A. N. Skiba, On local formations with complemented local subformations, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.*, 1994, Number 10, 75–80

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

1994 МАТЕМАТИКА № 10 (389)

УДК 512.568

А.Н. СКИБА

О ЛОКАЛЬНЫХ ФОРМАЦИЯХ С ДОПОЛНЯЕМЫМИ ЛОКАЛЬНЫМИ ПОДФОРМАЦИЯМИ

Говорят, что подформация $\mathfrak{H}$ дополняет в $\mathfrak{F}$ ее подформацию $\mathfrak{M}$, если $\mathfrak{F}=\mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\mathfrak{H})$ и $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}=\mathfrak{E}$. Изучение формаций с системами дополняемых подформаций было начато автором в работе [1]. Развивая одно из наблюдений работы [1], М.И.Эйдинов [2] и В.А.Ведерников [3] описали формации, у которых все подформации дополняемы. В работе [3] была также предпринята попытка изучения локальных формаций с дополняемыми локальными подформациями. При этом автору работы [3] удалось лишь доказать, что формации такого класса имеют вид $\mathfrak{F}=l\,\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – некоторый набор простых групп.

В данной статье мы докажем следующую теорему, дающую полное описание локальных формаций с дополняемыми локальными подформациями.

ТЕОРЕМА. *Пусть $\mathfrak{F}$ есть n-кратно локальная формация, $n\geq 0$. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1) *решетка n-кратно локальных подформаций формации $\mathfrak{F}$ булева;*

2) $\mathfrak{F}=l_n\,\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$, *где $\mathfrak{X}$ – некоторое множество простых групп, причем при $n\geq 61$ все группы из $\mathfrak{X}$ абелевы;*

3) *в $\mathfrak{F}$ дополняема каждая подформация, являющаяся атомом решетки n-кратно локальных формаций.*

Отметим, что в работе [4] изучались формации универсальных алгебр с системами пополняемых подформаций.

Все рассматриваемые в данной статье группы предполагаются конечными. Будем базироваться на терминологии, принятой в книгах [5], [6].

Доказательству теоремы предпошлем три леммы.

ЛЕММА 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ – локальная формация, $\mathfrak{M}$ – некоторая ее наследственная подформация. Тогда, если $\mathfrak{H}$ – дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$, то $\pi(\mathfrak{M})\cap\pi(\mathfrak{H})=\varnothing$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что некоторое $p\in\pi=\pi(\mathfrak{M})$ принадлежит $\pi(\mathfrak{H})$. Пусть T – такая группа из $\mathfrak{H}$, у которой имеется такой главный фактор H/K, порядок которого делится на p. Пусть $D=R\times L_1\times\ldots\times L_t$ – цоколь группы $K_1=T/K$, где $R=H/K$. Обозначим через M наибольшую нормальную в K_1 подгруппу, содержащую $L_1\times\ldots\times L_t$, но не содержащую R. Тогда, очевидно, группа $A=K_1/M$ монолитична и ее монолит RM/M изоморфен R. Пусть V – тривиальный неприводимый $F_p[A]$-модуль и P_V – такой (главный) неразложимый проективный $F_p[A]$-модуль, что $P_V/P_VJ\simeq V$, где J – радикал Джекобсона групповой алгебры $F_p[A]$.

Пусть $G = P_V\leftthreetimes A$, $F=P_VJ$. Легко видеть, что $F\subseteq\Phi(G)$. Пусть L – произвольная минимальная нормальная подгруппа группы G. Если $L\not\subseteq P_V$, то P_VL/P_V – минимальная нормальная подгруппа в $G/P_V \simeq A$. Значит, $L \simeq R$, т.е. p делит $|L|$. Но $L \not\subseteq P_V$ и поэтому $L \subseteq C_G(P_V)$, что противоречит теореме Вильямса (см. [7], с.195), согласно которой

$$C_A(P_V) = O_{p'}(C_A(V)) = O_{p'}(A) = 1.$$

Итак, $L \subseteq P_V$. Хорошо известно, что $F_p[A]$-модуль P_V имеет единственный неприводимый подмодуль, который изоморфен модулю V. Таким образом, L – единственная минимальная нормальная подгруппа в G и $L \subseteq Z(G)$.

