

Ю. М. ПОЧТМАН

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ
НА ИХ ДИНАМИЧЕСКИЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

(Представлено академиком Ю. Н. Работновым 8 IX 1971)

Рассматривается оптимальное (по весу) проектирование упругих конструкций при динамических нагрузках, когда на величины перемещений напряжений и частот собственных колебаний наложены определенные ограничения. Поставленная задача при установившемся режиме колебаний интерпретируется как задача математического программирования, а для ее решения с помощью ЭЦВМ применяется один из универсальных методов оптимизации — метод случайного поиска (¹).

1. Задача математического программирования для указанной проблемы может быть в общем виде сформулирована следующим образом: минимизировать целевую функцию (вес конструкции)

$$G = G(X) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\max_{t > 0} \{ \max_{\text{все } Y} [|f(X, Y, t)| - f^*] \} \leq 0, \quad (2)$$

$$\max_{t > 0} \{ \max_{\text{все } Y} [|\sigma(X, Y, t)| - \sigma^*] \} \leq 0, \quad (3)$$

$$\omega^{\min} \leq \omega_i \leq \omega^{\max} \quad (\text{для всех } Y), \quad i = 1, \dots, p, \quad (4)$$

$$x_k^{\min} \leq x_k \leq x_k^{\max}, \quad k = 1, \dots, m, \quad (5)$$

где $X = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_m\}$ — вектор управляемых параметров, t — временной параметр, Y — пространственный параметр, характеризующий положение произвольной точки конструкции, f — перемещение точки Y , f^* — верхний предел этого перемещения, σ — напряжение в точке Y , σ^* — допускаемое напряжение (предел текучести материала). Условие (4) — ограничение, по которому собственные частоты конструкции ω_i не должны принадлежать некоторым диапазонам частот, а условие (5) — геометрические ограничения на управляемые параметры. Так как (4) — (5) в общем случае нелинейны, то мы имеем дело с задачей нелинейного программирования и, кроме того, ограничения (2), (3) являются параметрическими (в конкретных задачах желательно исключить время t из ограничений, а от параметра Y избавиться путем наложения ограничений лишь на перемещения отдельных точек конструкции).

2. Такого класса задачи могут быть успешно решены методом случайного поиска (¹). Для многомерных задач весьма эффективным является пропорциональный алгоритм покоординатного самообучения с забыванием. Реализация этого алгоритма начинается в обстановке равновероятного поиска. Из некоторой точки $X \in R$ в пространстве оптимизируемых параметров делается шаг в случайном направлении. В том случае, если в новом состоянии значение целевой функции $G(X_{i+1})$ окажется меньше, чем в предыдущем, следующий случайный шаг производится из найденного нового состояния X_{i+1} ; в противном случае следующий случайный шаг система поиска делает из первоначального состояния. Координаты вектора X меняются следующим образом:

$$x_{i+1} = x_j - \Delta x_{i+1}, \quad \Delta x_{i+1} = c \Xi_i, \quad x_j = x_i, \quad \text{если } G(x_i) < G_j^*, \quad (6)$$

где c — длина рабочего шага по параметру, Ξ — реализация случайного

вектора, x_j — оптимальные значения параметров за j предыдущих шагов, G_j^* — минимальное значение целевой функции за j предыдущих шагов. Будем находить составляющую вектора Ξ из соотношения

$$\xi_i = \alpha_i + (\beta_i - \alpha_i)x_{\text{пс.ч}}, \quad (7)$$

где ξ_i — случайное число, равномерно распределенное на отрезке $[\alpha_i, \beta_i]$, $x_{\text{пс.ч}}$ — псевдослучайное число, равномерно распределенное на $[0,1]$.

