

УНИВЕРСИТЕТ ААЛТО
ФАКУЛЬТЕТ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
КАФЕДРА ЭЛЕКТРОНИКИ И НАНОПРОЕКТИРОВАНИЯ

АСАДЧИЙ
Виктор Сергеевич

МЕТАПОВЕРХНОСТИ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.03 – радиофизика

Научные руководители:
с финской стороны
доктор физ.-мат. наук,
профессор, Третьяков С.А.,
с белорусской стороны
доктор физ.-мат. наук,
профессор, Семченко И.В.

Автор

Название докторской диссертации
Метаповерхности с пространственной дисперсией

Издатель Факультет Электротехники

Отделение Кафедра Электроники и Нанопроектирования

Область исследования Радиофизика

Язык Английский

Article dissertation

Реферат

Естественные материалы и вещества обладают широким набором электромагнитных свойств во всем электромагнитном спектре. Несмотря на доступное разнообразие, природа не предоставила нам все возможные инструменты для управления электромагнитными волнами и реализации всех физически возможных эффектов. Только использование искусственных композитных материалов может предоставить полный контроль над электромагнитными свойствами материалов. Например, в то время как эффекты пространственной дисперсии слабы в природных материалах, они могут быть значительно усилены в композитных материалах (метаматериалах). Метаматериалы состоят из включений, размеры которых малы, но сопоставимы с рабочей длиной волны, что позволяет добиваться в них сильных эффектов пространственной дисперсии, таких как бианизотропия, искусственный магнетизм и гиротропия.

Эта диссертация посвящена молодой малоисследованной области метаповерхностей с пространственной дисперсией. Метаповерхности представляют собой двухмерные массивы субволновых включений, спроектированные для управления электромагнитным излучением. Первая половина диссертации содержит теоретический обзор области исследований, необходимый для понимания полученных результатов, изложенных во второй половине.

Полученные новые результаты могут быть разделены на три части. Первая часть описывает полуаналитический метод определения поляризуемостей произвольного электрически малого бианизотропного рассеивателя. Впоследствии этот метод был использован для создания нового рассеивателя с чрезвычайно выраженной пространственной дисперсией первого порядка.

Вторая часть посвящена двум спроектированным метаповерхностям: резонансному градиентному отражателю и прозрачному вне резонансной полосы поглотителю. Показано, что в таких метаповерхностях возникают пространственно дисперсионные эффекты.

В последней части представлен точный синтез градиентных метаповерхностей для идеального управления волновым фронтом в режимах отражения и прохождения электромагнитных волн. Показана фундаментальная важность пространственной дисперсии в таких метаповерхностях. В качестве доказательства разработана и измерена оптическая метаповерхность для идеального аномального отражения.

ISBN (печать)	ISBN (pdf)	
ISSN-L 1799-4934	ISSN (печать) 1 799-4934	ISSN (pdf) 1799-4942
Место издательства Хельсинки	Место печати Хельсинки	Год 2017
Страниц 201	urn http://urn.fi/URN:ISBN:	

Научные руководители

Проф. Сергей Третьяков, Аалто Университет, Финляндия

Проф. Игорь Семченко, УО Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Беларусь

Предварительные экзаменаторы

Проф. Марио Сильверинья, Лиссабонский университет, Португалия

Д-р Димитриос Соунас, Техасский университет в Остине, США

Аалто Университет

ISBN (printed)

ISBN (pdf)

ISSN-L 1799-4934

ISSN 1799-4934 (printed)

ISSN 1799-4942 (pdf)

<http://urn.fi/URN:ISBN:>

Unigrafia Oy

Хельсинки 2017

Финляндия

Предисловие

Наша реальность – словно игра. Мы все играем по её правилам. Мы не знаем, почему нас тянет к Земле, но мы знаем, что это одно из правил. Эти правила самые универсальные; они остаются неизменными и не зависят от обществ и цивилизаций. Имя этой игре – Физика.

Данная работа была проведена на кафедре электроники и наноинженерии Университета Аалто, факультета электротехники.

Я хотел бы выразить самую искреннюю благодарность моему руководителю, профессору Сергею А. Третьякову. Без Вашего руководства и постоянной помощи эта диссертация не была бы возможной. Я очень ценю Ваши многочисленные научные советы и дискуссии с Вами, из которых я многому научился. Мне все еще многому предстоит научиться от Вас. Для меня было большой честью и привилегией работать в Вашей группе и вносить свой вклад в ее высококачественные исследования. Мне нравится дружеский и международный дух группы, а также очень важные семинары. Вы вносите в них решающий вклад.

Я хотел бы поблагодарить своего второго руководителя в Гомельском государственном университете им. Франциска Скорины (Беларусь), профессора Игоря В. Семченко. Я очень благодарен Вам за то, что Вы познакомили меня с областью метаматериалов и предложили мне несколько важных направлений исследований. Вы всегда готовы помочь мне как по академическим, так и по практическим вопросам.

Есть ещё несколько других людей, которые оказали значительное влияние на мой академический путь. Прежде всего, это мой учитель физики в старшей школе, Алексей Н. Павлов. Его выдающиеся навыки преподавания и глубокое понимание физики определили мое будущее. Я благодарю Валерия Н. Капшая и других выдающихся профессоров и преподавателей Гомельского государственного университета им. Франциска Скорины, которые предоставили физическое образование на высоком уровне во время моей учебы в университете. Я очень благодарен Сергею А. Хахому за помощь в многочисленных практических и академических вопросах, а также за его хороший и ободряющий юмор. Я также благодарен профессору Мартину Вегенеру и Андреасу Викбергу за предоставленную мне возможность изучить различные методы нанообработки и оптических измерений во время моей научной стажировки в Технологическом институте Карлсруэ. И последнее, но не менее важное: я хотел бы поблагодарить Константина Р. Симовского и Игоря С. Нефедова за многочисленные важные научные обсуждения в течение моих докторских исследований.

Я хотел бы выразить свою благодарность всем моим сотрудникам и друзьям: Игорю Фаняеву, Юнесу Ради, Светлане Цветковой, Мохаммаду Албуе, Ане-Диаз Рубио, Мохаммаду Саджаду Мирмусе, До-Хун Квон, Амру Эльсакка, Ёни Вехмасу, Усаме Мирзе, Димитриосу Царушису, Михаилу Омельяновичу, Сергею Косульникову, Ирине Нефедовой, Григорию Птицыны, Фу Лиу и Шучену Ванг.

У меня так много воспоминаний о приятном и захватывающем времени, проведенном с вами всеми. Моя особая благодарность также моим лучшим друзьям Андрею Борисенко и Игорю Фаняеву. Невозможно описать, насколько сильно и значительно они поддерживали меня на протяжении всей моей жизни.

Я хотел бы поблагодарить моих предварительных экспертов, Марио Сильверинья и Димитриоса Соунаса за тщательное изучение этой диссертации.

Во время этой докторской работы я получил финансовую поддержку от Докторантуры Аалто ЕЛЕС, Фонда Ноккиа и Фонда для науки и технологии Университета Аалто. Я очень признателен за эту поддержку.

Самая теплая благодарность моим дорогим родителям Наталье и Сергею, тетушке Елене, брату Ильи и двоюродной сестре Екатерине за их безграничную доброту и любовь ко мне, постоянную поддержку и присутствие в моей жизни. Для меня семья имеет первостепенное значение. Я особенно благодарен моей бабушке Людмиле, которая была примером наивысшей морали для меня.

Наконец, я хочу выразить искреннюю благодарность моей возлюбленной жене Хуен. Наша встреча разделила мою жизнь на две части: неполное «до» и очень счастливое «после».

Оглавление

Список Аббревиатур	7
Список Обозначений	8
1 Введение	14
I Обзор области исследований	17
2 Частотная дисперсия	18
3 Пространственная дисперсия	21
3.1 Макроскопические уравнения Максвелла	21
3.2 Пространственная дисперсия первого порядка и бианизотропия	23
3.3 Пространственная дисперсия второго порядка и искусственный магнетизм . .	25
3.4 Пространственная дисперсия высших порядков	27
3.5 Включения бианизотропных материалов	27
3.6 Классификация бианизотропных материалов	30
3.7 Обращение времени и невязимость в электродинамике	34
3.8 Пространственная инверсия и невязимые бианизотропные материалы	37
3.9 Ограничения на материальные параметры	41
3.10 Распространение волн в бианизотропных материалах и экстремальная бианизотропия	44
4 Метаматериалы и роль пространственной дисперсии	49
4.1 Отрицательное преломление	49
4.2 Субволновая фокусировка и трансформационная оптика	52
4.3 Среды из проводов	54
4.4 Брэгговская дифракция и электромагнитные кристаллы	56
4.5 Металповерхности	58
4.6 Модели гомогенизации для металповерхностей	63
II Результаты исследований	68
5 Отдельные бианизотропные включения	69
5.1 Способы определения поляризуемостей	69
5.1.1 Научный вклад автора	70
5.2 Чисто бианизотропные рассеиватели	72
5.2.1 Научный вклад автора	73

6	Метаповерхности с пространственной дисперсией и их применения	76
6.1	Прозрачные вне резонанса градиентные отражатели	76
6.1.1	Научный вклад автора	78
6.2	“Невидимые” поглотители	79
6.2.1	Научный вклад автора	80
6.3	Точное проектирование метаповерхностей для управления волновым фронтом	82
6.3.1	Научный вклад автора	84
7	Выводы	89
	Литература	89
III	Публикации автора	100

Список Аббревиатур

EMNZ	материалы с $\epsilon = 0$ и $\mu = 0$ ('epsilon-near-zero materials')
TE	поперечный электрический
ВПГФ	высоко-импедансная поверхность грибовидной формы
СВЧ	сверх-высокие частоты
ЧИП	частотно-избирательная поверхность

Список обозначений

a	линейный размер включения [m]
a_0	комплексный коэффициент
\mathbf{a}_i	базисные векторы системы координат
a_{ij}	тензор восприимчивости второго ранга [$\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$]
a_{ijk}	тензор восприимчивости третьего ранга [F]
a_{ijkl}	тензор восприимчивости четвертого ранга [$\text{F} \cdot \text{m}$]
a_w	периодичность массива проводов [m]
\mathbf{B}	вектор магнитного индукции [T]
\mathbf{B}_{in}	вектор магнитного индукции внутри объема V [T]
\mathbf{B}_{out}	вектор магнитного индукции снаружи объема V [T]
c	скорость света [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
\mathbf{D}	вектор электрической индукции [$\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$]
D	периодичность решетки [m]
$\overline{\overline{D}}$	диагональная матрица
D_x	периодичность решетки вдоль x -оси [m]
d	расстояние между соседними включениями в периодическом массиве [m]
d_s	толщина пластины [m]
\mathbf{E}	электрическое поле [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{av}	электрическое поле, усредненное с двух сторон метаповерхности [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{b}	электрическое поле волны, рассеянной в обратном направлении [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{ext}	внешнее электрическое поле [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{f}	электрическое поле волны, рассеянной в прямом направлении [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{i}	электрическое поле падающей волны [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{in}	электрическое поле внутри объема V [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{out}	электрическое поле снаружи объема V [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{r}	электрическое поле отраженной волны [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
$\mathbf{E}_{\text{r}}^{\pm}$	отраженное электрическое поле для падения вдоль $\pm \mathbf{n}$ направлений [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{sc}	рассеянное электрическое поле [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{t}	электрическое поле прошедшей волны [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
$\mathbf{E}_{\text{t}}^{\pm}$	прошедшее электрическое поле для падения вдоль $\pm \mathbf{n}$ направлений [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}_{tan}	тангенциальная составляющая полного электрического поля на метаповерхности [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$]

