

В. Н. ЖАРКОВ, В. П. ТРУБИЦЫН, А. Б. МАКАЛКИН

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ПОЛЯ ЮПИТЕРА И САТУРНА

(Представлено академиком А. А. Михайловым 6 IX 1971)

1. Юпитер и Сатурн, по-видимому, являются газо-жидкими планетами, состоящими в основном из водорода и гелия (¹). Рассмотрим гидростатически равновесные модели этих планет. Если известно распределение плотности в планете $\rho(l)$ или уравнение состояния вещества $p = p(\rho)$, то методы теории фигуры позволяют рассмотреть гравитационные моменты J_{2n} , определяющие внешний гравитационный потенциал

$$V(r, t) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a_1}{r} \right)^{2n} P_{2n}(t) \right].$$

Здесь G — гравитационная постоянная, M и a_1 — масса и экваториальный радиус планеты соответственно, $r, t = \cos \theta$ — координаты рассматриваемой точки, находящейся вне планеты (начало координат выбрано в центре масс), P_{2n} — четные полиномы Лежандра. Малым параметром теории фигуры является относительный квадрат угловой скорости $m = 3\omega^2 / (4\pi G \rho_0)$,

Таблица 1

Модель	$J_2 \cdot 10^3$	$-J_4 \cdot 10^4$	$J_6 \cdot 10^5$	$-J_8 \cdot 10^6$	$J_{10} \cdot 10^7$
--------	------------------	-------------------	------------------	-------------------	---------------------

Ю п и т е р

ДеМаркус	14,5	6,41	3,91	2,8	2,2
Пиблс	15,7	6,77	4,29	3,2	2,5
Квадратичное распределение	18,1	8,29	5,41	3,9	3,0
Линейное распределение	15,4	6,36	3,89	2,6	1,9
Хаббард	15,7	6,61	4,11	3,0	2,3

С а т у р н

ДеМаркус	17,3	13,6	15,8	19	24
Пиблс	17,8	12,3	12,4	14	17
Квадратичное распределение	30,6	23,6	26,0	31	41
Линейное распределение	25,8	17,9	18,3	21	26

Примечание. При расчетах приняты следующие исходные данные:
Юпитер: $M = 1,902 \cdot 10^{30}$ г, $s_1 = 6,986 \cdot 10^8$ см, $\rho_0 = 1,33$ г/см³, $m = 0,0843$, $T = 2\pi/\omega = 9^h 55^m 41^s$; Сатурн: $M = 0,569 \cdot 10^{30}$ г, $s_1 = 5,763 \cdot 10^8$ см, $\rho_0 = 0,71$ г/см³, $m = 0,1421$, $T = 2\pi/\omega = 10^h 41^m$.

где ρ_0 — средняя плотность планеты, ω — угловая скорость вращения. Сжатие планеты $e_1 = (a_1 - b_1) / a_1$ (b_1 — полярный радиус), является малой величиной порядка m . Величины J_{2n} также являются малыми величинами и их можно разложить в ряд по сжатию или по параметру m (^{2, 4}) и в зависимости от точности, с которой известны величины J_{2n} из наблюдений, следует удерживать то или иное число слагаемых:

$$J_2 = m[J_2(0) + mJ_2(1) + m^2J_2(2)], \quad J_4 = m^2[J_4(0) + mJ_4(1)],$$

$$J_6 = m^3J_6(0). \quad (1)$$

В (2) получена система уравнений теории гидростатически равновесной фигуры с точностью до членов, пропорциональных m^3 . Эта система содержит три интегро-дифференциальных уравнения для параметров e , k , h , определяющих форму планеты и связанных простыми соотношениями с моментами J_2 , J_4 , J_6 . При отбрасывании малых членов, пропорциональных m^2 и m^3 , система сводится к известному уравнению Клеро для сжатия

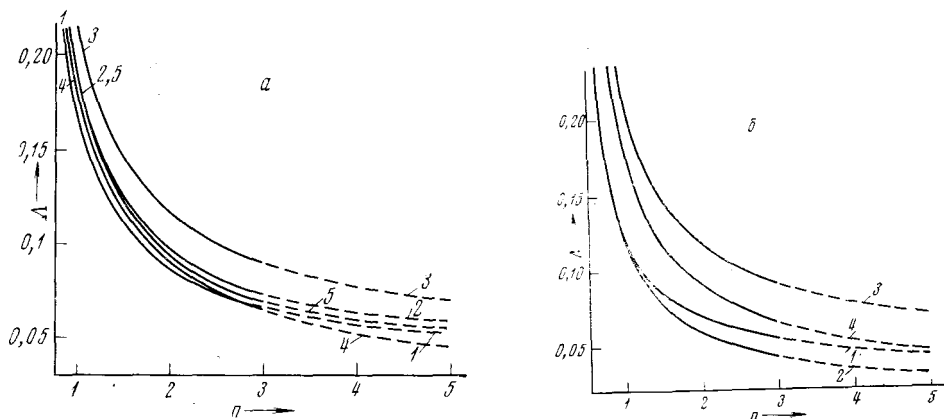


Рис. 1. Функция $\Lambda = |J_{2n}| / m^n$ для распределений плотности в Юпитере (а) и Сатурне (б): 1 — по ДеМаркусу, 2 — по Пиблсу, 3 — квадратичного, 4 — линейного, 5 — по Хаббарду

e и дает возможность определить $J_2(0)$. Учет членов $\sim m^2$ приводит к системе двух уравнений: уравнению Дарвина — ДеСиттера для e и уравнению Дарвина для k . Решение этой системы позволяет вычислить $J_2(1)$ и $J_4(0)$. Для вычисления этих величин, входящих в (1), нужно решить систему трех уравнений для e , k , h (2).

