Доклады Академии наук СССР
1972. Том 204, № 2

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Академик АН УССР А. А. ГАЛКИН, В. В. ТОКИЙ, В. И. ЗАЙЦЕВ

ВЛИЯНИЕ ВСЕСТОРОННЕГО ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДИСЛОКАЦИЙ

В работах ([1], [2]) показано, что сила, связанная с давлением, не действует на дислокацию в гидростатически обжатом теле. Тем не менее экспериментально наблюдаемые ([3], [4]) явления свидетельствуют о воздействии всестороннего гидростатического давления на дислокационную структуру тела.

Авторами проведено исследование влияния высокого давления на взаимодействие дислокаций. В рамках нелинейной теории упругости ([5]) запишем потенциальную энергию тела под всесторонним давлением с дисторсией

$$\Pi = \iiint\limits_{v_0} A\, d\tau_0 + P \iiint\limits_{V} d\tau, \tag{1}$$

где A — удельная потенциальная энергия дисторсии, $\iiint\limits_{v_0} d\tau_0$ — интеграл по недеформированному телу, $\iiint\limits_{V} d\tau$ — интеграл по деформированному телу.

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) — потенциальная энергия дисторсии, а второе — работа сил давления.

Считаем, что энергию Π можно представить как сумму собственных энергий дислокации E_s и поля деформации, созданного давлением E_P, а также энергии взаимодействия этих двух полей $E_{P\varepsilon}$. Тогда в рамках нелинейной теории упругости собственная энергия поля деформации дислокации из (1)

$$E_s = \Pi\,|_{P=0} = \int d\tau_0 \left[\frac{1}{2}(\lambda + 2\mu) j_1^2 - 2\mu j_2 + \frac{1}{3}(l + 2m) j_1^3 - 2m j_1 j_2 + n j_3\right], \tag{2}$$

где $j_i(\hat{\varepsilon})$ — инварианты тензора деформации Коши $\hat{\varepsilon}$ ([5]), λ, μ, l, m, n — коэффициент Мурнагана ([6]).

При погружении тела с дислокацией в жидкость под давлением, энергия дислокации увеличится за счет взаимодействия поля дислокации $\hat{\varepsilon}$ с полем гидростатического давления. При постоянном давлении P изменение энергии взаимодействия $\delta E_{P\varepsilon}$ измеряем работой внешних сил δa_P, связанной с изменением поля $\hat{\varepsilon}$:

$$\delta a_P \equiv P\,\delta V = \delta E_{P\varepsilon};$$

откуда с точностью до константы

$$E_{P\varepsilon} = P\left[\int\limits_V d\tau - \int\limits_{v_0} d\tau_0\right]. \tag{3}$$

Тогда, с точностью до величин второго порядка по dU_i/dx_k, энергия дислокации в гидростатически сжатом теле

$$E = E_s + E_{P\varepsilon} =$$
$$= \int d\tau_0 \left[\frac{\lambda}{2} U_{ii}^2 + \mu U_{ik}^2 + P\varkappa^3 \left(U_{ii} + \frac{1}{2} U_{ii}^2 + \omega_i\omega_i - \frac{1}{2} U_{ik}^2\right)\right], \tag{4}$$

где использованы обозначения: $j_1(\hat{\varepsilon}) = U_{ii} + \omega_i\omega_i + {}^1/_2 U_{ik}^2$, $j_2(\hat{\varepsilon}) = {}^1/_2 U_{ii}^2 - {}^1/_2 U_{ik}^2$, $j_3(\hat{\varepsilon}) = 0$, $U_{ik} = {}^1/_2[\partial U_j/\partial x_k + \partial U_k/\partial x_i]$, $\omega_i = {}^1/_2 e_{ikl} \times \partial U_k/\partial x_l$, U_i — вектор смещения дислокации,

$$\int\limits_V d\tau = \varkappa^3 \int\limits_{V_\varepsilon} d\tau_1 = \varkappa^3 \int d\tau_0 \left[1 + U_{ii} + \frac{1}{2} U_{ii}^2 + \omega_i\omega_i - \frac{1}{2} U_{ik}^2\right],$$

$\int\limits_{V_\varepsilon} d\tau_1$ — объем тела с дислокацией при $P = 0$, $\varkappa = 1 - P/(3\lambda + 2\mu)$ — коэффициент преобразования подобия при всестороннем гидростатическом сжатии изотропного тела.

С помощью условия для поля напряжений дислокаций ([5])

$$\int\limits_{V_\varepsilon} \hat{T}\, d\tau_1 = 0, \tag{5}$$

где $\hat{T}$ — тензор напряжений, созданных дислокацией, исключением из (4) нелинейность. Тогда энергия E при принятой точности

$$E = \int d\tau_0 \left[\left(\frac{\lambda}{2} + k_1 P\right) U_{ii}^2 + (\mu + k_2 P)\, U_{ik}^2\right], \tag{6}$$

где

$$k_1 = -\frac{1}{3\lambda + 2\mu}\left(\frac{1}{2}\lambda - \mu + 3l - m + \frac{1}{2}n\right),$$

$$k_2 = -\frac{1}{3\lambda + 2\mu}\left(3\lambda + 6\mu + 3m - \frac{1}{2}n\right)$$

— коэффициенты, входящие в выражение изменения объема тела, связанного с дислокацией ([7]).

U_{ik} при принятой точности определяется решением задачи о напряженном состоянии подвергнутого дисторсии линейно-упругого тела в v_0-объеме.