F	сила [N]
H	магнитное поле [$A \cdot m^{-1}$]
H₀	внешнее подмагничивающее поле [$A \cdot m^{-1}$]
H_{av}	магнитное поле, усредненное с двух сторон метаповерхности [$A \cdot m^{-1}$]
H_i	магнитное поле падающей волны [$A \cdot m^{-1}$]
H_r	магнитное поле отраженной волны [$A \cdot m^{-1}$]
H_{sc}	магнитное поле рассеянной волны [$A \cdot m^{-1}$]
H_t	магнитное поле прошедшей волны [$A \cdot m^{-1}$]
H_{tan}	тангенциальная составляющая полного магнитного поля на метаповерхности [$A \cdot m^{-1}$]
I	электрический ток [A]
$\overline{\overline{I}}$	единичная матрица (диада)
$\overline{\overline{I}}_t$	поперечная единица диада
$\overline{\overline{J}}$	антисимметричная матрица
J_e	усредненная поверхностная плотность электрического тока [$A \cdot m^{-1}$]
J_{eV}	плотность электрического тока внутри объема V [$A \cdot m^{-2}$]
J_{ext}	усредненная внешняя (связанная) плотность электрического тока [$A \cdot m^{-2}$]
J_{ind}	усредненная индуцированная (из-за поляризации) плотность электрического тока [$A \cdot m^{-2}$]
J_m	усредненная поверхностная плотность магнитного тока [$V \cdot m^{-1}$]
J_{mV}	плотность магнитного тока внутри объема V [$V \cdot m^{-2}$]
$\overline{\overline{J}}_t$	диада векторного произведения
j	мнимая единица
$\overline{\overline{K}}$	матрица преобразований
K_a	вектор, двойственный к антисимметричной части тензора киральности
K_a	коэффициент омега-связи
k	волновой вектор [m^{-1}]
k_0	волновое число в вакууме [m^{-1}]
k_b	волновой вектор волны, рассеянной в обратном направлении [m^{-1}]
k_f	волновой вектор волны, рассеянной в прямом направлении [m^{-1}]
k_i	волновое число падающей волны [m^{-1}]
k_p	плазменное волновое число [m^{-1}]
k_r	волновое число отраженной волны [m^{-1}]
k_t	волновое число прошедшей волны [m^{-1}]
M	магнетизация [$A \cdot m^{-1}$]
$\overline{\overline{M}}$	матрица с нулевым следом
M_S	поверхностная плотность магнитной поляризации [A]
m	магнитный дипольный момент в обозначениях, используемых в диссертации [$V \cdot s \cdot m$]
m	произвольное целое число

\mathbf{m}_{conv}	магнитный дипольный момент в традиционных обозначениях [$\text{A} \cdot \text{m}^2$]
N	объемная концентрация включений в материале [m^{-3}]
$\overline{\overline{N}}$	симметричная матрица
\mathbf{n}	единичный вектор, определяющий нормаль к поверхности
n	показатель преломления
\mathbf{n}_{sc}	единичный вектор в направлении наблюдения рассеянного поля
\mathbf{P}	плотность электрической поляризации [$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$]
\mathbf{P}_S	поверхностная плотность электрической поляризации [$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$]
\mathbf{p}	электрический дипольный момент [$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}$]
p^\pm	электрический дипольный момент, индуцированный при возбуждении волной, падающей вдоль $\pm z$ -оси [$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}$]
\mathbf{Q}	произвольная дифференцируемая векторная величина [$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$]
q	электрический заряд [C]
$R_{\pm z}$	коэффициент отражения для волн, распространяющихся в $\pm z$ -направлениях
\mathbf{r}	координатный вектор [m]
\mathbf{r}_0	координатный вектор центральной точки [m]
r_1	коэффициент локального отражения
r_{sc}	расстояние между рассеивающим элементом и точкой наблюдения [m]
r_w	радиус проволоки [m]
\mathbf{S}	вектор Пойнтинга [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]
S	площадь поверхности [m^2]
T	оператор операции транспонирования
t	время [s]
V	объем [m^3]
\mathbf{V}_a	вектор, дуальный к антисимметричной части тензора невязимной магнитоэлектрической связи
V_a	коэффициент магнитоэлектрической связи (имитирующий искусственное перемещение)
\mathbf{v}	скорость [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
\mathbf{v}_{gr}	групповая скорость [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
\mathbf{v}_{ph}	фазовая скорость [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
X_{ij}	мнимая часть Z -параметров [Ω]
Z_i	характеристический импеданс падающей волны [Ω]
Z_{ij}	Z -параметры [Ω]
Z_r	характеристический импеданс отраженной волны [Ω]
Z_s	поверхностный импеданс [Ω]
$\overline{\overline{\alpha}}_{\text{ee}}$	тензор диэлектрической поляризуемости [$\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \Omega^{-1}$]
$\overline{\overline{\hat{\alpha}}}_{\text{ee}}$	диада коллективной диэлектрической поляризуемости [$\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \Omega^{-1}$]
$\hat{\alpha}_{\text{ee}}^{\text{co}}$	диагональная компонента диады коллективной диэлектрической поляризуемости [$\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \Omega^{-1}$]

$\hat{\alpha}_{ee}^{cr}$	недиагональная компонента диады коллективной диэлектрической поляризуемости $[s \cdot m^2 \cdot \Omega^{-1}]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{ee}^V$	тензор диэлектрической поляризуемости с размерностью объема $[m^3]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{em}$	тензор электро-магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\bar{\alpha}_{em}$	диада коллективной электро-магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\hat{\alpha}_{em}^{co}$	диагональная компонента диады коллективной электромагнитной поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\hat{\alpha}_{em}^{cr}$	недиагональная компонента диады коллективной электро-магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{em}^V$	тензор электро-магнитной поляризуемости с размерностью объема $[m^3]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{me}$	тензор магнито-электрической поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\bar{\alpha}_{me}$	диада коллективной магнито-электрической поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\hat{\alpha}_{me}^{co}$	диагональная компонента диады коллективной магнито-электрической поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\hat{\alpha}_{me}^{cr}$	недиагональная компонента диады коллективной магнито-электрической поляризуемости $[s \cdot m^2]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{mm}$	тензор магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2 \cdot \Omega]$
$\bar{\alpha}_{mm}$	диада коллективной магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2 \cdot \Omega]$
$\hat{\alpha}_{mm}^{co}$	диагональная компонента диады коллективной магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2 \cdot \Omega]$
$\hat{\alpha}_{mm}^{cr}$	недиагональная компонента диады коллективной магнитной поляризуемости $[s \cdot m^2 \cdot \Omega]$
$\bar{\bar{\alpha}}_{mm}^V$	тензор магнитной поляризуемости с размерностью объема $[m^3]$
β	скалярный параметр, моделирующий электрическую квадрупольную поляризованность $[F \cdot m]$
β_{+z}	постоянная распространения волны, несущей энергию в $+z$ направлении $[m^{-1}]$
β_{-z}	постоянная распространения волны, несущей энергию в $-z$ направлении $[m^{-1}]$
γ	скалярный параметр, моделирующий искусственную магнитизацию $[F \cdot m]$
Δ_m	вспомогательная диада $[m^2]$
Δ_p	вспомогательная диада $[m^2]$
δ	Дельта-функция Дирака
δ_{ij}	Дельта-функция Кронекера
ϵ	диэлектрическая проницаемость $[F \cdot m^{-1}]$
$\bar{\bar{\epsilon}}$	тензор диэлектрической проницаемости $[F \cdot m^{-1}]$
ϵ_0	диэлектрическая проницаемость вакуума $[F \cdot m^{-1}]$
$\bar{\bar{\epsilon}}_g$	тензор диэлектрической проницаемости общей линейной бианизотропной среды $[F \cdot m^{-1}]$
ϵ_h	диэлектрическая проницаемость композитной среды $[F \cdot m^{-1}]$
$\bar{\bar{\epsilon}}_n$	тензор диэлектрической проницаемости невязимной среды $[F \cdot m^{-1}]$
$\bar{\bar{\epsilon}}_{or}$	тензор диэлектрической проницаемости материала в исходной системе координат $[F \cdot m^{-1}]$
ϵ_s	диэлектрическая проницаемость пространственно-дисперсионной среды $[F \cdot m^{-1}]$

$\overline{\epsilon}_s$	тензор диэлектрической проницаемости пространственно-дисперсионной среды [$F \cdot m^{-1}$]
ϵ_t	поперечная компонента тензора диэлектрической проницаемости одноосной бианизотропной среды [$F \cdot m^{-1}$]
$\overline{\epsilon}_{tr}$	тензор диэлектрической проницаемости материала в преобразованной системе координат [$F \cdot m^{-1}$]
ϵ_{zz}	диэлектрическая проницаемость вдоль z -направления [$F \cdot m^{-1}$]
ζ	коэффициент эффективности
$\overline{\zeta}$	общий тензор бианизотропии, моделирующий магнито-электрическую связь
η	волновой импеданс [Ω]
η_0	волновой импеданс вакуума [Ω]
$\eta_{\pm z}$	волновой импеданс волн, распространяющихся в $\pm z$ -направлении [Ω]
θ_i	угол падения [rad]
θ_r	угол отражения [rad]
θ_t	угол преломления [rad]
$\overline{\vartheta}$	общий тензор бианизотропии, моделирующий электро-магнитную связь
κ	параметр киральности
$\overline{\kappa}$	тензор киральности
$\overline{\kappa}_s$	симметричная часть тензора киральности
κ_t	симметричная компонента одноосной взаимной бианизотропной диады
λ	длина волны [m]
λ_0	длина волны в вакууме [m]
μ	магнитная проницаемость [$N \cdot A^{-2}$]
$\overline{\mu}$	тензор магнитной проницаемости [$N \cdot A^{-2}$]
μ_0	магнитная проницаемость вакуума [$N \cdot A^{-2}$]
$\overline{\mu}_g$	тензор магнитной проницаемости общей линейной бианизотропной среды [$N \cdot A^{-2}$]
$\overline{\mu}_n$	тензор магнитной проницаемости невзаимной среды [$N \cdot A^{-2}$]
$\overline{\mu}_{or}$	тензор магнитной проницаемости материала в исходной системе координат [$N \cdot A^{-2}$]
μ_t	поперечная магнитная проницаемость одноосной бианизотропной среды [$N \cdot A^{-2}$]
$\overline{\mu}_{tr}$	тензор магнитной проницаемости материала в преобразованной системе координат [$N \cdot A^{-2}$]
ξ	параметр взаимной бианизотропии [Ω^{-1}]
$\overline{\xi}$	тензор взаимной бианизотропии [Ω^{-1}]
ρ_{ext}	усредненная внешняя (связанная) плотность электрического заряда [$C \cdot m^{-3}$]
ρ_{ind}	усредненная индуцированная (из-за поляризации) плотность электрического заряда [$C \cdot m^{-3}$]
τ	время [s]
Φ_r	локальная фаза отраженной волны
Φ_t	локальная фаза прошедшей волны
$\overline{\phi}_{ee}$	тензор диэлектрической восприимчивости поверхности [m]

