Доклады Академии наук СССР
1972. Том 203, № 3

УДК 532.582.7

ГИДРОМЕХАНИКА

Е. П. МЕДНИКОВ

ПОПЕРЕЧНАЯ МИГРАЦИЯ ЧАСТИЦ, ВЗВЕШЕННЫХ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

(Представлено академиком И. В. Петряновым-Соколовым 21 IV 1971)

По существующим в механике аэрозолей и суспензий представлениям ([1, 2]) движение частиц, взвешенных в турбулентном потоке газа или жидкости, складывается из поступательного движения с осредненной скоростью течения среды, беспорядочного перемещения совместно с несущими их пульсационными молями и стохастического колебательного движения относительно самих молей. В грубодисперсных аэрозолях и суспензиях к ним присоединяется оседание частиц книзу под действием силы тяжести.

Ниже, на примере аэрозоля, доказывается, что в любом турбулентном потоке с поперечным сдвигом помимо перечисленных форм движения взвешенных частиц существует еще одна — поперечная миграция частиц — с механизмом, отличным от механизма миграции частиц в стационарном и пульсирующем ламинарных потоках ([3, 4]), и со скоростью, намного превосходящей близ стенок скорость их гравитационного оседания.

Рассмотрим движение взвешенной частицы в поле радиальных пульсационных скоростей турбулентного потока в трубе радиуса R. Кривая распределения среднеквадратичного значения $\bar{v}$ этих скоростей по поперечному сечению трубы представляет скругленную сверху трапецию с небольшой вогнутостью в центральной части потока (см. ([5]), рис. 7.32). Приближенно указанную кривую описывает эмпирическая формула ([6])

$$\bar{v}_+ = \bar{v} / u_* = y_+ / (10 + y_+), \qquad (1)$$

где $y_+ = yu_* / \nu$ — безразмерное расстояние до стенки, u_* — динамическая скорость («скорость трения») газа: $u_* = u\sqrt{\lambda / 8}$ (u — средняя скорость течения, λ — коэффициент сопротивления трения), для гладких труб при $\mathrm{Re}_D \leqslant 10^5$, когда по Блазиусу $\lambda = 0{,}3164 / \mathrm{Re}_D^{1/4}$, $u_* \simeq 0{,}2u / \mathrm{Re}_D^{1/8}$ (Re_D — число Рейнольдса для потока, $\mathrm{Re}_D = 2Ru / \nu$, где ν — кинематическая вязкость газа). В графическом виде рассматриваемое поле скоростей представлено на рис. 1*а* (кривая *1*); особенностью этого поля является сильная неоднородность, особенно в пограничном слое.

Уравнение движения аэрозольной частицы в поле турбулентных пульсаций в стоксовском приближении можно представить в виде

$$dv_p / dt + \beta v_p = \beta v + \gamma\, dv / dt, \qquad (2)$$

где v — скорость пульсационного движения газа, v_p — скорость частицы, t — время, $\beta = 1 / \tau$ — фактор инерционности частицы, $\gamma \simeq 3\rho / (2\rho_p)$ — фактор плотности среды, $\tau = 2\rho_p r^2 / (9\eta)$ — время релаксации частицы, r и ρ_p — радиус и плотность частицы, ρ и η — плотность и динамическая вязкость газа соответственно.

Вначале рассмотрим движение частицы в пределах одного периода пульсаций несущего ее моля газа, положив при этом, что в ходе пульсаций частицы среды слабо отклоняются от начального положения y_0; тогда скорость среды v в первом приближении можно представить простой гармонической функцией времени

$$v = V \sin \omega t, \qquad (3)$$

где V — амплитудное значение скорости в точке y_0, а ω — частота пульсаций моля.

Смещение частиц среды от точки y_0 в этом случае описывается уравнением

$$y - y_0 = \int_0^t v\,dt = \frac{V}{\omega}(1 - \cos\omega t). \qquad (4)$$

Подстановка (3) в (2) приводит к уравнению, идентичному уравнению движения частицы в звуковом поле, с решением при $\rho \ll \rho_p$ [7]

$$v_p = \mu_p V \sin(\omega t - \varphi), \qquad (5)$$

где $\mu_p = 1/(1 + \omega^2\tau^2)^{1/2}$ — степень увлечения частиц средой, а $\varphi = \operatorname{arc\,tg}\,\omega\tau$ — угол сдвига фазы колебаний частицы.

