

УДК 533.916

ФИЗИКА

А. А. ИВАНОВ, В. Ф. МУРАВЬЕВ

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ИОННО-ЦИКЛОТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОПЕРЕЧНЫМ ТОКОМ

(Представлено академиком Е. К. Завойским 18 XI 1970)

Представляет определенный интерес турбулентный нагрев плазмы с помощью ионно-циклотронных колебаний в установках типа «Токамак» в условиях магнитно-звукового резонанса ⁽¹⁾. Параметры установки могут быть такими, что частота магнитно-звукового резонанса окажется существенно ниже ионной циклотронной частоты ω_{Hi} . Тогда дрейфовые токи прямой магнитно-звуковой волны, поперечные по отношению к постоянному магнитному полю H_0 , можно считать квазистационарными по отношению к циклотронным колебаниям. В связи с этим и решается задача о возбуждении потенциальных ионно-циклотронных колебаний постоянным поперечным током.

Дисперсионное уравнение циклотронных колебаний вблизи ω_{Hi} при условиях $\gamma < \omega_{Hi}$; $k_{\parallel} v_i < \omega_{Hi}$; $\mu_e = k_{\perp}^2 \rho_e^2 = k_{\perp}^2 T_e / (m \omega_{He}^2) \ll 1$ имеет вид ⁽²⁾

$$\begin{aligned} -1 - \frac{k_{\perp}^2 \rho_e^2}{k^2 d_e^2} - \frac{1 - k_{\perp}^2 \rho_e^2}{k^2 d_e^2} \left[1 + \right. \\ \left. + i \sqrt{\pi} \frac{\tilde{\omega}}{k_{\parallel} v_e} W \left(\frac{\tilde{\omega}}{k_{\parallel} v_e} \right) \right] = \frac{1}{k^2 d_i^2} \left[1 + \right. \\ \left. + i \sqrt{\pi} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_i} e^{-\mu_i} I_1(\mu_i) W \left(\frac{\omega - \omega_{Hi}}{k_{\parallel} v_i} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $W(z)$ — функция Крампа, табулированная в ⁽³⁾. $I_1(\mu_i)$ — модифицированная функция Бесселя, $\tilde{\omega} = \omega - (ku)$, u — токовая скорость электронов в системе координат, связанной с ионами. Остальные обозначения общепринятые.

Приведем качественные оценки для границы кинетической неустойчивости, вытекающие из уравнения (1). При условиях $|\tilde{\omega}| / (k_{\parallel} v_e) < 1$; $(\omega - \omega_{Hi}) / (k_{\parallel} v_i) > 1$ уравнение имеет решение

$$\begin{aligned} \omega = \omega_{Hi} \left[1 + \frac{T_e}{T_i} e^{-\mu_i} I_1(\mu_i) \left(1 + i \sqrt{\pi} \frac{ku - \omega_{Hi}}{k_{\parallel} v_e} \right) \right], \quad T_e \ll T_i, \\ \omega = \omega_{Hi} \left[1 + e^{-\mu_i} I_1(\mu_i) \left(1 + i \sqrt{\pi} \frac{T_i}{T_e} \frac{ku - \omega_{Hi}}{k_{\parallel} v_e} \right) \right], \quad T_e \gg T_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Отсюда, учитывая приведенные неравенства, можно получить критерии

$$\begin{aligned} \frac{u}{v_i} \gtrsim \frac{1}{\mu_i^{1/2} e^{-\mu_i} I_1(\mu_i)} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2} \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2}, \quad T_e \ll T_i, \\ \frac{u}{v_i} \gtrsim \frac{1}{\mu_i^{1/2} e^{-\mu_i} I_1(\mu_i)} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \sim (2\pi)^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2}, \quad T_e \gg T_i. \end{aligned} \quad (3)$$