$\overline{\overline{\phi}}_{em}$	тензор электро-магнитной восприимчивости поверхности [m]
$\overline{\overline{\phi}}_{me}$	тензор магнито-электрической восприимчивости поверхности [m]
$\overline{\overline{\phi}}_{mm}$	тензор магнитной восприимчивости поверхности [m]
χ	диэлектрическая восприимчивость
$\overline{\overline{\chi}}$	незвзаимный бианизотропный тензор
$\overline{\overline{\chi}}_s$	симметричная часть тензора незвзаимной связи
χ_t	симметричная компонента одноосной незвзаимной бианизотропной диады
$\overline{\overline{\psi}}$	произвольный тензор материала, например, тензор диэлектрической проницаемости или киральности
ω	угловая частота [rad · s ⁻¹]
ω_a	угловая частота режима полного поглощения [rad · s ⁻¹]
ω_e	угловая частота электрического резонанса [rad · s ⁻¹]
ω_m	угловая частота магнитного резонанса [rad · s ⁻¹]
*	оператор комплексного сопряжения
d	дифференциал функции
$\frac{\partial}{\partial t}$	производная по времени
†	оператор эрмитового сопряжения
det{}	определитель матрицы
$\Im\{\}$	оператор мнимой части
∇	набла-оператор
∇_j	частная производная по координате r_j
$\Re\{\}$	оператор реальной части
tr{}	след матрицы

Глава 1

Введение

Изучение взаимодействия электромагнитных волн с веществом является важным предметом физики. С одной стороны, оно выполняет когнитивную функцию, объясняя, почему существующие материалы ведут себя именно таким образом. Например, почему мы видим разные цвета и является ли цвет внутренним атрибутом объекта. С другой стороны, изучение взаимодействия электромагнитных волн с материей выполняет важную прикладную функцию: проектирование материалов с требуемыми электромагнитными свойствами, например, голограммы, линзы, а также поверхности, отражающие больше света, чем обычные зеркала и т. д.

Взаимодействие материалов с электромагнитными волнами можно простым образом описать с помощью рассеяния волн на их атомах и молекулах. Из-за инерционных свойств электрических зарядов отклик рассеяния различен на разных частотах. Эффект запаздывания отклика на электромагнитное возбуждение называется *частотной дисперсией*. Наиболее сильное рассеяние происходит, когда частота внешних волн совпадает с характерной частотой материала, при котором его включения резонируют. Характеристическое время электронных переходов в атомах и молекулах большинства природных материалов сравнимо с величиной, обратной частоте видимого света. Поэтому такие материалы имеют резонансные взаимодействия со светом, и мы можем видеть разные цвета. Поскольку рассеяние волн на материалах зависит не только от их свойств, но и от свойств самого падающего света, цвета, которые мы видим, не являются неотъемлемыми атрибутами материалов и могут изменяться при разных освещениях. Хорошим примером является александритовый камень, который имеет разные цвета при разном освещении. В микроволновом диапазоне эффекты резонансного взаимодействия вещества с волнами преимущественно обусловлены ориентационной поляризуемостью полярных молекул.

Несмотря на то, что существует множество известных природных материалов с различными электромагнитными свойствами, их отклик по-прежнему очень ограничен, что не позволяет выявить все потенциальные возможности и волновые эффекты. Наивное решение этой проблемы можно было бы найти, если бы мы могли точно спроектировать свойства отдельных атомов и молекул объемных материалов, т. е. их размер, пространственное распределение в кристаллической решетке, химический состав, а также распределение и форму электронного "облака". Хотя это решение нереалистично на данном этапе развития технологий, оно дает нам представление о макропроектировании отдельных составляющих (включений) вещества. Действительно, теоретически возможно сконструировать макроскопические "атомы" размеры которых достаточно велики, чтобы их можно было легко изготовить и отрегулировать, и в то же время они достаточно малы по сравнению с длиной волны падающего излучения. В таком случае трехмерная кристаллическая решетка этих

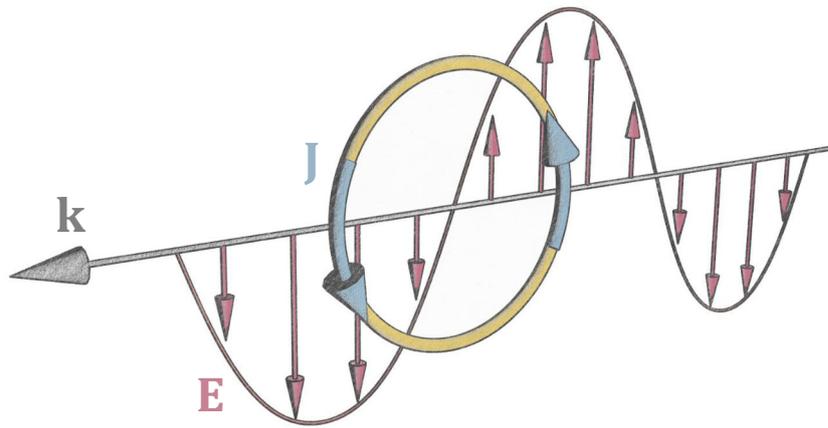


Рис. 1.1: Иллюстрация эффекта пространственной дисперсии на примере металлического кольца, облученного плоской волной с волновым вектором \mathbf{k} и электрическим полем \mathbf{E} . Электрическое поле индуцирует циркулирующий ток \mathbf{J} внутри кольца, таким образом создавая магнитный момент.

"макроатомов" (с периодичностью меньшей, чем длина волны), может быть гомогенизирована и описана как обычный материал с микроскопическими составляющими. "Макроатомы" могут быть сделаны из доступных материалов с произвольной формой и содержанием, например, диэлектрических сфер определенного радиуса. Решетку можно внедрить во внешнюю среду, например, диэлектрик. Регулируя свойства "макроатомов" можно настроить их резонансную частоту для увеличения взаимодействия вещества с падающим излучением. Эта идея проектируемых трёхмерных композитов с субволновыми макроскопическими включениями лежит в основе концепции метаматериалов. Метаматериалы, активно изучавшиеся с 2000 – 2001 г. [1, 2], нашли множество сфер применения и расширили наше понимание электромагнетизма [3, 4]. Включения метаматериалов получили новый термин "мета-атомы".

Концепция метаматериалов тесно связана с концепцией *пространственной дисперсии*. Когда размер рассеивателей или расстояния между ними становятся сравнимыми с длиной волны, композит, построенный из них, обладает нелокальным откликом поляризации и, как правило, не может быть описан исключительно в терминах электрической проницаемости и магнитной проницаемости. Наглядным примером эффекта пространственной дисперсии является отклик металлического провода в форме замкнутой петли, облученного плоской волной. Если длина падающей волны намного больше радиуса петли, электрическое поле вокруг симметричной петли можно считать равномерным и, следовательно, оно не индуцирует циркулирующие токи в проводе (магнитная поляризация не возникает). Однако, если длина падающей волны равна двойному диаметру петли, электрические поля на противоположных сторонах петли колеблются в противофазе, генерируя циркулирующие токи в проводе, и петля сильно магнитно поляризуется (см. Рисунок 1.1). Таким образом, если эффектами пространственной дисперсии в материале пренебречь нельзя, то его отклик будет зависеть от амплитуды и ориентации волнового вектора падающей волны (см. Главу 3 для более подробной информации). Пространственная дисперсия сыграла решающую роль в области метаматериалов и позволила получить такие новые захватывающие эффек-

ты, как искусственный магнетизм с использованием диэлектриков и металлов, гиротропия, оптическая активность и бианизотропия. Они, в свою очередь, открыли способ реализации материалов с отрицательным индексом [1, 2], плащ-невидимку [5], бианизотропную нигильность [6, 7], и гигантскую оптическую активность [8].

В последнее время интенсивно изучаются двумерные копии метаматериалов, так называемые метаповерхности. Они представляют собой двумерные массивы включений, включённые в слой диэлектрика. Хотя пространственная дисперсия в виде искусственного магнетизма широко использовалась в известных метаповерхностях, очень ограниченное число работ изучало бианизотропию (слабая пространственная дисперсия первого порядка, см. Параграф 3.2 в проектировании метаповерхности. Эта тема является основным предметом настоящей диссертации. Изложение содержания идет в следующем порядке. Главы 2 и 3 содержат классическую теорию частотной (временной) и пространственной дисперсий [9–11]. В них обсуждается классификация бианизотропии (как формы пространственной дисперсии) и ограничений на параметры материала. Глава 3 заканчивается обзором последних исследований материалов с чрезвычайно выраженной бианизотропией (так называемая бианизотропная нигильность). Глава 4 представляет краткий обзор известных метаматериалов, в которых пространственная дисперсия играет решающую роль.

В последних двух главах рассматриваются новые результаты, полученные в этой диссертации. Глава 5 сравнивает традиционные методы определения поляризуемостей одиночных метаатомов (необходимая процедура при проектировании метаповерхностей) и описывает альтернативный метод, основанный на результатах Публикации 1. Новый метод, в отличие от предыдущих подходов, применим для общего линейного бианизотропного дипольного рассеивателя. Кроме того, в Главе 5 и Публикации 2 исследованы электромагнитные ограничения на свойства общего бианизотропного рассеивателя. Показано, что, хотя пассивный рассеиватель без потерь с чистым бианизотропным откликом (прямые электрические и магнитные поляризационные эффекты полностью подавлены) не может существовать, рассеиватель, у которого бианизотропные эффекты доминируют над остальным, в принципе, может существовать. Также в главе приводится проектирование такого рассеивателя с экстремальной пространственной дисперсией первого порядка. Глава 6 анализирует основные идеи двух синтезированных бианизотропных метаповерхностей: частотно-избирательного градиентного отражателя (Публикации 3 и 4) и широкополосного прозрачного поглотителя (Публикация 5). Пространственная дисперсия в обоих метаповерхностях необходима для достижения прозрачности вне резонанса, что позволяет использовать метаповерхности в каскадах с несколькими устройствами. Глава 6 также кратко описывает точный синтез градиентных метаповерхностей для идеального управления волновым фронтом в режимах отражения и пропускания. Результаты Публикации 6 демонстрируют фундаментальную важность пространственной дисперсии в таких метаповерхностях. В качестве доказательства концепции, оптическая метаповерхность для идеального аномального отражения спроектирована и измерена в Публикации 7. Выводы обобщают результаты, полученные в диссертации.

Часть I

Обзор области исследований

Глава 2

Частотная дисперсия

Инерция является фундаментальным эффектом любого физического объекта, выраженным как сопротивление объекта любым изменениям его скорости или направления движения. Инерционная масса – это коэффициент, пропорциональный силе этого сопротивления. Объект с большей инерционной массой требует большей силы для изменения своей скорости, чем объект с меньшей массой. Может ли существовать безынертный объект? Это означало бы, что его инерционная масса, состоящая из массы покоя (инвариантной) и релятивистской массы (возрастающей со скоростью), равна нулю. Более того, применяя внешний толчок к такому объекту, его скорость будет превышать скорость света в течение короткого периода времени, что противоречит абсолютному пределу скорости распространения энергии, продиктованному теорией относительности.

Инерционные свойства электрических зарядов в атомах и молекулах сильно влияют на электромагнитные свойства всех материалов. Действительно, из-за инерции поляризация (смещение заряда) в материалах происходит всегда с некоторой задержкой по отношению к приложенному внешнему электрическому полю. Аналогично, когда приложенное поле исчезает, индуцированная поляризация в течение некоторого времени продолжают оставаться ненулевой. Таким образом, связь между вектором электрической индукции \mathbf{D} в материале и внешним полем \mathbf{E} не мгновенна.