Заметим, что

$$G/F = (P_V/F)(FA/F) = (P_V/F)\times(FA/F),$$

при этом $FA/F \simeq A$ и P_V/F – группа порядка p, и поэтому $P_V/F \in \mathfrak{M}$, поскольку $p \in \pi(\mathfrak{M})$ и формация $\mathfrak{M}$ по условию наследственна. Значит, $G/F \in \mathfrak{F}$. Но, как отмечено выше, $F \subseteq \Phi(G)$. Следовательно,

$$G \in \mathfrak{F} = \mathrm{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}).$$

Заметим, что $G \notin \mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}$. Действительно, если $G \in \mathfrak{M}$, то

$$G/P_V \simeq A \in \mathfrak{M} \cap \mathfrak{H} = \mathfrak{E}.$$

Получили противоречие.

Пусть $G \in \mathfrak{H}$. Тогда согласно лемме 3.32 из [6]

$$L \simeq L \leftthreetimes (G/C_G(L)) \in \mathrm{form}\, G \subseteq \mathfrak{H}.$$

Но $L \in \mathfrak{M}$. Вновь полученное противоречие показывает, что $G \notin \mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}$. Значит, согласно теореме 3.11 из [6] в $\mathfrak{F}$ найдется группа H с такими нормальными подгруппами

$$N, M, N_1, \ldots, N_t,\ M_1, \ldots, M_t \quad (t \geq 2),$$

что выполняются следующие условия:

1) $G \simeq H/N$ и $M/N = \mathrm{Soc}(H/N)$;

2) $N_1 \cap \ldots \cap N_t = 1$;

3) группа H/N_i монолитична, $\mathrm{Soc}(H/N_i) = M_i/N_i$ и $H/N_i \in \mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}$, $i=1,\ldots,t$;

4) $L_i = N_1 \cap \ldots \cap N_{i-1} \cap M_i \cap N_{i+1} \cap \ldots \cap N_t$ – минимальная нормальная подгруппа в H, причем $L_i \not\subseteq N$ и $M_i = N_i L_i$.

Если при всех $i \in \{1,\ldots,t\}$ фактор-группа H/N_i принадлежит $\mathfrak{M}$, то ввиду условия 2) $H \in \mathfrak{M}$ и поэтому $G \in \mathfrak{M}$, что невозможно. Таким образом, найдется такое i, что $H/N_i \in \mathfrak{H}$. Из условия 4) следует, что H-главные факторы NL_i/N и M_i/L_i H-изоморфны и поэтому их централизаторы в H совпадают. Но ввиду условия 1) фактор NL_i/N централен. Таким образом,

$$M_i/N_i \simeq (M_i/N_i) \leftthreetimes (H/C_H(M_i/N_i)) \in \mathrm{form}(H/N_i) \subseteq \mathfrak{H}.$$

Итак,

$$M_i/N_i \in \mathfrak{M} \cap \mathfrak{H} = \mathfrak{E}.$$

Полученное противоречие показывает, что $\pi(\mathfrak{M}) \cap \pi(\mathfrak{H}) = \varnothing$. Лемма доказана.

ЛЕММА 2. *Пусть A – простая группа из $l_n\,\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$. Тогда справедливы утверждения:*

1) если $n=0$, то A изоморфна некоторому главному фактору одной из групп множества $\mathfrak{X}$;

2) если $n>0$ и группа A имеет простой порядок p, то в $\mathfrak{X}$ имеется группа с подгруппой порядка p.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $n=0$ и $\mathfrak{X}_1=H(\mathfrak{X})$. Предположим, что $A \notin \mathfrak{X}_1$. Тогда согласно теореме 3.11 из [6] в

$$\mathfrak{F} = l_0 \operatorname{form} \mathfrak{X} = \operatorname{form} \mathfrak{X}$$