Пусть вероятность выбора положительного шага вдоль i -й переменной p_i является линейной функцией некоторого параметра $\omega_i^{(N)}$, который назовем параметром памяти по i -й координате на N -м шаге поиска,

$$p_i^{(N)} = 0,5 (\omega_{i-1}^{(N)} + 1), \quad (8)$$

тогда

$$\alpha_i = \begin{cases} -1 & , \text{ если } p_i < 0,5, \\ -1 + (p_i - 0,5) \cdot 2 & , \text{ если } p_i \geq 0,5; \end{cases} \quad (9)$$

$$\beta_i = \begin{cases} 1 & , \text{ если } p_i \geq 0,5, \\ 1 + (p_i - 0,5) \cdot 2 & , \text{ если } p_i < 0,5. \end{cases} \quad (10)$$

Алгоритм с забыванием можно представить в виде ⁽¹⁾

$$\omega_i^{(N+1)} = K\omega_i^{(N)} - \nu \Delta x_i^{(N)} \Delta G_N, \quad |\omega_i^{(N)}| < 1, \quad (11)$$

где $\nu > 0$ — величина, определяющая скорость обучения; $0 \leq K \leq 1$ — параметр забывания. В районе цели система самонастраивается: шаг поиска и величины ΔG_N и $\Delta x_i^{(N)}$ уменьшаются, а влияние второго члена в (3), (8) становится незначительным. Это приводит к тому, что система «теряет опыт», вектор памяти начинает уменьшаться до нуля и т. д.

3. В качестве объекта для иллюстрации предлагаемого подхода выбрана задача снятия трехслойных пластин при свободных колебаниях. Рассматривается опертая по контуру трехслойная пластина длиной l и шириной b , имеющая толщину внешних и внутренних слоев (заполнителя) δ и $2h$ и плотности их материалов ρ_n и ρ_3 соответственно. Принимая в качестве управляемых параметров величины δ и h и обозначая их через x_1 и x_2 , получаем задачу нелинейного программирования: найти

$$\min G = 2ab(\rho_n x_1 + \rho_3 x_2)$$

при ограничениях вида (4) и (5);

на величину частоты основного тона свободных колебаний ⁽²⁾:

$$\frac{\pi^2}{\omega_*^2 b^2} \frac{b^2/a^2 + 1}{\sqrt{1 + \lambda(a^2/b^2 + 1)}} \sqrt{\frac{B(x_2 + x_1/2)^2}{\rho_n x_1 + \rho_3 x_2}} \geq k,$$

где ω_* — заданное значение частоты, $k = \omega / \omega_*$, $B = E x_1^2 / (1 - \mu^2)$, $\lambda = \pi^2 B x_2 / (G_3 b^2)$, G_3 — модуль сдвига заполнителя;

на геометрические размеры:

$$x_1^{\min} \leq x_1 \leq x_1^{\max}, \quad x_2^{\min} \leq x_2 \leq x_2^{\max}.$$

Для числового примера принимались следующие значения постоянных величин: $a, b = 100$ см; $\rho_n = 0,27 \cdot 10^{-2}$ кг/см²; $\rho_3 = 0,1 \cdot 10^{-3}$ кг/см²; $\mu = 0,3$; $G_3 = 245,0$ кг/см²; $E = 6,96 \cdot 10^5$ кг/см² и $k = 1,0$ при $\omega_* = 1,5$ гц. Задача решалась на ЭЦВМ «Мир» с использованием стандартной программы получения псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на отрезке. Исходный рабочий шаг по координате принимался $c = 0,2$, затем он дробился до $1/32$ с. Алгоритм (11) реализовывался при параметрах поиска $K = 0,8$ и $\nu = 50,0$. В результате решения найдены искомые оптимальные значения $\delta = 0,017$ см; $h = 0,47$ см и $G_{\min} = 1,89$ кг.

Днепропетровский инженерно-строительный институт

Поступило
1 VII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. А. Растрингин, Статистические методы поиска, М., 1968. ² А. Я. Александров, Л. Э. Брюккер и др., Расчет трехслойных панелей, М., 1960. ³ Ю. М. Почтман, Г. В. Филатов, Докл. АН УССР, сер. А, № 2, 163 (1971).