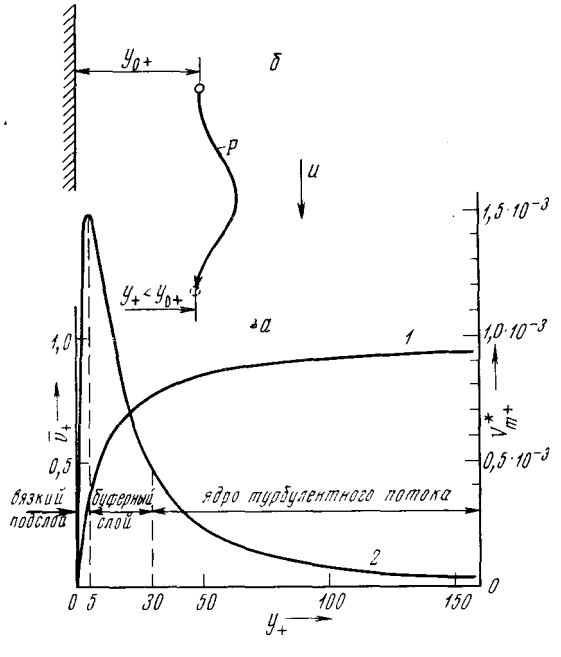

Рис. 1. Кривые распределения скоростей (*а*) и траектория движения взвешенной частицы (*б*). *1* — безразмерная скорость радиальных пульсаций газа ($\bar{v}_+$), *2* — приведенная безразмерная скорость поперечной миграции взвешенной частицы $\left(V^*_{m+} = V_{m+} \Big/ \frac{1}{15}\left(\frac{\rho_p}{\rho}\right)^{1/2} \frac{\mathrm{Re}_d \mathrm{Re}_D^{1/4}}{1 + \omega_L\tau}\right)$, *P* — траектория движения взвешенной частицы

Для пульсаций с амплитудой скорости V, равной амплитуде среднеквадратичного значения $\bar{v}$ в данной точке (см. (1)), т. е. $V = \sqrt{2}\bar{v}$, уравнение (5) дает

$$v_p = \frac{\sqrt{2}\,y_+}{10 + y_+} u_* \mu_p \sin(\omega t - \varphi), \qquad (6)$$

откуда, учитывая (4), получаем для среднего смещения частицы от исходной точки

$$y_p - y_0 = \frac{\sqrt{2}\,y_+}{10 + y_+} \frac{u_*}{\omega} \mu_p \times [1 - \cos(\omega t - \varphi)]. \qquad (7)$$

Расчет по этой формуле показывает, что отклонение аэрозольных частиц от исходной координаты в пристеночной области обычно столь значительно, что полагать $V = \mathrm{const}$ можно либо лишь при больших y_+, либо малых μ_p (грубодисперсные аэрозоли).

Чтобы учесть изменение амплитуды скорости обтекания частицы, связанное с изменением ее координаты, разложим (1) в ряд относительно y_{0+} *:

$$\bar{v}_+ = \frac{y_+}{10 + y_+} = \frac{y_{0+}}{10 + y_{0+}} + \frac{10}{(10 + y_{0+})^2}(y_{p+} - y_{0+}), \qquad (8)$$

где $(y_{p+} - y_{0+})$ — безразмерное смещение частицы, определяемое в первом приближении формулой (7), дополненной множителем u_*/ν.

Подстановка (8) в (3) с учетом, что $V = \sqrt{2}\bar{v}_+ u_*$, $\cos\varphi = \mu_p$, а $\sin\varphi = \mu_g$ (μ_g — степень обтекания частицы, $\mu_g = \omega\tau/(\omega^2\tau^2 + 1)^{1/2}$), дает

* Подобный прием иногда используется в нелинейной акустике (см., например, [8]); в [9] он применен при анализе одной из разновидностей дрейфа аэрозольных частиц в звуковом поле [7].

второе приближение для скорости среды в точке нахождения взвешенной частицы:

$$v = \frac{\sqrt{2}\, y_{0+}}{10 + y_{0+}} u_* \sin \omega t + \frac{20 y_{0+}}{(10 + y_{0+})^3} \frac{u_*^3}{\omega \nu} \mu_p \sin \omega t - $$
$$- \frac{10 y_{0+}}{(10 + y_{0+})^3} \frac{u_*^3}{\omega \nu} \mu_p^2 \sin 2\omega t - \frac{20 y_{0+}}{(10 + y_{0+})^3} \frac{u_*^3}{\omega \nu} \mu_p \mu_g \sin^2 \omega t. \qquad (9)$$

Особенностью этого приближения является наличие второй гармонической составляющей (третий член) и отрицательного квадрата первой гармонической составляющей (четвертый член). Последнее означает появление однонаправленного движения среды в точке нахождения частицы, увлекающего ее в сторону стенки.

Величину скорости миграции частиц, вызываемой этим движением среды, можно определить, подставляя четвертый член уравнения (9) в (2) и усредняя затем решение по периоду колебания. В результате после исключения быстро спадающих со временем экспоненциальных (неустановившихся) слагаемых получаем для скорости миграции частицы

$$\bar{v}_{pm} = - \frac{10 \mu_p \mu_g y_{0+}}{(10 + y_{0+})^3} \frac{u_*^3}{\omega \nu}. \qquad (10)$$

