Доклады Академии наук СССР
1972. Том 204, № 3

УДК 51:801

МАТЕМАТИКА

А. Я. ДИКОВСКИЙ

О ГУСТОТЕ ДОМИНАЦИИ

(Представлено академиком П. С. Новиковым 24 XI 1971)

Доминационные грамматики, порождающие цепочки вместе с их деревьями подчинения, были введены в [1] и в дальнейшем изучались в [2–4]. В настоящей заметке изучается густота * деревьев подчинения, «порождаемых» доминационными грамматиками.

Введем необходимые определения. Назовем кс-грамматику $\Gamma = (V, V_1, J, R)$ слабо приведенной, если в R нет правил вида $A \to B$ и $A \to \Lambda$, где $A, B \in V_1$ и Λ — пустая цепочка. Пусть γ — дерево вывода в γ, α — невисячая вершина γ и $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ — все вершины (в указанном порядке), в которые из α заходят дуги. Последовательность $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ называется оперением α. Отображение h множества $M(\gamma)$ невисячих вершин γ во множество всех его вершин называется иерархизацией γ, если для всякой вершины $\alpha \in M(\gamma)$ $h(\alpha)$ принадлежит оперению α. Пусть $\gamma(\alpha)$ — полное поддерево γ с корнем α и h_α — сужение отображения h на $M(\gamma(\alpha))$. С деревом $\gamma(\alpha)$ и его иерархизацией h_α связывается дерево подчинения $\delta(\gamma(\alpha), h_\alpha)$ так, что а) если $\alpha \notin M(\gamma)$, то $\delta(\gamma(\alpha), h_\alpha)$ — одновершинное дерево; б) если $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ — оперение α, $h(\alpha) = \alpha_m$ и с парами $\langle\gamma(\alpha_1), h_{\alpha_1}\rangle, \ldots, \langle\gamma(\alpha_k), h_{\alpha_k}\rangle$ связаны деревья подчинения $\gamma_1, \ldots, \gamma_k$ соответственно, то $\delta(\gamma(\alpha), h_\alpha)$ получается из деревьев $\gamma_1, \ldots, \gamma_k$ добавлением дуг, ведущих из корня γ_m в корни остальных деревьев γ_i, $i \neq m$. Если β — корень γ, то полагаем $\delta(\gamma(\beta), h_\beta) = \delta(\gamma, h)$. Доминационной грамматикой (д-грамматикой) называется пара $G = (\Gamma, f)$, где Γ — слабо приведенная кс-грамматика и f — отображение, сопоставляющее каждому ее правилу $\pi = A \to w$ непустое множество $f(\pi) \subseteq \{1, \ldots, |w|\}$. Если $\pi = A \to \tau_1 \ldots \tau_j \ldots \tau_k$ и $j \in f(\pi)$, то вхождение τ_j в $\tau_1 \ldots \tau_k$ называется отмеченным. Важным частным случаем д-грамматики является грамматика зависимостей, т. е. д-грамматика $G = (\Gamma, f)$, у которой в правилах Γ отмеченным является единственное вхождение символа, причем основного. Пусть $G = (\Gamma, f)$ — д-грамматика, γ — дерево вывода цепочки z из аксиомы J в Γ (сокращенно $\gamma = (J \leqslant_\Gamma z)$) и α — невисячая вершина γ, соответствующая шагу вывода z, на котором применяется правило $\pi = A \to w$. Вершину β из оперения α назовем отмеченной, если она соответствует отмеченному вхождению символа в w. Иерархизация h дерева вывода γ в Γ называется f-допустимой, если для каждой вершины $\alpha \in M(\gamma)$ вершина $h(\alpha)$ является отмеченной. Будем говорить, что дерево γ приписывается д-грамматикой G цепочке z, если найдется такое $\gamma' = (J \leqslant_\Gamma z)$ и такая его f-допустимая иерархизация h, что $\gamma = \delta(\gamma', h)$. В д-грамматике $G = (\Gamma, f)$ с каждой цепочкой $x \in L(\Gamma)$ связывается величина $\mu_{\delta G}(x) = \min_{\gamma, h} \{\mu(\delta(\gamma, h)) \mid \gamma = (J \leqslant_\Gamma x),\ h - f\text{-допустима}\}$. Тем самым с G связывается функция густоты доминации $\mu_{\delta G}(n) = \max_{\substack{x \in L(\Gamma) \\ |x| \leqslant n}} \{\mu_{\delta G}(x)\}$. Понятия,

* Понятие густоты дерева γ (обозначение $\mu(\gamma)$) было введено и изучалось в [5, 6]; полное изложение этих работ печатается в журнале «Проблемы передачи информации».