Рассмотрим наглядный пример импульсного воздействия внешнего электрического поля на среду. Внешнее поле \mathbf{E} возникает в момент времени $t = 0$, действует на среду в течение определенного времени dt , а затем мгновенно исчезает. Здесь предполагается, что электрическое поле пространственно однородно (длина волны намного больше, чем размер включений среды и периодичность решетки), а среда является линейной и немагнитной. Увеличение поляризованности среды $d\mathbf{P}$ пропорционально $\mathbf{E}dt$ и в момент времени t может быть записано как

$$d\mathbf{P}(t) = \epsilon_0\chi(t)\mathbf{E}(0)dt, \quad (2.1)$$

где функция $\chi(t)$ называется восприимчивостью и зависит от свойств среды и времени t , прошедшего с начала импульса до момента наблюдения, ϵ_0 является электрической проницаемостью вакуума. Эта функция должна быть равна нулю при $t = 0$ из-за инерционных свойств электрических зарядов, а также при $t = \infty$ из-за неизбежной ненулевой диссипации энергии во всех материалах.

Если внешнее поле прикладывается в течение длительного периода времени, удобно разбить его воздействие на небольшие отрезки времени dt , что эквивалентно последовательности импульсных воздействий, рассмотренных выше. Аналогично (2.1), увеличение поляризованности в момент времени t из-за предыдущего импульса $\mathbf{E}(t')dt'$ можно выразить как $d\mathbf{P}(t) = \epsilon_0\chi(t-t')\mathbf{E}(t')dt'$. Полная поляризованность $\mathbf{P}(t)$ в момент t представляет

собой суперпозицию элементарных порций $d\mathbf{P}$ до этого момента:

$$\mathbf{P}(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(t-t') \mathbf{E}(t') dt'. \quad (2.2)$$

Здесь интегрирование начинается с $t' = -\infty$, чтобы учесть общий эффект от внешнего поля, которое в общем случае может быть приложено в любое время в прошлом t' . Важно отметить, что верхний предел интегрирования – это текущий момент времени t , когда измеряется поляризованность. Иными словами, поляризованность, индуцированная в материале к моменту t определяется только предыдущими моментами времени $t' < t$ и не зависит от возбуждений в будущем. Таким образом, электромагнитная поляризация материалов подчиняется такому фундаментальному эмпирическому закону, как *принцип причинности* [12]. Заменяя t' через $t - \tau$, уравнение (2.2) можно записать как

$$\mathbf{P}(t) = \epsilon_0 \int_0^{\infty} \chi(\tau) \mathbf{E}(t - \tau) d\tau, \quad (2.3)$$

а электрическая индукция в материале становится равной

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(t) &= \epsilon_0 \mathbf{E}(t) + \mathbf{P}(t) = \epsilon_0 \int_0^{\infty} [\delta(\tau) + \chi(\tau)] \mathbf{E}(t - \tau) d\tau \\ &= \int_0^{\infty} \epsilon(\tau) \mathbf{E}(t - \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\epsilon(\tau) = \epsilon_0[\delta(\tau) + \chi(\tau)]$ и $\delta(\tau)$ является дельта-функцией Дирака. Преобразование Фурье обеих сторон уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} \epsilon(\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(t - \tau) e^{-j\omega t} dt \quad (2.5)$$

дает простую формулу:

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad (2.6)$$

где ω – угловая частота и

$$\epsilon(\omega) = \int_0^{\infty} \epsilon(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (2.7)$$

Таким образом, электрические проницаемости всех материалов являются функциями частоты, т. е. имеют *частотную дисперсию*. Такая дисперсия полностью определяется функцией восприимчивости материала. В зависимости от внутренней структуры материала электрическая проницаемость может быть описана различными каноническими моделями, такими как модели Дебая и Лоренца.

Аналогичные выводы могут быть записаны также для магнитного отклика, а также би-

анизотропной связи (описанной ниже), поскольку все эти эффекты подчиняются принципу причинности. Частотная дисперсия является фундаментальным свойством всех материалов, обусловленным инерционными свойствами их составляющих (включений). Гипотетический материал без частотной дисперсии должен состоять из электрических зарядов нулевой массы, однако любая электрически заряженная частица имеет так называемую ненулевую электромагнитную массу (в дополнение к гравитационной массе) [13].

Из-за ограниченного выбора естественных веществ в природе на практике не всегда можно найти подходящие материалы с требуемой электрической и магнитной проницаемостями на определенной частоте. Например, в оптическом диапазоне нет материалов с сильным магнитным откликом. Поэтому очень часто проектирование пространственной дисперсии в искусственных материалах является единственным решением для достижения новых эффектов взаимодействия волн с материей.

Глава 3

Пространственная дисперсия

3.1 Макроскопические уравнения Максвелла

Все разнообразие классических электромагнитных явлений описывается уравнениями Максвелла. Взаимодействие волн с материальными средами подразумевает огромное количество заряженных частиц, поэтому для его описания требуются макроскопические уравнения поля. Макроскопическая версия уравнений Максвелла получена из микроскопических уравнений, предполагая, что все величины усредняются по электрически малым объемам. В базовой форме макроскопические уравнения Максвелла записываются

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} &= \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_{\text{ind}} + \mathbf{J}_{\text{ext}}, \\ \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho_{\text{ind}} + \rho_{\text{ext}}, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0,\end{aligned}\tag{3.1}$$

где ρ_{ind} и \mathbf{J}_{ind} *индуцированные* из-за поляризации усредненные электрический заряд и плотность тока, тогда как ρ_{ext} и \mathbf{J}_{ext} – соответствующие величины, описывающие *внешние* заряды и токи (те, на которые не влияют поля). Здесь уравнения записываются в терминах непосредственно измеряемых величин: электрического поля \mathbf{E} и вектора магнитной индукции \mathbf{B} . Обычное разделение электрических зарядов на индуцированные и внешние позволяет элегантно включать все микроскопические эффекты поляризации в материале в макроскопические функции плотности электрической \mathbf{P} и магнитной \mathbf{M} поляризованностей.

Рассмотрим индуцированные и внешние заряды внутри материала отдельно. В отсутствие внешних зарядов (электрически нейтральный материал) его общий электрический заряд равен нулю, что означает

$$\int_V \rho_{\text{ind}} dV = 0,\tag{3.2}$$

где V – объема материала. Такое интегральное выражение справедливо для материалов с произвольной формой, что возможно, если усредненную индуцированную плотность заряда ρ_{ind} можно выразить как расходимость некоторого вектора:

$$\rho_{\text{ind}} = -\nabla \cdot \mathbf{P},\tag{3.3}$$

где $\mathbf{P} = 0$ вне материала. Этот вектор обычно обозначается как \mathbf{P} и называется вектором поляризованности материала. Действительно, плотность электрического заряда в форме (3.3), интегрированная по объему V , который охватывает материал (но не касается его), всегда удовлетворяет уравнению (3.2). Физический смысл вектора \mathbf{P} – объемная плотность дипольных моментов, индуцированных в материале, возбуждаемом внешними полями [14].

Сохранение индуцированного электрического заряда означает, что

$$\frac{\partial \rho_{\text{ind}}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_{\text{ind}} = \nabla \cdot \left(\mathbf{J}_{\text{ind}} - \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) = 0. \quad (3.4)$$

Последнее уравнение выполняется, если выражение в скобках равно ротору некоторой функции:

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} - \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{M}. \quad (3.5)$$

Эта функция имеет значение плотности магнитной поляризованности в материале. Используя (3.3) и (3.5), макроскопические уравнения (3.1) могут быть записаны как

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) &= \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) + \mathbf{J}_{\text{ext}}, \\ \nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) &= \rho_{\text{ext}}, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Наконец, используя обычные обозначения

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (3.7)$$

макроскопические уравнения Максвелла в среде задаются выражением

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_{\text{ext}}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_{\text{ext}}, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Как объяснялось в [15], разделение индуцированного тока на электрические и магнитные части, продиктованное уравнением (3.5), не является уникальным. Действительно, переопределяя поляризационные плотности как $\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \nabla \times \mathbf{Q}$ and $\mathbf{M}' = \mathbf{M} - \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}$, они все еще точно удовлетворяют (3.3) и (3.5). Здесь, \mathbf{Q} – произвольная дифференцируемая векторная величина. В соответствии с (3.6), уравнения Максвелла инвариантны относительно следующего преобразования макроскопических величин поля \mathbf{D} и \mathbf{H} :

$$\mathbf{D}' = \mathbf{D} + \nabla \times \mathbf{Q}, \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}. \quad (3.9)$$

Таким образом, макроскопические величины поля \mathbf{D} and \mathbf{H} в (3.7) не определены однозначно. Однако этот вывод не означает, что уравнения Максвелла, применяемые для конкретной среды, не имеют единственного решения. Более того, чтобы найти решение для поля внутри среды, нужно также рассмотреть электромагнитные граничные условия на границах раздела. Эти условия зависят от выбора соотношений (3.7). Поэтому, если переопределить векторы \mathbf{D} и \mathbf{H} в соответствии с (3.9), граничные условия также будут изменены, но решение для полей \mathbf{E} и \mathbf{B} будут оставаться одинаковыми для каждой точки среды.

3.2 Пространственная дисперсия первого порядка и бианизотропия

Далее рассмотрим взаимные материалы, т. е. материалы, свойства которых не изменяются при обращении времени. Примерами таких материалов являются диэлектрики и металлы. Невзаимные материалы, такие как ферромагнетики и намагниченная плазма, будут рассмотрены в Разделе 3.7.

Пространственные дисперсионные эффекты возникают, когда длина волны электромагнитного излучения в материале сравнима с размерами его составляющих или расстоянием между ними. В этом случае, чтобы найти индуцированный дипольный момент во включении материала, недостаточно знать локальное электрическое поле в одной точке. Необходимо информация об электрическом поле во всем объеме, занимаемом включением. Это эквивалентно тому, что достаточно знать вектор электрического поля и все его пространственные производные в одной точке включения (например, в его геометрическом центре в \mathbf{r}_0). Электрическое поле в других точках с координатами \mathbf{r} может быть выражено через ряд Тейлора, записанный для центральной точки:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) + \nabla_j \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) r_j + \frac{1}{2} \nabla_j \nabla_k \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) r_j r_k + \dots \quad (3.10)$$

где ∇_j определяет пространственную производную по r_j . Повторяющиеся индексы обозначают суммирование в соответствии с обычными тензорными обозначениями. Если локальное поле вокруг включения может быть аппроксимировано как локальное поле плоской волны, можно показать, что второй, третий и последующие члены в (3.10) имеют порядок $(a/\lambda)\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$, $(a/\lambda)^2\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$, \dots , соответственно (a – размер включения и λ – длина волны в материале).

Связь между поляризованностью материала \mathbf{P} и внешним электрическим полем \mathbf{E} , а также между \mathbf{D} и \mathbf{E} , является в общем случае нелокальной. При монохроматическом возбуждении электрическая индукция D_i и магнитное поле H_i в пространственно-дисперсионной анизотропной среде представлены с помощью [9–11, 16]

$$\begin{aligned} D_i &= (\epsilon_0 \delta_{ij} + a_{ij}) E_j + a_{ijk} (\nabla_k E_j) + a_{ijkl} (\nabla_l \nabla_k E_j) + \dots, \\ H_i &= \frac{1}{\mu_0} B_i, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где δ_{ij} является дельта функцией Кронекера, a_{ij} , a_{ijk} , и a_{ijkl} являются тензорами восприимчивости.