Пока для Юпитера и Сатурна из наблюдений известны $J_2 = \frac{2}{3}J$, $J_4 = -\frac{4}{15}K$, m и ρ_0 (см. табл. 2). На базе уравнений состояния водорода и гелия ДеМаркус (3), Пиблс (4) и Хаббард (5) подбирали модели этих планет так, чтобы согласовать с наблюдаемыми данными. Первые оценки момента J_6 на основе теории фигуры третьего приближения были сделаны в (6, 7) для упрощенных аналитических моделей.

Таблица 2

Модель	Юпитер		Сатурн	
	$J_2 \cdot 10^3$	$-J_4 \cdot 10^4$	$J_2 \cdot 10^3$	$-J_4 \cdot 10^4$
ДеМаркус	14,2	5,87	16,8	12,90
Пиблс	15,3	6,50	17,0	11,2
Квадратичное распределение	17,8	7,94	29,5	22,0
Линейное распределение	15,0	6,11	24,9	16,7
Хаббард	15,3	6,34		
По данным наблюдений	$14,71 \pm 0,14$	$6,74 \pm 3,76$	$16,67 \pm 0,02$	$10,3 \pm 0,8$

2. В настоящем сообщении приведены результаты численных расчетов гравитационных моментов. Вычисления выполнены на ЭВМ. В табл. 1 даны значения моментов J_2 , J_4 , J_6 , вычисленных с точностью до величин порядка m , m^2 , m^3 соответственно, для моделей с распределениями плотности, предложенными ДеМаркусом, Пиблсом, Хаббардом, а также для линейного и квадратичного законов распределения плотности. Моменты J_2 и J_4 с точностью до m^2 и m^3 для этих моделей приведены в табл. 2.

Из табл. 1 и 2 видно, что величина $m^2 J_2(1)$ в (1) дает вклад в J_2 для разных моделей Юпитера (2,1—2,2) %, Сатурна (3,2—3,7) %. Это превышает ошибку наблюдаемого значения J_2 . Вклад в J_4 слагаемого $m^3 J_4(1)$ составляет для этих планет (3,8—4,3) % и (5,5—7,5) % соответственно.

Проделанные расчеты позволили определить функцию $\Lambda = |J_{2n}| / m^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, которая, как оказалось, является монотонной. Пользуясь рис. 1, мы получили экстраполяционные значения моментов J_3 и J_{10} (см. табл. 1).

3. Средний радиус планеты (радиус сферы, объем которой равен объему планеты)

$$s_1 = a_1 (1 - 1/3 e_1^2 - 1/9 e_1^4 - 8/15 k)$$

с точностью до членов порядка m^2 . Величина среднего радиуса s_1 , которая вместе с массой и периодом вращения планеты является исходной при определении гравитационных моментов, известна пока с небольшой точностью. Это вызвано малой точностью измерения экваториального и полярного диаметров, которые различаются у разных авторов. Так, из данных, приведенных в (8), получаются значения $s_1 = (6,936 \pm 0,01) \cdot 10^9$ см для Юпитера и $s_1 = (5,768 \pm 0,024) \cdot 10^9$ см для Сатурна, отличающиеся от использованных в (3). В связи с этим мы рассчитали поправки к гравитационным моментам, обусловленные изменением среднего радиуса. Если оставить неизменными M , ω , а $p(\rho)$ изменять только в малой центральной области радиуса $2s_1$, то вариации средней плотности среднего радиуса связаны соотношением

$$\delta \rho_0 = - \frac{3\rho_0}{s_1} \delta s_1, \quad (2)$$

и исправленные значения гравитационных моментов вычисляются по формуле

$$J_{2n}(\rho_0 + \delta \rho_0) = J_{2n}(\rho_0) \left(1 - C_n \frac{\delta \rho_0}{\rho_0} \right), \quad (3)$$

$$C_n = - \left(\frac{\partial \ln J_{2n}}{\partial \ln \rho_0} \right)_{M, \omega, p(\rho)}.$$

В табл. 3 приведены значения логарифмических производных C_n для некоторых моделей планет.

Если учет членов $\sim m^3$ в модели Пиблса для Сатурна улучшает согласование вычисленного значения момента J_4 с наблюдаемым (J_4 уменьшается на 6 %), то использование среднего радиуса Сатурна по (8), наоборот, увеличивает имеющееся расхождение (J_4 увеличивается на 3 %). Формулы (2) и (3) и табл. 3 позволят в будущем, по мере уточнения размеров планет, оценивать соответствующие поправки в значения J_2 и J_4 , полученные из наблюдений, без подробных вычислений.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта
Академии наук СССР
Москва

Поступило
31 VIII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. Н. Жарков, В. П. Трубицын, Л. В. Самсоненко, Физика Земли и планет. Внутреннее строение и фигуры, М., 1971. ² В. Н. Жарков, В. П. Трубицын, Астрон. журн., 46, 1252 (1969). ³ W. C. DeMarcus, Astron. J., 63, 2 (1959). ⁴ P. G. E. Piegles, Astrophys. J., 140, 328 (1964). ⁵ N. W. Hubbard, Astrophys. J., 155, 333 (1969). ⁶ В. Н. Жарков, В. П. Трубицын, Астрон. журн., 47, 1268 (1970). ⁷ В. Н. Жарков, В. П. Трубицын, Астрон. журн., 48, 590 (1971). ⁸ A. Dollfus, In: Surfaces and Interiors of Planets and Satellites, London — N. Y., 1970.