

УДК 538.691

ФИЗИКА

Г. Е. ГЕРНЕТ

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ РАДИАЦИОННОГО ТОРМОЖЕНИЯ

(Представлено академиком В. А. Фоком 12 X 1971)

Рассмотрим совокупность заряженных частиц, находящихся под действием электрического и магнитного полей E и H . Будем считать плотность газа настолько малой, что столкновениями между частицами можно пренебречь.

Если не учитывать изменение движения частиц вследствие потери энергии на излучение, то функция распределения частиц $f(r, v)$ удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \nabla f + \frac{1}{m} F \nabla_v f = 0, \quad (1)$$

где

$$F = eE + \frac{e}{c} [v, H]. \quad (2)$$

Средний импульс

$$\bar{p} = \frac{1}{\rho} \int m v f dv \quad (3)$$

и средняя энергия

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{\rho} \int \frac{mv^2}{2} f dv, \quad (4)$$

где

$$\rho = \int f(r, v) dv,$$

удовлетворяют соотношениям ⁽¹⁾

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{p}_i \rho) = - \left[\frac{\partial G_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (P_{ij} + T_{ij}) \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial (\bar{\mathcal{E}} \rho)}{\partial t} = - \left[\nabla Q + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E^2 + H^2}{8\pi} \right) + \nabla S \right]; \quad (6)$$

здесь $P_{ij} = m \int v_i v_j f dv$ — тензор плотности потока импульса;

$$G = \frac{1}{4\pi c} [E, H] = \frac{1}{c} S; \quad (7)$$

$$T_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{E^2 + H^2}{2} \delta_{ij} - (E_i E_j + H_i H_j) \right\}, \quad (8)$$

T_{ij} — тензор напряжения электромагнитного поля;

$$Q = \frac{m}{2} \int v^2 v f dv, \quad (9)$$

Q — вектор потока энергии.

Влияние радиационных потерь на движение частиц может быть учтено с помощью силы радиационного трения, выражение которой в нереляти-

вистском случае имеет вид ⁽²⁾

$$\mathbf{F}_{\text{тр}} = \delta \left\{ [\mathbf{E}, \mathbf{H}] + \frac{1}{c} [\mathbf{H}, [\mathbf{H}, \mathbf{v}]] + \frac{1}{c} [\mathbf{E}, [\mathbf{E}, \mathbf{v}]] \right\}, \quad (10)$$

где

$$\delta = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4}.$$

(Движение отдельной частицы в магнитном поле с учетом радиационного трения было рассмотрено в работах ^(3, 4).)

С учетом силы трения $\mathbf{F}_{\text{тр}}$ вместо уравнения (1) будем иметь

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f + \frac{1}{m} \mathbf{F} \nabla_v f = - \nabla \left(\frac{1}{m} \mathbf{F}_{\text{тр}} f \right). \quad (11)$$

Соответственно должны измениться соотношения (5) и (6):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathbf{p}}) = \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathbf{p}}) \right)_0 + \int \mathbf{F}_{\text{тр}} f d\mathbf{v}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathcal{E}}) = \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathcal{E}}) \right)_0 + \int \mathbf{F}_{\text{тр}} \mathbf{v} d\mathbf{v}, \quad (13)$$

где через $\left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathbf{p}}) \right)_0$ и $\left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathcal{E}}) \right)_0$ обозначены первые части выражений (5) и (6).

Пользуясь формулой (10) для $\mathbf{F}_{\text{тр}}$, получим после некоторых преобразований явные выражения поправочных членов через средние величины

$$\int \mathbf{F}_{\text{тр}} f d\mathbf{v} = 4\pi \frac{\delta \rho}{mc} \left[m\mathbf{S} - \frac{E^2 + H^2}{8\pi} \bar{\mathbf{p}} - (T, \bar{\mathbf{p}}) \right], \quad (14)$$

$$\int \mathbf{v} \mathbf{F}_{\text{тр}} f d\mathbf{v} = 4\pi \frac{\delta}{mc} \left[\bar{\mathbf{p}}\mathbf{S} - T_{ij} S_{ij} - \frac{E^2 + H^2}{4\pi} \rho \bar{\mathcal{E}} \right]. \quad (15)$$

Поправочные члены в (11), (12) и (13), учитывающие влияние радиационного трения, могут оказаться существенными в некоторых задачах физики плазмы, например при исследовании устойчивости.

Автор выражает благодарность проф. Л. Э. Гуревичу за предложенную тему и обсуждение.

Ленинградский электротехнический институт связи
им. М. А. Бонч-Бруевича

Поступило
23 IX 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Лонгмайр, Физика плазмы, 1966, стр. 26. ² Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, изд. 3, М., 1960, § 76. ³ Г. Е. Гернет, ДАН, 168, 63 (1966).
⁴ Г. Е. Гернет, ЖТФ, 40, 1581 (1970).