (IO)-(I3) позволяет найти недостающие параметры кристалла путем дополнительного экспериментального измерения угла χ и эллиптичности $\left(\frac{b}{a}\right)$.

Литература

I.Шерклифф У.Поляризованный свет.-М.:Мир,I965.-264с.

2.Ван де Хюлст Г.Рассеяние света малыми частицами.-М.: ИЛ,I96I.-536с.

3.Джеррард А.,Берч Дж.М.Введение в матричную оптику.-М.:Мир,I978.-34Iс.

4.Reiniger Von S. Eine Müller-Matrix zur Beschreibung von Transmission und Reflexion. – Optik, I970,Bd.34,№I, S.22-30.

5. Holoubek J. The use of Mueller matrices in the intensity methods of birefringence measurements. – Czech. J. Phys. ,I974, V.B24, p.II62-II67.

6.Гречушников Б.Н.,Константинова А.Ф.Матрица Мюллера для оптически активных кристаллов.-Кристаллография,I97I, т.I6,вып.2,с.448-449.

7. Royer Donald I. Polarized absorption spectroscopy of anisotropic single crystals. – Inorg. Chem., I978, V.I7,No.2, p.5I2-5I4.

8.Тронько В.Д.Эффект Фарадея и влияние многократного отражения внутри плоскопараллельной магнитооптически активной пластинки.-Опт. и спектр.,I969,т.26,№3,с.484-487.

9.Гиргель С.С.Матрицы Джонса и Мюллера плоскопараллельной пластинки из прозрачного магнитоупорядоченного кристалла. -ЖПС,I980,т.32,вып.3,с.532-535.

IO.Константинова А.Ф.,Гречушников Б.Н.Распространение света в поглощающих активных кристаллах.-Кристаллография, I973,т.I8,вып.3,с.470-473.

II.Бокуть Б.В.,Сердюков А.Н.,Шепелевич В.В.К феноменологической теории поглощающих оптически активных сред.-Опт. и спектр.,I974,т.37,вып.I,с.I20-I24.

I2.Федоров Ф.И.Теория гиротропии.-Минск:Наука и техника,I976.-456с.

I3.Бокуть Б.В.,Сердюков А.Н.,Шепелевич В.В.К определению параметров оптической активности поглощающих кристаллов. -Кристаллография,I974,т.I9,вып.4,с.688-69I.

I4.Барковский Л.М.,Жилко В.В.О вкладе в поляризацию оптической несогласованности некоторых часто применяемых анизотропных материалов.-ЖПС,I979,т.3I,вып.5,с.883-887.

I5.Гречушников Б.Н.,Константинова А.Ф.,Ломако И.Д.,Калинкина И.Н.Проявление оптической активности и поглощения в двупреломляющих кристаллах при различных азимутах поляризации падающего света.-Кристаллография,I980,т.25,вып.3,с.603-606.

I6.Константинова А.Ф.,Шепелевич В.В., Бокуть Б.В. и др. Особенности проявления оптической активности в поглощающих кристаллах.-Кристаллография,I976,т.2I,вып.6,с.II08-III2.