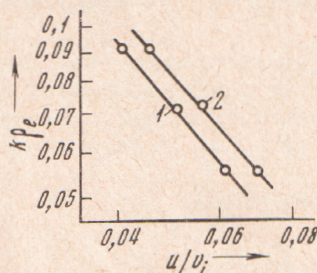


Рис. 1. Область «гидродинамической» неустойчивости при $T_e / T_i = 10^{-2}$, $k_{\parallel} / k = m / M$, $\omega_{pe}^2 / \omega_{He}^2 = 1$; $\delta = (\omega - \omega_{Hi}) / \omega_{Hi} = -3 \cdot 10^{-2}$ (1); $\delta = 5 \cdot 10^{-2}$ (2)

Если электроны холодные ($|\bar{\omega}|/(k_{\parallel}v_e) \gg 1$), то их движение можно описывать гидродинамически. Тогда уравнение (1) при $\mu_i \gg 1$ принимает вид

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} + \frac{1}{k^2 d_i^2} = \frac{\omega_{pe}^2 k_{\parallel}^2 / k^2}{\omega^2 - 3/2 k_{\parallel}^2 v_e^2} + \frac{1}{k^2 d_i^2} \frac{4}{\sqrt{2\pi\mu_i}} \frac{\omega}{\omega - \omega_{Hi}}. \quad (4)$$

Решая кубическое уравнение (4) графически, можно построить границу неустойчивости в плоскости безразмерных параметров $k\rho_e$ и u/v_i . На рис. 1 показана область «гидродинамической» неустойчивости при $T_e/T_i = 10^{-2}$; $k_{\parallel}/k = m/M$. Видно, что начинают возбуждаться колебания $\omega < \omega_{Hi}$. С ростом скорости растет инкремент и меняется ω . Из рис. 1 можно определить минимальную скорость, необходимую для начала неустойчивости ($u_{\min}/v_i = 4 \cdot 10^{-2}$).

Точные границы кинетической неустойчивости определяются из уравнения (1) путем его графического решения (4).

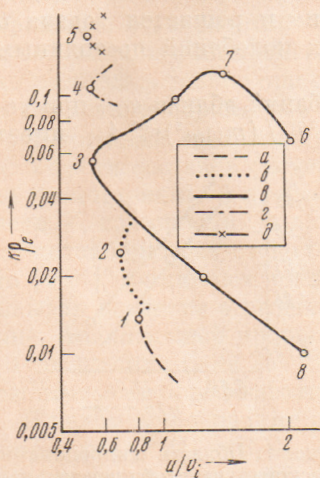


Рис. 2

Рис. 2. Граница области неустойчивых колебаний $u(k\rho_e)$ при $k_{\parallel}/k = \sqrt{m/M}$, $\rho_e = d_e$ и отношении температур электронов и ионов T_e/T_i :

$a - 1/9$, $b - 1/4$, $c - 1$, $d - 4$, $e - 9$;

	1	2	3	4	5	6	7
$-x_e$	0,6	0,39	0,09	0,011	0,003	2,6	1,53
x_i	0,56	0,97	1,91	2,7	3	2,6	1,3

Рис. 3. Границы области неустойчивых колебаний $u(k\rho_e)$ при $k_{\parallel}/k = m/M$, $\rho_e = d_e$ и различных T_e/T_i : $a - 10^{-2}$, $b - 1$, $c - 4$;

	1	2	3	4	5	В семействе b ($T_e/T_i = 1$)				
$-x_e$	0,03	7	2,8	7	8	1'	2'	3'	4'	
x_i	2	-4	-0,3	27	6	γ/ω_{Hi}	0	0,01	0,024	0,04

В комплексной плоскости находятся пересечения кривых, соответствующих левой и правой частям (1), построенных как функции от $x_e =$