имеется группа H с такими нормальными подгруппами N, N_1 и L, что выполняются следующие условия: $H/N \simeq A$, L - минимальная нормальная подгруппа в H, $L \nsubseteq N$, $L \nsubseteq N_1$ и $H/N_1 \in \mathfrak{X}_1$. Значит, имеет место H-изоморфизм

$$H/N = LN/N \simeq LN_1/N_1.$$

Поэтому A изоморфна главному фактору LN_1/N_1 группы

$$H/N_1 \in \mathfrak{X}_1 = H(\mathfrak{X}).$$

Если же A - голоморфный образ группы $B \in \mathfrak{X}$, то A изоморфна B-главному фактору $B/\operatorname{Ker}\varphi$, где φ - эпиморфизм группы B на A.

Пусть $n>0$. Тогда ввиду теоремы 8.3 из [6] $p \in \pi(\mathfrak{X})$. Но последнее означает, что в $\mathfrak{X}$ найдется такая группа G, что p делит $|G|$. Следовательно, в G имеется подгруппа порядка p. Лемма доказана.

ЛЕММА 3. *В каждой однопорожденной n-кратно локальной формации имеется лишь конечное множество минимальных n-локальных подформаций.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\mathfrak{F}=l_n \operatorname{form} G$, $\mathfrak{M}$ - произвольная минимальная n-кратно локальная подформация в $\mathfrak{F}$. Тогда $\mathfrak{M}=l_n \operatorname{form} A$ для некоторой простой группы A. Если $n=0$, то A изоморфна некоторому главному фактору группы G. Но G - конечная группа. Значит, в

$$\mathfrak{F} = l_0 \operatorname{form} G = \operatorname{form} G$$

имеется лишь конечное множество минимальных подформаций.

Пусть $n>0$. Для каждого $p \in \pi(A)$ в формации $\mathfrak{M}$ содержится n-кратно локальная подформация $\mathfrak{N}_p$. Значит, ввиду минимальности $\mathfrak{M}$ имеет место $\mathfrak{M} = \mathfrak{N}_p$, т.е. A - группа простого порядка p. Применяя теперь лемму 2, видим, что A изоморфна некоторой подгруппе из G. Значит, в $\mathfrak{F}$ имеется лишь конечное множество минимальных n-кратно локальных подформаций. Лемма доказана.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ. Покажем, что условие 3) теоремы влечет выполнимость условия 2). Поскольку $\mathfrak{F}=l_n \operatorname{form} \mathfrak{F}$, то для этого достаточно лишь установить, что условие 2) выполняется относительно любой однопорожденной n-кратно локальной подформации $\mathfrak{F}_1$ из $\mathfrak{F}$. Согласно лемме 3 в $\mathfrak{F}_1$ имеется лишь конечное число (скажем, m) минимальных n-кратно локальных подформаций. Проведем индукцию по m. Пусть $\mathfrak{M}$ - произвольная минимальная n-кратно локальная подформация из $\mathfrak{F}_1$. По условию 3) теоремы в $\mathfrak{F}$ найдется такая подформация $\mathfrak{H}_1$, что $\mathfrak{F}=\operatorname{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}_1)$ и $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{H}_1 = \mathfrak{E}$. Ввиду следствия 9.22 из [6] имеет место следующее равенство:

$$\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 \cap \operatorname{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}_1) = \operatorname{form}(\mathfrak{M} \cup (\mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{H}_1)).$$

Значит, $\mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{H}_1$ - дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}_1$. Обозначим через $\mathfrak{H}$ формацию $l_n \operatorname{form}(\mathfrak{H}_1 \cap \mathfrak{F}_1)$. Покажем, что $\mathfrak{M} \nsubseteq \mathfrak{H}$. При $n=0$ это очевидно. Пусть $n \geq 1$. Тогда $\mathfrak{M}=\mathfrak{N}_p$ при некотором простом p. Формация $\mathfrak{N}_p$ наследственна и поэтому в силу леммы 1 $p \notin \pi(\mathfrak{H}_1 \cap \mathfrak{F}_1)$. Значит, по теореме 8.3 из [6] $p \notin \pi(\mathfrak{H})$. Следовательно, $\mathfrak{N}_p \nsubseteq \mathfrak{H}$.