Легко увидеть, что в случае, когда включения материала очень малы по сравнению с длиной волны ($a \ll \lambda$), все члены с пространственными производными в (3.10) можно пренебречь и уравнения (3.11) упрощаются до известных материальных соотношений в обычном (локально описываемом) диэлектрике:

$$D_i = (\epsilon_0 \delta_{ij} + a_{ij}) E_j, \quad H_i = \frac{1}{\mu_0} B_i. \quad (3.12)$$

Здесь a_{ij} – тензор восприимчивости, который обычно обозначается как χ_{ij} (обратите вни-

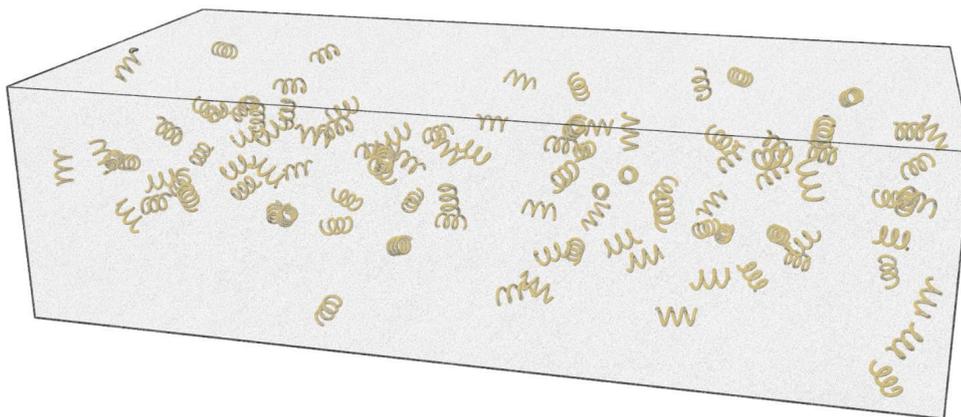


Рис. 3.1: Иллюстрация изотропного кирального слоя, представляющего собой неперIODическую решетку случайно ориентированных металлических спиралей, встроенных в диэлектрик.

мание, что далее ϕ_{ij} обозначения используются для тензора восприимчивости).

В приближении пространственной дисперсии первого порядка (т. е. когда только первыми двумя членами в (3.10) нельзя пренебречь) отношения (3.11) могут быть упрощены с помощью инвариантности уравнений Максвелла при преобразовании (3.9) в так называемые соотношения Поста [10, 17, 18]:

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}} \cdot \mathbf{E} - j\bar{\bar{\xi}} \cdot \mathbf{B}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - j\bar{\bar{\xi}}^T \cdot \mathbf{E}. \quad (3.13)$$

где $\bar{\bar{\epsilon}}$ и $\bar{\bar{\xi}}$ являются тензором диэлектрической проницаемости и взаимным бианизотропным тензором, соответственно. При этом предполагается, что поле меняется во времени по гармоническому закону $e^{j\omega t}$. Пространственно-дисперсионные материалы, которые моделируются материальными соотношениями (3.13), называются взаимными *бианизотропными* или *киральными* материалами. На первый взгляд из этих соотношений может показаться, что поляризационные эффекты в бианизотропных средах локальны: все векторы полей связаны выражениями в одной и той же точке пространства. Более того, соотношения могут быть истолкованы таким образом, что электрическая поляризованность в бианизотропном материале индуцируется как внешним электрическим, так и магнитным полями («бинарная» или двойная поляризованность). На самом деле электрическая поляризованность не является следствием возбуждения магнитным полем \mathbf{B} напрямую, а вызвана циркуляцией электрического поля \mathbf{E} как это видно из (3.11). Таким образом, поляризационные эффекты во взаимных бианизотропных материалах являются нелокальными, и такие материалы проявляют пространственную дисперсию первого порядка.

Классическим примером бианизотропной среды является искусственный композит, содержащий трехмерный массив металлических спиралей внутри диэлектрического материала (см. Рис. 3.1). Предположим, что этот композитный образец облучается падающей волной, длина которой сравнима с размерами каждой спирали. В этом случае падающее электрическое поле перемещает свободные электроны вдоль спирального включения (элемента), возбуждая эффективный магнитный момент (циркулирующий ток) в спирали.

Множественные индуцированные магнитные моменты во включениях приводят к макроскопической магнитной поляризованности композита. С другой стороны, падающее электрическое поле также генерирует электрический дипольный момент в каждом включении. Этот электрический дипольный момент вызван *двумя различными* эффектами: обычной поляризованностью во внешнем электрическом поле (локальный эффект) и дополнительной поляризованностью из-за конечного размера спирали и неравномерного циркулирующего электрического поля в форме $\nabla \times \mathbf{E}$ (нелокальный эффект). Как будет показано в Параграфе 3.6, существуют и другие важные среды, обладающие бианизотропными свойствами.

3.3 Пространственная дисперсия второго порядка и искусственный магнетизм

Другим важным понятием эффектом пространственная дисперсия второго порядка. Хотя это более слабый эффект по сравнению с дисперсией первого порядка, он может стать преобладающим для правильно спроектированных включений. Например, резонатор в форме двойного разомкнутого кольца [19, 20] проявляет ярко выраженный эффект пространственной дисперсии второго порядка. Учитывая только первые два члена с производными в (3.10) и применяя преобразования (3.9), можно получить следующие материальные соотношения [10, 11]:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} - j\xi \mathbf{B} + \beta \nabla \nabla \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{H} = \frac{1 - \omega^2 \mu_0 \gamma}{\mu_0} \mathbf{B} - j\xi \mathbf{E}, \quad (3.14)$$

где ϵ , ξ , β , и γ скалярные параметры, определяющие вклад соответствующего поляризационного эффекта. Эти соотношения были получены для изотропной среды, однако аналогичные результаты могут быть получены для общего случая анизотропной среды. Сравнивая эти соотношения с (3.13), можно заметить, что дисперсия второго порядка приводит к двум дополнительным членам $\beta \nabla \nabla \cdot \mathbf{E}$ и $\frac{1 - \omega^2 \mu_0 \gamma}{\mu_0} \mathbf{B}$ которые описывают соответственно поляризованность в виде электрических квадрупольных и магнитных дипольных моментов. Таким образом, эффекты электрической квадрупольной поляризованности, а также искусственного магнетизма во взаимных материалах являются проявлениями пространственной дисперсии второго порядка. Следует отметить, что хотя искусственный магнетизм схож с естественным магнетизмом ферромагнитных материалов, они являются разными явлениями: нелокальным взаимным эффектом и локальным невзаимным эффектом.

В подавляющем большинстве исследований пространственной дисперсии второго порядка для простоты рассматриваются материалы с пренебрежимо малыми свойствами квадрупольной поляризации, так как в этом случае граничные условия те же, что и для обычной анизотропной среды. Для изотропных материалов без квадрупольных поляризационных свойств обычно записываются материальные соотношения (после решения линейной системы уравнений) (3.14) \mathbf{D} и \mathbf{B} в следующей форме:

$$\mathbf{D} = \epsilon_s \mathbf{E} - j\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \kappa \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + j\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \kappa \mathbf{E}, \quad (3.15)$$

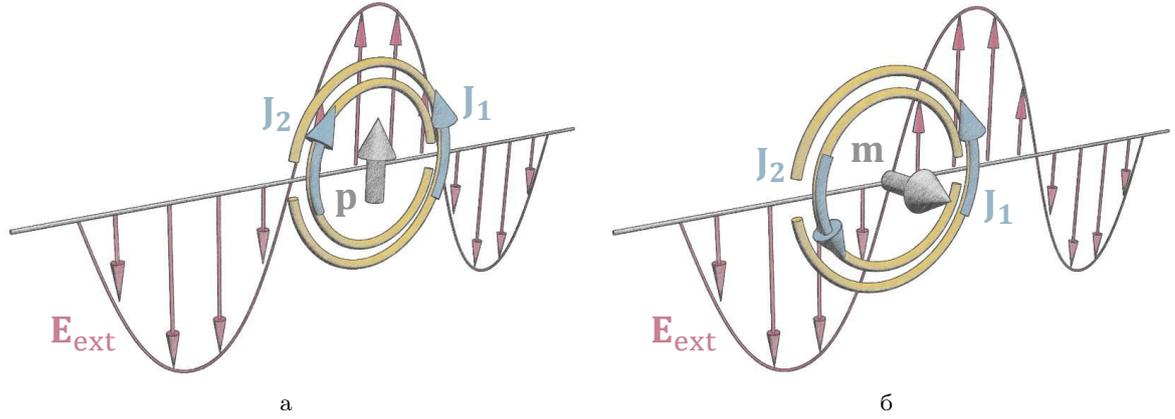


Рис. 3.2: Резонатор, состоящий из двойного разомкнутого кольца, во внешнем электрическом поле \mathbf{E}_{ext} стоячей волны. Резонатор расположен (а) в пучности и (б) в узле электрического поля.

где $\epsilon_s = \epsilon + \mu\xi^2$ (индекс «s» соответствует пространственной дисперсии), $\mu = \mu_0/(1 - \omega^2\mu_0\gamma)$, и $\kappa = \xi\mu/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ является параметром киральности. Эта форма материальных соотношений учитывает как бианизотропию, так и искусственный магнетизм. Соотношения описывают изотропные киральные материалы и взаимные магнитные материалы. Последние были широко изучены [1, 2, 19, 20] из-за отсутствия природных материалов с магнитными свойствами ($\mu \neq \mu_0$) в оптическом диапазоне.

Примером материала с выраженной дисперсией второго порядка является композит, составленный из двойных разомкнутых резонансных колец, показанный на рисунке 3.2.

Чтобы отдельно рассмотреть различные поляризационные эффекты одного включения, возбудим его стоячей плоской волной. В первом случае пучность электрического поля \mathbf{E}_{ext} находится в центре включения [как показано на рис. 3.2а], а электрические токи, индуцированные в обоих кольцах \mathbf{J}_1 и \mathbf{J}_2 , циркулируют в противоположных направлениях. Такое распределение тока соответствует электрической поляризации включения (индуцированный электрический дипольный момент \mathbf{p}), а магнитная поляризованность (эффект дисперсии первого порядка) подавлена. Во втором примере включение помещается в пучность магнитного поля стоячей волны. Как обсуждалось выше, магнитное поле не перемещает электроны – они перемещаются под воздействием вихревого электрического поля. Рисунок 3.2б отображает распределение электрического поля в месте включения для этого случая. При таком облучении индуцированные токи в кольцах \mathbf{J}_1 и \mathbf{J}_2 циркулируют в одном и том же направлении, что приводит к сильному магнитному моменту \mathbf{m} (эффект дисперсии второго порядка). В то же время такое распределение тока подавляет электрический диполь (эффект дисперсии первого порядка). Таким образом, композит из двойных разомкнутых кольцевых резонаторов может проявлять сильные магнитные (диамагнитные $\mu < \mu_0$ или парамагнитные $\mu > \mu_0$ в зависимости от частоты) и умеренные электрические свойства, тогда как его бианизотропные свойства практически отсутствуют. Эффект искусственного магнетизма из-за пространственной дисперсии следует отличать от естественного ферромагнетизма, который означает, что материал имеет ненулевую намагниченность даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

Квадрупольные поляризационные эффекты могут быть важны в средах, включения которых сильно возбуждаются неоднородным гармоническим полем, и при этом слабо возбуждаются однородным полем (например, [21] и Публикация 2). Дополнительные обсуждения этого эффекта приведены в Параграфе 5.2.1.