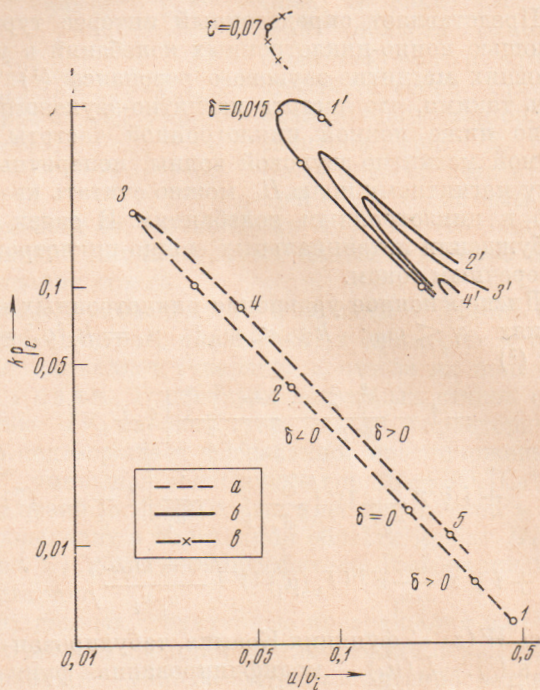


Рис. 3

$= (\omega - ku) / k_{\parallel} v_e$ и $x_i = (\omega - \omega_{Hi}) / k_{\parallel} v_i$ при фиксированном $\gamma \equiv \text{Im } \omega \geq 0$. Оказывается, что такие пересечения, т. е. неустойчивые решения (1), возможны лишь при $x_e < 0$. По найденным точкам пересечения (x_e^*, x_i^*) при фиксированных T_e/T_i , kr_e в соответствии с определением x_e , x_i находятся скорости, соответствующие неустойчивости с заданными γ и $k_{\parallel}/k$, и соответствующие частоты

$$\frac{u}{v_i} = \frac{\omega_{Hi}}{kv_i} + x_i^* \left(\frac{k_{\parallel}}{k} \right) \left(1 - \frac{x_e^*}{x_i^*} \sqrt{\frac{T_e M}{T_i m}} \right); \quad \delta \equiv \frac{\omega - \omega_{Hi}}{\omega_{Hi}} = x_i^* \left(\frac{k_{\parallel}}{k} \right) \frac{kv_i}{\omega_{Hi}}. \quad (5)$$

На рис. 2 показана кривая $u = u(kr_e)$, ограничивающая область неустойчивых колебаний, при $k_{\parallel}/k = \sqrt{m/M}$, $\rho_e = d_e$, $T_e/T_i = 1$. Чтобы определить минимальные пороговые скорости при других T_e/T_i , построены лишь части подобных кривых вблизи минимума u . На рис. 3 построены аналогичные кривые для $k_{\parallel}/k = m/M$ и $T_e/T_i = 10^{-2}$; 1; 4. Кроме того, для $T_e/T_i = 1$ найдены границы, соответствующие различным γ , по которым можно судить о величине инкремента вблизи порога неустойчивости.

Минимизируя u по kr_e , можно построить зависимость $u_{\min}$ от T_e/T_i при разных $k_{\parallel}/k$ (рис. 4).

Из приведенных рисунков и качественных оценок можно сделать вывод, что для возбуждения циклотронных колебаний поперечным током с заметным инкрементом требуются токовые скорости, значительно меньшие тепловой скорости ионов.

Авторы выражают благодарность Л. И. Рудакову за предложенную задачу и Н. М. Умрихину за помощь в проведении численных расчетов.

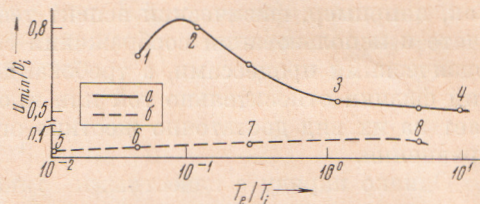


Рис. 4. Зависимость минимальной пороговой скорости от T_e/T_i при $k_{\parallel}/k = \sqrt{m/M}$ (а) и $k_{\parallel}/k = m/M$ (б)

1	2	3	4	5	6	7	8
δ	-0,01	0,013	0,11	0,17	0,013	-0,01	0,006 0,07

Московский физико-технический институт
г. Долгопрудный Моск. обл.

Поступило
2 IX 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. Л. Вдовин, И. А. Кован и др., Докл. на Международн. совещ. по тороидальным системам, Дубна, октябрь, 1969. ² В. И. Арефьев, Диссертация, М., 1969. ³ В. Н. Фаддеева, Н. М. Терентьев, Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента, М., 1954. ⁴ E. A. Jackson, Phys. Fluids, 3, 786 (1960).