Понятно, что число минимальных n-кратно локальных подформаций у $\mathfrak{H}$ меньше, чем у $\mathfrak{F}_1$. Ясно также, что относительно формации $\mathfrak{H}$ выполняется условие 3) теоремы. Значит, по индукции относительно $\mathfrak{H}$ выполняется условие 2) теоремы. Так как при этом $\mathfrak{F}_1=l_n\,\mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\cup\mathfrak{H})$, то условие 2) выполняется и относительно формации $\mathfrak{F}_1$.

Пусть имеет место утверждение 2) теоремы . Покажем, что справедливо утверждение 1) теоремы. Прежде установим, что в $\mathfrak{F}$ дополняема каждая n-кратно локальная подформация. Пусть $\mathfrak{M}$ – произвольная n-кратно локальная подформация из $\mathfrak{F}$. Если $\mathfrak{M}=\mathfrak{F}$, то дополнением к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$ является формация $\mathfrak{E}$. Итак, можем считать, что $\mathfrak{M}\neq\mathfrak{F}$. Пусть $\mathfrak{X}_1$ – множество всех тех простых групп из $\mathfrak{X}$, которые принадлежат формации $\mathfrak{M}$. Понятно, что $\mathfrak{X}_1\neq\mathfrak{X}$. Пусть $\mathfrak{X}_2$ – дополнение к $\mathfrak{X}_1$ в $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{H}=l_n\,\mathrm{form}\,\mathfrak{X}_2$. Покажем, что $\mathfrak{H}$ – дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$. Допустим, что $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}\neq\mathfrak{E}$ и пусть A – некоторая простая группа из $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}$. Покажем, что A изоморфна некоторой группе из $\mathfrak{X}$. Пусть $n=0$. Тогда $\mathfrak{F}=\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$. Поэтому в силу леммы 2 A изоморфна некоторой группе из $\mathfrak{X}$. Пусть $n>0$. Тогда согласно условию 2) все группы из $\mathfrak{X}$ имеют простой порядок. Значит, формация $\mathfrak{F}$ разрешима и поэтому A – группа простого порядка. Применяя теперь утверждение 2) леммы 2, видим, что A изоморфна некоторой группе из $\mathfrak{X}$. Итак, если относительно формации выполняется условие 2), то каждая ее простая группа с точностью до изоморфизма принадлежит $\mathfrak{X}$. Отсюда, в частности, следует, что $A\in\mathfrak{X}_1\cap\mathfrak{X}_2=\varnothing$. Полученное противоречие показывает, что $\mathfrak{H}$ – дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$. Итак, каждая n-кратно локальная подформация из $\mathfrak{F}$ дополняема в $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{M}$ – произвольная n-кратно локальная подформация из $\mathfrak{F}$. Покажем, что в $\mathfrak{F}$ найдется такая n-кратно локальная подформация $\mathfrak{H}$, что $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}=\mathfrak{E}$ и $\mathfrak{F}=l_n\,\mathrm{form}(\mathfrak{H}\cup\mathfrak{M})$. Необходимо рассмотреть лишь случай $n\geq 1$. Пусть $\mathfrak{H}_1$ – дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$. Обозначим через $\mathfrak{H}$ формацию $l_n\,\mathrm{form}\,\mathfrak{H}_1$. Так как в рассматриваемом случае $\mathfrak{F}=l_n\,\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$, где каждая группа из $\mathfrak{X}$ имеет простой порядок, то $\mathfrak{F}$ – нильпотентная формация и поэтому ввиду леммы 8.10 из [6] каждая из формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}_1$ наследственна. Но $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}_1=\mathfrak{E}$. Значит, $\pi(\mathfrak{M})\cap\pi(\mathfrak{H}_1)=\varnothing$. Но согласно теореме 8.3 из [6] $\pi(\mathfrak{H})=\pi(\mathfrak{H}_1)$. Итак, $\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}=\mathfrak{E}$ и

$$\mathfrak{F} = \mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\mathfrak{H}_1)\subseteq\mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\mathfrak{H})\subseteq l_n\,\mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\mathfrak{H})\subseteq\mathfrak{F}.$$