3.4 Пространственная дисперсия высших порядков

Пространственная дисперсия первого и второго порядков (без квадрупольного вклада) обычно называется *слабым* эффектом дисперсии. Здесь название «слабый эффект» означает, что материальные соотношения для материалов с такой пространственной дисперсией не включают производные поля в явном виде и поэтому «кажутся» локальными (см. Обсуждение в Параграфе 3.2). С другой стороны, термин «сильная пространственная дисперсия» относится к случаю, когда производными более высокого порядка в ряде (3.11) нельзя пренебречь и, следовательно, они появляются в материальных соотношениях. Более того, в этом случае граничные условия на границе раздела сред усложняются и включают производные поля [10].

В случае среды с общими дисперсионными свойствами материальные соотношения могут быть записаны в простой форме в предположении, что структура поля в среде такая же, как у монохроматической плоской волны $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$. В этом случае дифференцирование по отношению к $\nabla_m = \partial/\partial r_m$ сводится к умножению на $-jk_m$. Поэтому соотношения (3.11) можно переписать как [9]

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad (3.16)$$

где $\bar{\bar{\epsilon}}(\mathbf{k})$ - тензор, заданный формулой

$$\epsilon_{ij}(\mathbf{k}) = \epsilon_0 \delta_{ij} + a_{ij} - ja_{ijk}k_k - a_{ijkl}k_k k_l + \dots \quad (3.17)$$

Таким образом, при плоско-волновом возбуждении материальные соотношения могут быть записаны в виде *формально* локального представления, а тензор электрической проницаемости зависит от волнового вектора \mathbf{k} плоской волны (естественно, он зависит также от частоты ω из-за частотной дисперсии).

Поскольку основным предметом настоящей диссертации является пространственная дисперсия первого порядка (бианизотропия) в метаповерхностях, важно обсудить классификацию различных видов бианизотропных эффектов, а также включений материалов, которые их реализуют.

3.5 Включения бианизотропных материалов

Рассмотрим анизотропный материал со слабой пространственной дисперсией (присутствуют дисперсионные члены первого и второго порядков), описываемые материальными соот-

ношениями в следующем виде (их можно вывести аналогично соотношениям (3.15)):

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon}_s \cdot \mathbf{E} - j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \bar{\kappa} \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \bar{\mu} \cdot \mathbf{H} + j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \bar{\kappa}^T \cdot \mathbf{E}. \quad (3.18)$$

В приближении низкой концентрации включений параметры эффективной электрической проницаемости, магнитной проницаемости и киральности могут быть записаны как [22]

$$\bar{\epsilon}_s = \epsilon_0 \bar{I} + N\epsilon_0 \bar{\alpha}_{ee}^V, \quad \bar{\mu} = \mu_0 \bar{I} + N\mu_0 \bar{\alpha}_{mm}^V, \quad \bar{\kappa} = N \bar{\alpha}_{em}^V, \quad (3.19)$$

где N – объемная концентрация включений материала, $\bar{\alpha}_{ee}^V$, $\bar{\alpha}_{mm}^V$, и $\bar{\alpha}_{em}^V$ – тензоры диэлектрической, магнитной и магнито-электрической поляризуемостей с размерностями объема, и $\bar{I} = \delta_{ij}$ – единичный тензор в трехмерном пространстве. Принимая во внимание (3.7), материальные соотношения могут быть преобразованы в следующую микроскопическую форму:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \epsilon_0 \bar{\alpha}_{ee}^V \cdot \mathbf{E} - j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \bar{\alpha}_{em}^V \cdot \mathbf{H}, \\ \mu_0 \mathbf{m}_{\text{conv}} &= \mu_0 \bar{\alpha}_{mm}^V \cdot \mathbf{H} + j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} (\bar{\alpha}_{em}^V)^T \cdot \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где $\mathbf{p} = \mathbf{P}/N$ – электрический дипольный момент каждого включения и $\mathbf{m}_{\text{conv}} = \mathbf{M}/N$ – соответствующий магнитный дипольный момент, записанный в обычных обозначениях ($m_{\text{conv}} = IS$, где I – ток петли с площадью S , создающий магнитный момент). Эти соотношения означают, что в пространственно-дисперсионном материале каждое включение может быть электрически и магнитно поляризовано как электрическим, так и магнитным полями. В действительности реальным механизмом поляризации является пространственная дисперсия, однако описание поляризации в локальных полях значительно упрощает теоретический анализ. Иногда удобно переопределить тензоры поляризуемости и представить микроскопические уравнения (3.20) в следующем виде без констант (заметим, что эти обозначения для поляризуемостей будут использоваться *далее в тексте диссертации*):

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \bar{\alpha}_{ee} \cdot \mathbf{E} + \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}, \\ \mathbf{m} &= \bar{\alpha}_{mm} \cdot \mathbf{H} + \bar{\alpha}_{em}^T \cdot \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

где $\mathbf{m} = \mu_0 \mathbf{m}_{\text{conv}}$.

В естественных немагнитных материалах поляризационный отклик преимущественно определяется электрической поляризуемостью атомов и молекул α_{ee} . Из-за электрически малых размеров атомов ($a \ll \lambda$), магнито-электрические α_{em} и магнитные α_{mm} поляризуемости пренебрежимо малы, так же как и слабые эффекты пространственной дисперсии a/λ и $(a/\lambda)^2$ порядков. Природные магнитные материалы проявляют дополнительно сильный магнитный поляризационный отклик (не из-за пространственной дисперсии), однако он происходит только на низких частотах. Сильный поляризационный отклик может быть достигнут в искусственных композитах (метаматериалах), резонансные включения которых сопоставимы с длиной волны. Форма и внутренняя структура включений могут быть спроектированы для усиления специфических эффектов поляризации, и в этом случае величина поляризуемости включения не ограничиваются $(a/\lambda)^m$ порядком (где $m = 1, 2$).

Типичное включение с сильной электрической поляризуемостью α_{ee} представляет собой

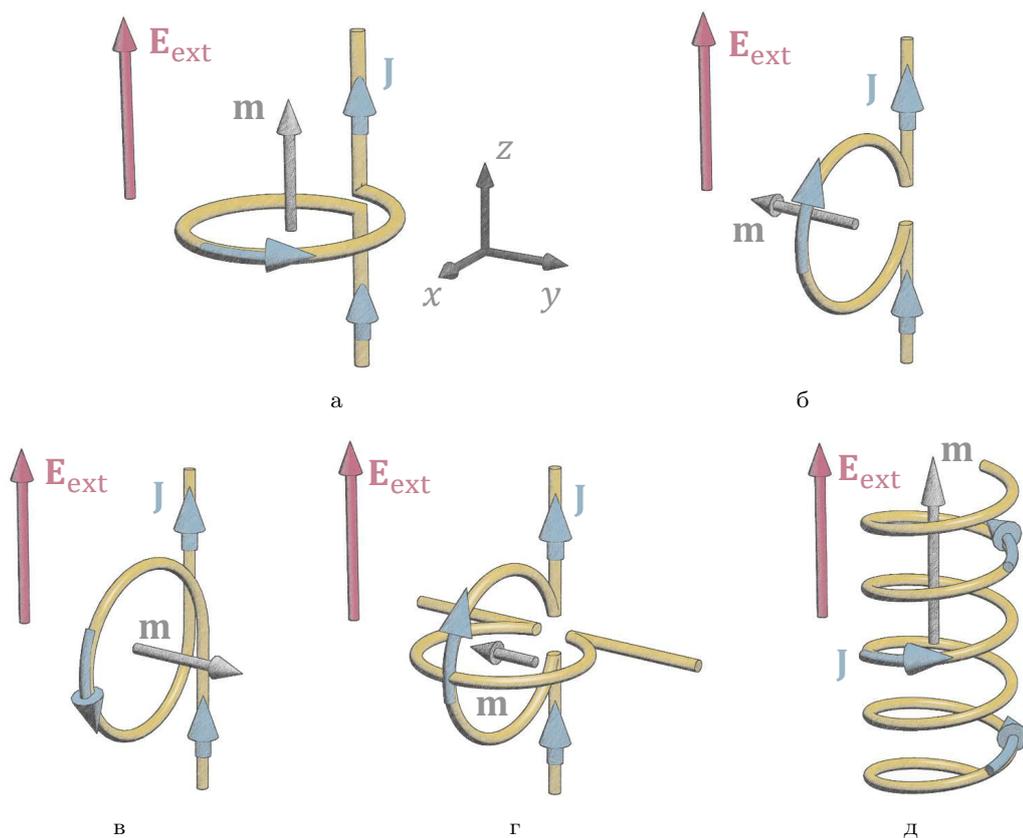


Рис. 3.3: Геометрия различных взаимных бианизотропных включений. Внешнее электрическое поле \mathbf{E}_{ext} индуцирует магнитные моменты \mathbf{m} во включениях. (а) Правовитковая киральная каноническая спираль. (б) Омега-включение с формой буквы Ω . (в) Скрученное омега-включение. (г) Одноосное омега-включение. (д) Киральное включение с формой гладкой спирали.

резонансный прямой металлический провод длиной около $\lambda/2$. Резонатор в форме двойного разомкнутого кольца (см. Рис. 3.2) обладает большой магнитной поляризуемостью α_{mm} . Естественно, что включение с магнито-электрической поляризуемостью α_{em} должно в некотором смысле сочетать характеристики этих двух элементов. Как видно из (3.20), существуют два основных примера магнито-электрической связи в зависимости от взаимной ориентации поля и дипольного момента, который индуцируется этим полем. Первый пример, когда момент и полевые векторы коллинеарны, может быть реализован с помощью канонической металлической трехмерной спирали [23], показанной на рис. 3.3а. При возбуждении вертикально ориентированным электрическим полем ток, индуцированный в проводе, образует петлю, соответствующую магнитному моменту вдоль внешнего электрического поля. Направление магнитного момента, а также знак магнитоэлектрической поляризуемости, зависят от накрутки спирального включения. Во втором сценарии индуцированный момент и векторы поля ортогональны. Это можно реализовать, ориентируя петлю спирали в другой плоскости, как показано на рис. 3.3б. Такая плоская геометрия, которая часто упоминается как омега-форма [24] (как греческая буква Ω), обеспечивает магнито-электрическую поляризацию, ортогональную возбуждающему полю. Знак магнито-электрической поляризуемости можно изменить, скручивая петлю включения, как показано на рис. 3.3в. Одно-

осный (изотропный в плоскости) омега-отклик может быть достигнут объединением двух ортогональных омега-включений [см. Рис. 3.3г].

Следует отметить, что каноническая спираль не обеспечивает чистый коллинеарный отклик магнито-электрической поляризации. Действительно, если она возбуждается внешним магнитным полем вдоль оси z [см. рис. 3.3а], электрический ток, индуцированный в проволоке, образует два электрических дипольных момента (большой момент вдоль оси z и малый момент вдоль оси y). Таким образом, каноническая спираль обладает двумя различными поляризационными эффектами. С другой стороны, почти чистая коллинеарная магнито-электрическая поляризация может быть достигнута в гладкой спирали с большим числом оборотов (на практике достаточно двух оборотов), показанной на рис. 3.3д.