Для получения условий равновесия дислокации в гидростатически сжатой среде проварьируем (1), добавляя к U_i виртуальные приращения δU_i. Так как собственная энергия поля давления не зависит от положения дислокации, первая вариация $\delta\Pi = \delta E = 0$. Обозначим $(\lambda + 2k_1P) U_{jj}\delta_{ik} + 2(\mu + k_2P) U_{ik} = D_{ik}$. Тогда

$$\delta E = \int d\tau_0 D_{ik}\delta U_{ik} = \delta\left[\frac{1}{2}\int\limits_{S_D} D_{ik}U_k dS_i\right] - \int \frac{\partial D_{ik}}{\partial x_i}\delta U_k d\tau_0 = 0, \tag{7}$$

где интегралом по бесконечной поверхности, как обычно, пренебрегли; S_D — обычная поверхность, ограничивающая сингулярность, связанную с дислокацией. Второй член в (7) не зависит от положения дислокации, а значит, при принятой точности должно выполняться всегда условие

$$\partial D_{ik}/\partial x_i = 0. \tag{8}$$

Рассмотрев в качестве дисторсии две дислокации для нахождения силы взаимодействия между ними, в гидростатически сжатой среде на основании (6) получаем, что энергия взаимодействия двух дислокаций равна

$$E_{\mathrm{I}} = \int d\tau_0 D_{ik}^{\mathrm{I}} U_{ik}^{\mathrm{II}}, \tag{9}$$

где

$$D_{ik}^{\mathrm{I}} = (\lambda + 2k_1P)\, U_{jj}^{\mathrm{I}}\delta_{ik} + 2(\mu + k_2P)\, U_{ik}^{\mathrm{I}},$$

U_{ik}^{γ} — тензор деформации γ-дислокации.

Учитывая, что при смещении дислокации II

$$\delta E_{\mathrm{I}} = \int d\tau_0 D_{ik}^{\mathrm{I}}\delta U_{ik}^{\mathrm{II}} = \oint\limits_{D\mathrm{II}} f_i \delta x_i^{\mathrm{II}} dl^{\mathrm{II}}, \tag{10}$$

где f_i — сила взаимодействия, $\oint\limits_{\mathscr{D}^{\text{II}}} dl^{\text{II}}$ — интегрирование по контуру дислокации II, δx_i^{II} — смещение линии дислокации II.

Следуя обычной методике ([8]) и используя (8), получаем обычные силы взаимодействия плюс добавки, связанные с давлением. Эти добавки

1) для параллельных винтовых дислокаций с векторами Бюргерса b_1 и b_2

$$f_2^P = \frac{b_1 b_2}{2\pi r} k_2 P; \tag{11}$$

2) для параллельных краевых дислокаций

$$f_r^P = \frac{b_1 b_2}{2\pi(1-\nu)r}[k_2 P + \sin^2\theta\,(2k_1 - 4k\nu - 2k_2\nu)P], \tag{12}$$

$$f_\theta^P = \frac{b_1 b_2 P \sin 2\theta}{2\pi(1-\nu)r}[k_1(1-2\nu) + k_2(1-\nu)]; \tag{13}$$

в плоскости скольжения:

$$f_x^P = \frac{b_1 b_2}{2\pi(1-\nu)} k_2 P \frac{\cos\theta\cos 2\theta}{r}, \tag{14}$$

в плоскости переползания:

$$f_y^P = \frac{b_1 b_2 P \sin\theta}{2\pi(1-\nu)r}[k_2(\cos 2\theta + 2 - 2\nu) + 2k_1(1-2\nu)], \tag{15}$$

где r, θ — координаты, характеризующие взаимное расположение дислокаций.

Рассмотрим взаимодействие краевой дислокации со стенкой из краевых дислокаций длиной $2L$, с расстоянием между дислокациями стенки ω (линии дислокаций параллельны оси z).

На расстояниях, больших ω, в плоскости скольжения на отдельную дислокацию будет действовать сила, связанная с давлением:

$$F_x^P = \frac{2Lb^2k_2P}{2\pi(1-\nu)\omega}\,\frac{x(x^2-y^2+L^2)}{(x^2-y^2+L^2)^2+4x^2y^2}, \tag{16}$$

где x, y — координаты отдельной дислокации, b — вектор Бюргерса.

Анализируя добавки к силам взаимодействия (11)—(16), мы видим, что давление усиливает взаимодействие между дислокациями и активирует процессы аннигиляции дислокаций противоположного знака, а также способствует формированию стенок за счет притяжения к ним свободных дислокаций того же знака, что и приводит к полигонизации под давлением.

Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными ([3], [4]).

Физико-технический институт
Академии наук УССР
Донецк

Поступило
5 VII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. Weertman, Phil. Mag., **11**, 1217 (1965). [2] G. W. Lewthwaite, Phil. Mag., **13**, 437 (1966). [3] Б. Я. Пинес, А. Ф. Сиренко, Динамика дислокаций, Харьков, 1968, стр. 286. [4] Е. Д. Мартынов, В. И. Трефилов, ДАН, **176**, № 6, 1276 (1967). [5] А. И. Лурье, Теория упругости, «Наука», 1970. [6] А. К. Заремба, Б. А. Красильников, Введение в нелинейную акустику, «Наука», 1966. [7] R. A. Toupin, R. S. Rivlin, J. Math. Phys., **1**, 8 (1960). [8] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория упругости, «Наука», 1965.