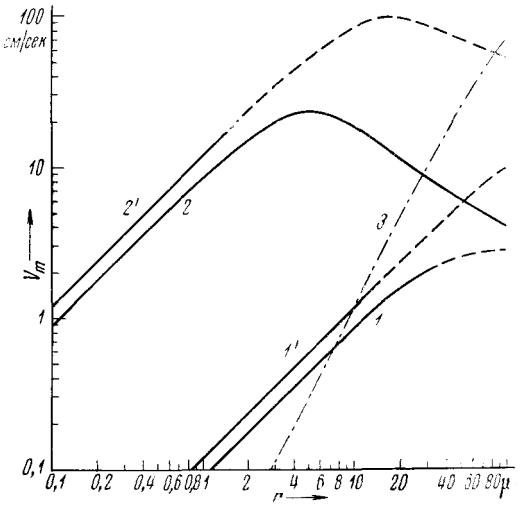

Рис. 2. Пиковая скорость поперечной миграции аэрозольных частиц единичной плотности при различных u, $2R$ и Re_D

	u, м/сек	$2R$, см	Re_D
1	1	10	6670
1'	1	100	66 700
2	10	1	6670
2'	10	10	66 700

3 — скорость гравитационного оседания частиц

Физическая основа появления миграции частиц в сторону стенки такова. При колебательном движении от стенки частица, попадая в зону повышенных пульсационных скоростей среды, отстает, а при обратном движении, попадая в зону пониженных скоростей среды, наоборот, опережает движение среды в силу инерции несколько больше, чем при движении ее в однородном (безградиентном) пульсационном поле. В результате, совершив цикл колебания, частица оказывается несколько смещенной к стенке по сравнению с ее исходным положением (рис. 1*б*).

Чтобы получить среднее по большому отрезку времени значение скорости миграции частицы V_m, необходимо, решая (2), учесть случайный характер частоты и амплитуды скорости обтекающих ее радиальных пульсаций. Поскольку точные корреляционные соотношения для пристеночной области турбулентного потока отсутствуют, поступим так. Из работы ([10]) видно, что частота энергоемких пульсаций и здесь остается приближенно равной $\omega \simeq \omega_L \simeq u / R$. Кроме того, известно ([11, 12]), что средняя степень увлечения $\bar{\mu}_p$ и средняя степень обтекания $\bar{\mu}_g$ частиц в турбулентном потоке определяются выражениями

$$\bar{\mu}_p = 1 / (1 + \omega_L \tau)^{1/2}, \qquad (11)$$
$$\bar{\mu}_g = (\omega_L \tau)^{1/2} / (1 + \omega_L \tau)^{1/2}. \qquad (12)$$

После подстановки этих выражений в (10) получаем в безразмерном виде

$$V_{m+} = \frac{y_{0+}}{15(10 + y_{0+})^3}\left(\frac{\rho_p}{\rho}\right)^{1/2} \frac{\mathrm{Re}_d\,\mathrm{Re}_D^{1/4}}{1 + \omega_L\tau}, \qquad (13)$$

где $V_{m+} = V_m / u_*$, $\mathrm{Re}_d = 2ru / \nu$ — число Рейнольдса для частицы.

Согласно (13), скорость миграции частиц существенно изменяется с удалением от стенки (рис. 1*а*, кривая 2, $V_{m+}{}^* = y_{0+} / (10 + y_{0+})^3$). Пиковое значение скорости приходится на координату $y_+ = 5$, соответствующую внешней границе вязкого подслоя. Численные значения пиковой скорости миграции аэрозольных частиц с $\rho_p = 1$ иллюстрирует рис. 2. Для тонкодисперсных частиц она обычно намного превосходит скорость их гравитационного оседания (рис. 2, *3*); для грубодисперсных частиц это превосходство утрачивается, особенно в вязком подслое, где на частицы действует подъемная сила ([13]).

Свидетельством существования явления миграции частиц в турбулентном потоке могут служить экспериментально установленные факты повышения концентрации частиц в пристеночной области труб и каналов ([14]) и ускоренного осаждения частиц на их стенках ([6]).

Государственный научно-исследовательский
институт по промышленной и санитарной
очистке газов
Москва

Поступило
20 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. А. Фукс, Механика аэрозолей, М., 1955. [2] A. Fourtier, Mechanique des suspensions, Paris, 1967. [3] C. D. Denson, E. B. Christiansen, D. L. Salt, Am. Inst. Chem. Eng. J., **12**, 589 (1966). [4] M. Takano, H. L. Goldsmith, S. G. Mason, J. Coll. and Interface Sci., **27**, 253 (1968). [5] О. И. Хинце, Турбулентность, М., 1963. [6] C. N. Davies, Aerosol Science, London — N. Y., 1966. [7] Е. П. Медников, Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей, М., 1963. [8] А. А. Эйхенвальд, Избранные работы, М., 1956. [9] С. С. Духин, Колл. журн., **22**, 128 (1960). [10] Ж. Конт-Белло, Турбулентное течение в канале с параллельными стенками, М., 1968. [11] S. K. Friedlander, Am. Inst. Chem. Eng. J., **3**, 381 (1957). [12] В. Г. Левич, С. И. Кучанов, ДАН, **174**, 763 (1967). [13] В. В. Орлов, Инж.-физ. журн., **19**, 341 (1970). [14] А. С. Бурчаков, Э. М. Москаленко, Динамика аэрозолей в горных выработках, М., 1965.