3.6 Классификация бианизотропных материалов

Для удобства классифицируем макроскопические материалы с бианизотропными свойствами в зависимости от формы тензора киральности $\bar{\bar{\kappa}}$ в соотношениях (3.18). Произвольный тензор всегда может быть представлен как [10, 25]

$$\bar{\bar{\kappa}} = \kappa \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{M}}, \quad (3.22)$$

где $\kappa = \text{tr}\{\bar{\bar{\kappa}}\}/3$ является комплексным киральным псевдоскаляром (см. более подробную информацию в Параграфе 3.8) и $\bar{\bar{M}}$ – матрица с нулевым следом (сумма диагональных элементов). Можно доказать [10], что показатель κ отличен от нуля, только если материал имеет зеркально-асимметричную структуру или, другими словами, если материал и его зеркальное изображение не могут быть наложены друг на друга (например, рука человека). Следует отметить, что вышеупомянутый результат связан со всей структурой материала, а не с одиночными включениями. Материалы с отличным от нуля показателем κ называются *киральными* (от греческого $\chi\epsilon\rho$, “рука”) бианизотропными материалами. Таким образом, не все материалы, образованные киральными включениями, являются киральными (например, Публикация 5), и наоборот, не все киральные материалы состоят из киральных включений (например, [26]). Материалы с ненулевым показателем изотропной электромагнитной киральности $\kappa \bar{\bar{I}}$ можно *теоретически всегда* построить с помощью массива одноосных многовитковых спиралей одинаковой накрутки, расположенных с равной плотностью вдоль базисных единичных векторов в решетке (альтернативно, спирали могут быть распределены случайным образом, как показано на Рис. 3.1).

Матрица $\bar{\bar{M}}$ с нулевым следом может быть всегда разложена на сумму симметричных и антисимметричных частей:

$$\bar{\bar{M}} = \bar{\bar{N}} + \bar{\bar{J}}, \quad (3.23)$$

где $\bar{\bar{N}} = (\bar{\bar{M}} + \bar{\bar{M}}^T)/2$ – симметричная матрица и $\bar{\bar{J}} = (\bar{\bar{M}} - \bar{\bar{M}}^T)/2$ – антисимметричная матрица. Матрица $\bar{\bar{N}}$ может быть всегда диагонализирована путем преобразования системы координат. Другими словами, можно найти такую систему координат с базисными векторами \mathbf{a}_i , в которой матрица $\bar{\bar{N}}$ имеет отличные от нуля компоненты только на главной диагонали. Таким образом, отличная от нуля симметричная матрица $\bar{\bar{N}}$ может быть смо-

делирована одноосевыми киральными включениями, ориентированными вдоль базисных векторов \mathbf{a}_i (в общем случае с потерями три комплексных вектора \mathbf{a}_i могут быть разложены на девять действительных базисных векторов). След диагонализированной матрицы, так же как и исходной матрицы $\overline{\overline{N}}$, должен быть равен нулю. Вышеупомянутое свойство означает, что киральные включения, ориентированные вдоль базисных векторов \mathbf{a}_i должны иметь разную направленность, чтобы полная киральность материала скомпенсировалась. Интересно, что материал с $\kappa = 0$ и $\overline{\overline{N}} \neq 0$ проявляет такой киральный эффект, как электромагнитная активность для конкретных направлений распространения (когда направление распространения перпендикулярно любому вектору \mathbf{a}_i), несмотря на то, что материал не является киральным. Благодаря такому поведению такие материалы называются псевдокиральными [10]. На самом деле, включения псевдокирального бианизотропного материала не обязательно должны иметь зеркально-асимметричную геометрию (т.к. $\kappa = 0$) и могут иметь различные двумерные геометрии. Некоторые примеры псевдокиральных материалов – композиты со специально расположенными омега-включениями [25], а также метаповерхности, состоящие из «плоских киральных» элементов [27].

Произвольный антисимметричный тензор

$$\overline{\overline{J}} = \begin{bmatrix} 0 & -b_3 & b_2 \\ b_3 & 0 & -b_1 \\ -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

в трехмерном пространстве в некоторой системе координат можно охарактеризовать дуальным ему вектором $\mathbf{b} = [b_1; b_2; b_3]^T$ (см. также обсуждение в Параграфе 3.8). В общем случае дуальный вектор может быть комплексным и поэтому разлагается на два единичных вектора, умноженных на реальные и мнимые константы, т.е. $\mathbf{b} = K_1 \mathbf{b}' + jK_2 \mathbf{b}''$. Эти два вектора определяют две оси в пространстве, вокруг которых материал имеет вращательную симметрию (отклик материала не меняется при облучении его вдоль этих осей волнами с произвольной поляризацией). Кроме того, облученный вдоль осей, материал проявляет бианизотропный отклик омега-типа (индуцированный момент ортогонален внешнему полю). Поэтому для моделирования материала с антисимметричным тензором киральности $\overline{\overline{\kappa}} = \overline{\overline{J}}$, следует построить трехмерный композит из одноосных омега-включений, ориентированных вдоль векторов \mathbf{b}' и \mathbf{b}'' . Пример одноосного омега-включения изображен на Рис. 3.3г. Такие бианизотропные материалы называются омега-средами [10]. Важно отметить, что в отличие от киральных эффектов, омега-эффекты не могут наблюдаться в изотропных композитах. Это объясняется тем, что омега-среда всегда имеет асимметричные свойства относительно направления распространения волн. Таким образом, если построить композит одноосных омега-включений, ориентированных вдоль трех координатных векторов, то микроскопические омега-эффекты будут скомпенсированы на макроуровне, и композит будет вести себя так, как если бы он был сделан только из электрически- и магнито-поляризуемых включений ($\overline{\overline{\alpha}}_{ee} \neq 0$, $\overline{\overline{\alpha}}_{mm} \neq 0$, и $\overline{\overline{\alpha}}_{em} = 0$). Этот пример был реализован в двумерных метаповерхностях в [28].

Хотя существуют только три основных класса взаимных бианизотропных материалов (киральные, псевдокиральные и омега-материал), на практике разработанные бианизотроп-

ные материалы часто обладают свойствами, которые объединяют свойства разных классов. Разложим электромагнитный отклик произвольного материала на три основных класса [10, 25]. Аналогичная идея была недавно предложена для отдельных метаатомов [21, 29]. Согласно этой идее, произвольный линейный слабодисперсионный метаатом может быть разложен на несколько основных «модулей». Эта концепция под названием «материатроника» обеспечивает универсальный путь для понимания и, возможно, проектирования материалов с общими электромагнитными свойствами.

Чтобы прояснить представленную классификацию бианизотропных эффектов, рассмотрим пример материала с произвольными бианизотропными свойствами, чей тензор киральности $\bar{\bar{\kappa}}$ (безразмерный) в некоторой системе координат задается формулой

$$\bar{\bar{\kappa}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & j \\ 1 & 2 & -1-j \\ -j & 1+j & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Комплексный тензор киральности соответствует материалу с ненулевой диссипацией энергии или активному материалу. Следуя разложениям (3.22) и (3.23), данный тензор может быть представлен в виде следующей суммы:

$$\bar{\bar{\kappa}} = 2\bar{\bar{I}} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & j \\ 0 & 0 & -1-j \\ -j & 1+j & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Первый член $2\bar{\bar{I}}$ соответствует изотропной киральной магнитоэлектрической связи и может быть реализован с использованием композита, чья элементарная ячейка состоит из трех одноосных спиралей, ориентированных вдоль базисных векторов, как показано на рис. 3.4а. Спирали должны быть с правой накруткой, что соответствует положительному параметру киральности $\kappa = 2$. Размер элементарной ячейки (периодичность композита) должен быть соответствующим образом отрегулирован для обеспечения заданной силы киральной связи.

Симметричная часть тензора киральности с нулевым следом в (3.26) может быть диагонализирована в следующий тензор

$$\bar{\bar{D}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

в новой системе координат, чьи базисные векторы \mathbf{a}_i выражаются через исходные базисные векторы как $\mathbf{a}_1 = [-1; 1; 0]^T$, $\mathbf{a}_2 = [0; 0; 1]^T$, и $\mathbf{a}_3 = [1; 1; 0]^T$. Таким образом, симметричную часть тензора в (3.26) можно моделировать элементарной ячейкой с одной левовитковой одноосной спиралью, ориентированной вдоль оси a_1 (компонента $D_{11} = -1$) и одной правовитковой одноосной спиралью, ориентированной вдоль оси a_3 (компонента $D_{33} = 1$). Эта элементарная ячейка показана на рис. 3.4б. Очевидно, что, как обсуждалось выше, это не единственная возможная физическая реализация. Следует отметить, что элементарная ячейка является в целом некиральной. Это легко проверить, рассмотрев её зеркальное изоб-

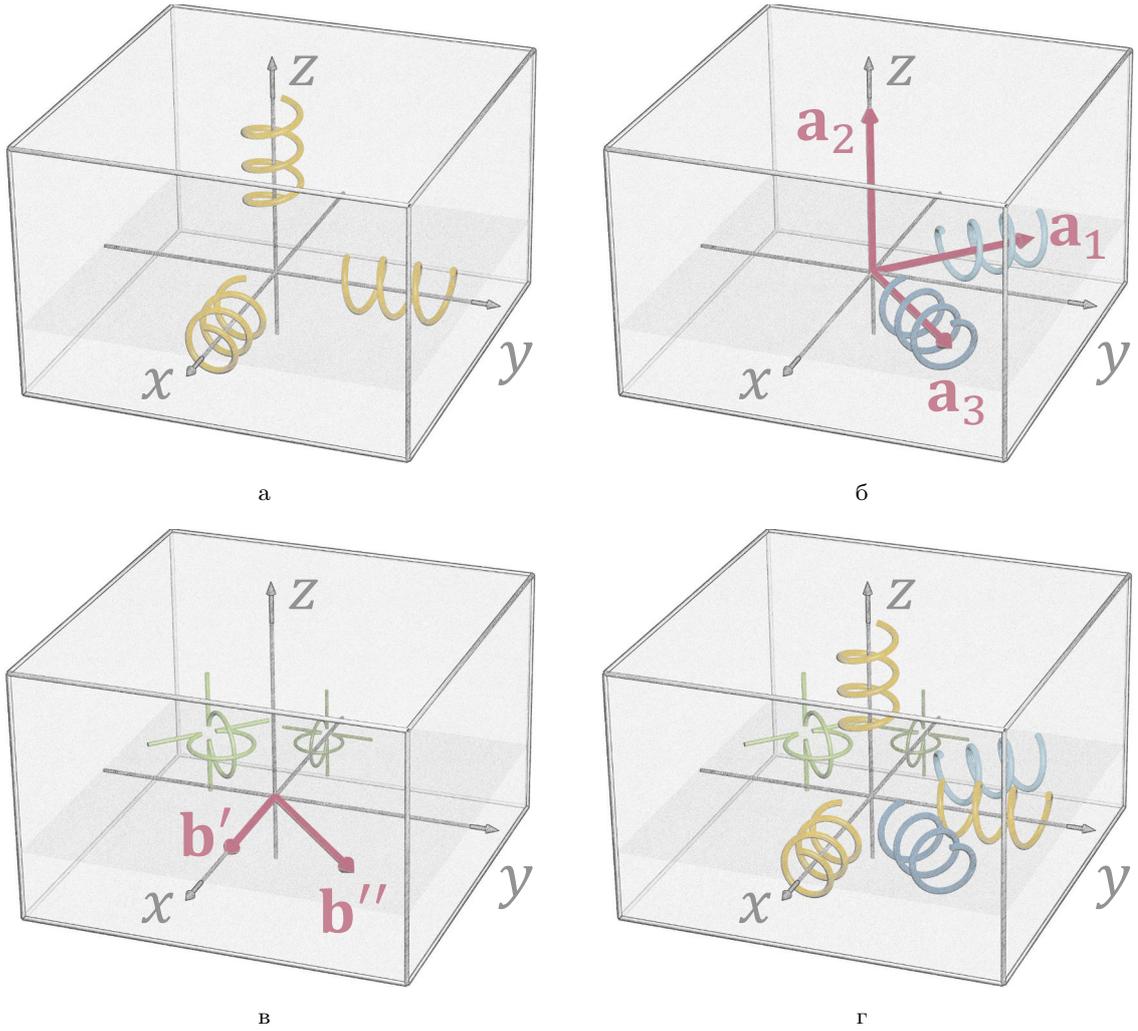


Рис. 3.4: Концептуальная реализация произвольного взаимного бианизотропного материала с использованием основных элементов. В серой рамке изображена элементарная ячейка. Элементарные ячейки моделирующие (а) изотропный киральный отклик, (б) псевдокиральный отклик (право- и левовитковые спирали обозначены темно и светло синими цветами соответственно), и (в) одноосный омега-отклик (включения без потерь и с потерями обозначены темно и светло зеленым цветами соответственно). (г) Концептуальная элементарная ячейка бианизотропного материала с магнито-электрической связью, описываемой уравнением (3.26).