Это означает, что $\mathfrak{F}=l_n\,\mathrm{form}(\mathfrak{M}\cup\mathfrak{H})$. Таким образом, решетка n-кратно локальных подформаций $L_n(\mathfrak{F})$ формации $\mathfrak{F}$ является решеткой с дополнениями. Нулем этой решетки является формация $\mathfrak{E}$, единицей – формация $\mathfrak{F}$.

Для доказательства дистрибутивности решетки $L_n(\mathfrak{F})$ рассмотрим три произвольные n-кратно локальные подформации $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{R}$ из $\mathfrak{F}$. Ясно, что

$$(\mathfrak{M}\cap\mathfrak{R})\vee_n(\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H})\subseteq\mathfrak{M}\cap(\mathfrak{R}\vee_n\mathfrak{H}).$$

Предположим, что обратное включение неверно, и пусть A – группа минимального порядка из

$$\mathfrak{M}\cap(\mathfrak{R}\vee_n\mathfrak{H})\setminus(\mathfrak{M}\cap\mathfrak{R})\vee_n(\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H}).$$

Покажем, что A – простая группа. Пусть $n=0$. Тогда поскольку в этом случае $\mathfrak{F}=\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$ и каждая группа из $\mathfrak{X}$ проста, то в силу теоремы 3.37 из [6] группа A изоморфна одной из групп множества $\mathfrak{X}$. Если же $n\geq 1$ и R – монолит группы A, и поскольку

$$A/R\in\mathfrak{F}_1 = (\mathfrak{M}\cap\mathfrak{R})\vee_n(\mathfrak{M}\cap\mathfrak{H})$$

и формация $\mathfrak{F}_1$ локальна, то $R \not\subseteq \Phi(A)$. Значит, $\Phi(A)=1$. Но при $n \geq 1$ $\mathfrak{F}$ – нильпотентная формация. Таким образом, A – простая группа. Применяя теперь лемму 2, видим, что группа A принадлежит по крайней мере одной из формаций $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{H}$. Но тогда A принадлежит по крайней мере одной из формаций $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}$, $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{H}$, а значит, она принадлежит и формации $\mathfrak{F}_1$. Полученное противоречие показывает, что

$$\mathfrak{M} \cap (\mathfrak{N} \vee_n \mathfrak{H}) = (\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}) \vee_n (\mathfrak{M} \cap \mathfrak{H}).$$

Таким образом, решетка $L_n(\mathfrak{F})$ является булевой.

Предположим теперь, что относительно формации $\mathfrak{F}$ выполняется утверждение 1) теоремы. Покажем, что тогда относительно $\mathfrak{F}$ справедливо и утверждение 3). При $n = 0$ это очевидно. Пусть $n \geq 1$. Покажем прежде, что формация $\mathfrak{F}$ нильпотентна. Допустим, что это неверно. Тогда согласно лемме 19.6 из [6] в $\mathfrak{F}$ имеется минимальная n-кратно локальная ненильпотентная подформация $\mathfrak{H}$. Согласно следствию 19.10 из [6] $\mathfrak{H}=l_n \operatorname{form} G$, где G – некоторая группа Шмидта. Пусть $\pi = \pi(G)$. Тогда, очевидно, $\mathfrak{N}_\pi$ – единственная максимальная n-кратно локальная подформация в $\mathfrak{H}$. Пусть $\mathfrak{M}$ – такая n-кратно локальная подформация из $\mathfrak{F}$, что $\mathfrak{M} \cap \cap \mathfrak{N}_\pi = \mathfrak{E}$ и $l_n \operatorname{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N}_\pi) = \mathfrak{F}$. Тогда, очевидно, $\pi(\mathfrak{H}) \cap \pi(\mathfrak{M}) = \varnothing$. Значит, $\mathfrak{H} \cap \mathfrak{M} = \mathfrak{E}$. Применяя теперь следствие 9.22 из [6], видим, что

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H} \cap l_n \operatorname{form}(\mathfrak{N}_\pi \cup \mathfrak{M}) = l_n \operatorname{form}(\mathfrak{N}_\pi \cup (\mathfrak{H} \cap \mathfrak{M})) = \mathfrak{N}_\pi.$$

Полученное противоречие показывает, что формация $\mathfrak{F}$ нильпотентна.

Пусть $p \in \pi(\mathfrak{F})$, $\pi=\pi(\mathfrak{F})\setminus\{p\}$. Если $\pi=\varnothing$, то $\mathfrak{F}=\mathfrak{N}_p$ и $\mathfrak{E}$ – дополнение к $\mathfrak{N}_p$ в $\mathfrak{F}$. В противном случае дополнением к $\mathfrak{N}_p$ в $\mathfrak{F}$ является формация $\mathfrak{N}_\pi$. Действительно, равенство $\mathfrak{N}_p \cap \mathfrak{N}_\pi = \mathfrak{E}$ очевидно. Предположим, что $\mathfrak{H}=\operatorname{form}(\mathfrak{N}_p \cup \mathfrak{N}_\pi) \neq \mathfrak{F}$ и пусть G – группа минимального порядка из $\mathfrak{F} \setminus \mathfrak{H}$. Группа G монолитична и нильпотентна. Значит, она примарна. Поэтому либо $G \in \mathfrak{N}_p$, либо $G \in \mathfrak{N}_\pi$. Полученное противоречие показывает, что $\mathfrak{H}=\mathfrak{F}$. Теорема доказана.

СЛЕДСТВИЕ 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ – неединичная локальная формация. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1) решетка локальных подформаций формации $\mathfrak{F}$ булева;

2) формация $\mathfrak{F}$ нильпотентна;

3) в $\mathfrak{F}$ дополняема каждая подформация вида $\mathfrak{N}_p$, где p – некоторое простое число.

СЛЕДСТВИЕ 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ – неединичная формация. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1) решетка подформаций формации $\mathfrak{F}$ булева;

2) каждая неединичная $\mathfrak{F}$-группа является прямым произведением некоторого конечного числа простых групп;

3) в $\mathfrak{F}$ дополняема каждая подформация вида $\operatorname{form} A$, где A – некоторая простая группа.

СЛЕДСТВИЕ 3. *Тогда и только тогда группа G нильпотентна, когда в $l \operatorname{form} G$ дополняема каждая локальная подформация.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Скиба А.Н. *О формациях с заданными системами подформаций* // Подгрупповое строение конечных групп. - Минск, 1981. - С.155-180.

2. Эйдинов М.И. *О формациях с дополняемыми подформациями* // Тез. докл. IX Всесоюзн. симпозиума по теории групп - М., 1984. - С.101.

3. Ведерников В.А. *Вполне факторизуемые формации конечных групп* // Вопр. алгебры. - Минск, 1990, вып. 5. - С.28-34.

4. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. *Формации алгебр с дополняемыми подформациями* // Укр. матем. журн. - 1991. - Т.43. - № 7. - С.1008-1012.

5. Шеметков Л.А. *Формации конечных групп.* - М.: Наука, 1978. - 271 с.

6. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. *Формации алгебраических систем.* - М.: Наука, 1989. - 264 с.

7. Huppert B., Blackburn N. *Finite groups.* II. - Berlin e.a.: Springer, 1982. - 531 p.

Республика Беларусь
Гомгльский государственный
университет

Поступили
первый вариант 09.12.1992
окончательный вариант 23.06.1994