ражение (в любой плоскости) и сравнив его с исходной ячейкой.

Антисимметричная часть в представлении (3.26) описывается дуальным вектором, записанным в исходной системе координат, как $\mathbf{b} = [1 + j; j; 0]^T$. Этот комплексный вектор можно разложить на линейную комбинацию вещественных единичных векторов $\mathbf{b} = K_1 \mathbf{b}' + jK_2 \mathbf{b}'' = [1; 0; 0]^T + j\sqrt{2} \cdot [\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 0]^T$. Таким образом, антисимметричный тензор в (3.26) может быть смоделирован элементарной ячейкой с двумя одноосевыми омега-включениями, как показано на рис. 3.4в. Одно из включений должно быть без потерь (вещественное K_1) и ориентироваться вдоль вектора \mathbf{b}' , а другое должно быть с потерями (положительное мнимое jK_2) и ориентироваться вдоль \mathbf{b}'' . Поскольку $K_1 \neq K_2$, два включения

должны обладать разной силой магнитоэлектрической связи. Оба включения определяют скорость распространения и уровень потерь в материале [10].

Таким образом, бианизотропный материал с тензором киральности $\bar{\kappa}$, заданным (3.26), может быть спроектирован на основе элементарной ячейки, объединяющей все ранее определенные включения. Конечная элементарная ячейка показана на рис. 3.4г. Как видно из рисунка, электромагнитный отклик материала можно легко определить для разных направлений облучения падающей волной. Например, максимальное поглощение в материале возникает, когда электромагнитные волны распространяются вдоль биссектрисы угла между осями $+x$ и $+y$, когда волны сильно взаимодействуют с включениями воображаемого омега-элемента. Для того же направления распространения можно также достичь наиболее выраженный эффект оптической активности в материале. В этом случае падающая волна не возбуждает левовитковую спираль, но возбуждает три правовитковые спирали (вдоль осей x и y , а также вдоль биссектрисы между направлениями $+y$ и $-x$). Более того, наивысшее уменьшение омега-отклика достигается для волн, распространяющихся вдоль оси z , когда омега-включения слабо возбуждены.

Таким образом, классификация бианизотропных эффектов очень важна не только с теоретической точки зрения, но и как практический метод для разработки общих взаимных материалов с заданными электромагнитными свойствами.

3.7 Обращение времени и взаимность в электродинамике

Свойства симметрии материальных соотношений при обращении времени и пространственной инверсии имеют решающее значение для материаловедения. Знание свойств симметрии данного материала позволяет судить о его внутренней структуре и свойствах ее составляющих. Это знание особенно важно для проектирования метаматериалов с требуемым электромагнитным откликом. Зная заданный отклик, можно получить общую информацию о свойствах метаатомов (должен ли он быть сделан из диэлектриков, металлов, либо магнитов и т. д.) и их формы (свойства зеркальной симметрии).

Рассмотрим сначала обращение времени в электромагнетизме (в дальнейшем обращение времени подразумевает инверсию направления времени). Уравнения Максвелла симметричны относительно обращения направления течения времени $dt \rightarrow -dt$ (dt положительно, если время течёт от прошлого к будущему), т. е. , все электромагнитные процессы, происходящие в замкнутой системе без потерь (без каких-либо внешних источников или полей), обратимы во времени. Это утверждение справедливо как для микроскопических, так и для макроскопических уравнений Максвелла в предположении линейности среды (заметим, что оно неприменимо к «активным» средам, поскольку они подразумевают существование внешних по отношению к системе источников, нарушающих временную симметрию). Обычно считается, что при изменении направления времени $dt \rightarrow -dt$, электрический заряд не изменяется (четная величина при инверсии времени), в то же время изменяется знак электрического тока (нечетная величина при инверсии времени), так как это временная производная заряда. Эквивалентные утверждения справедливы и для соответствующих величин плотности ρ и \mathbf{J} . Стоит заметить, что существует альтернативная договорённость, что электрический за-

ряд на самом деле меняет знак при инверсии времени, что в равной степени возможно [10], но этот случай здесь рассматриваться не будет. Так как сила Лоренца, действующая на электрический заряд q (движущийся с линейной скоростью \mathbf{v})

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3.28)$$

постоянна при обращении времени (ускорение является четным параметром), электрическое поле \mathbf{E} инвариантно, а магнитная индукция \mathbf{B} меняет знак. Теперь инвариантность макроскопических уравнений Максвелла при обращении времени очевидна из (3.8). Из закона Гаусса следует, что электрическая индукция \mathbf{D} является четным параметром при обращении времени, а из закона Ампера магнитное поле \mathbf{H} является нечетным.

Если рассматриваемая электромагнитная система незамкнутая, так что на неё действуют какие-то внешние возмущения, и они являются *нечётными* по отношению к обращению времени, симметрия уравнений Максвелла при временной инверсии нарушается. Такие внешние возмущения могут быть неэлектромагнитной природы, а также электромагнитной (в этом случае они должны быть внешними по отношению к системе). Примером внешних источников является статическое магнитное поле. Такие материалы как металлы и ферромагнетики, размещенные в таком внешнем поле, будут иметь различный отклик для разных направлений течения времени в системе. Этот вывод справедлив при предположении, что подмагничивающее поле инвариантно по отношению к течению времени, поскольку оно является внешним по отношению к рассматриваемой системе. Материалы, которые обладают разным электромагнитным откликом при обращении времени, называются *невязанными*.

Рассмотрим классический оптический пример, иллюстрирующий разницу между взаимными и невязанными материалами. Хорошо известно, что киральные материалы, такие как растворы сахара, имеют разные показатели преломления для электромагнитных волн с левовращающейся и правовращающейся поляризацией. Причина этого эффекта заключается в том, что в киральных материалах право- и левовитковые включения находятся в разных пропорциях. Рассмотрим случай, когда слой кирального материала освещен линейно поляризованной волной, как показано на рис. 3.5а. Падающая волна может быть представлена в виде суммы двух волн с противоположными циркулярными поляризациями и равными фазами. Эти волны различной поляризации проходят через материал с разными скоростями, что приводит к разности фаз между ними. На втором разделе сред суперпозиция двух циркулярно поляризованных волн с различными фазами представляет собой линейно поляризованную волну с наклонённой осью поляризации. Таким образом, киральные материалы вращают плоскость поляризации волн, распространяющихся через них. Этот эффект называется оптической активностью или изотропным эффектом гиротропии. Поскольку киральные материалы являются взаимными, падающая волна, прошедшая через материал, при обращении времени будет возвращаться назад одинаково, а ее векторы поля будут образовывать одни и те же следы в пространстве [см. Рис. 3.5б].

Аналогичный эффект вращения плоскости поляризации наблюдается для волн, проходящих через магнитооптические (гиротропные) материалы, помещенные во внешнее подмагничивающее поле \mathbf{H}_0 (нечётный параметр). Вращение поляризации в таких материалах

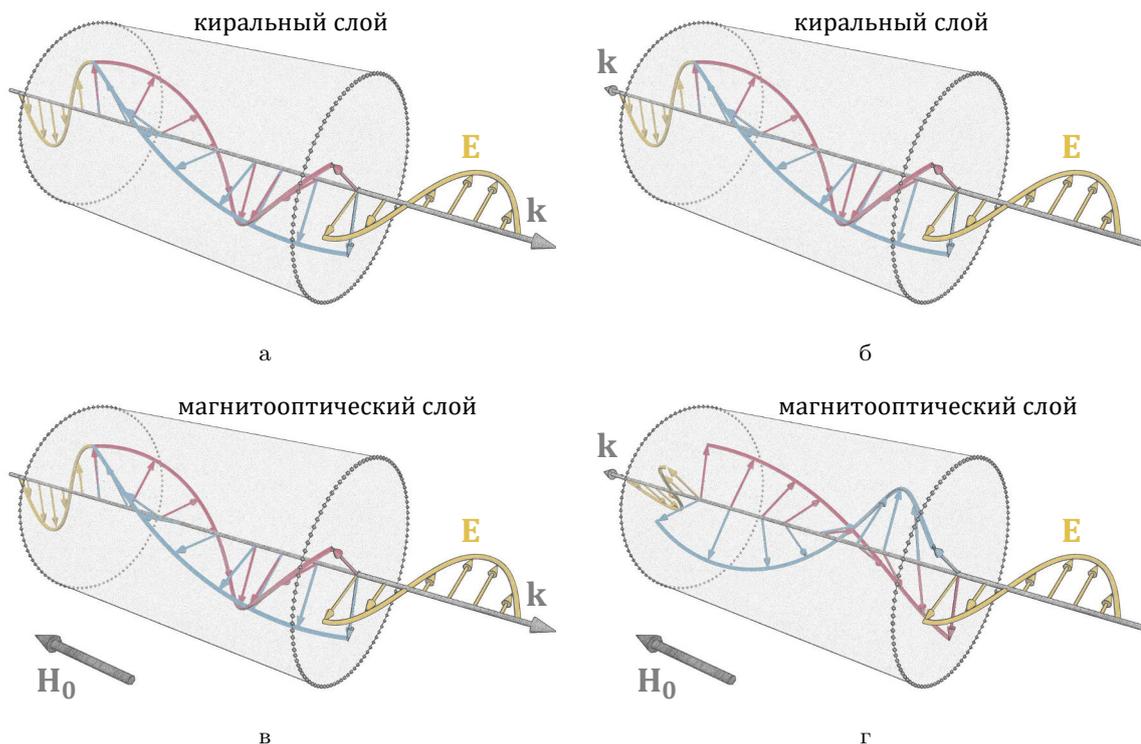


Рис. 3.5: Распространение волн в противоположных направлениях через (а–б) взаимный киральный слой и (в–г) невзаимный магнитооптический слой. Прозрачные цилиндры обозначают границы слоёв. Красные и синие стрелки обозначают электрические поля волн с левой и правой циркулярной поляризацией соответственно.

происходит вследствие анизотропного тензора проницаемости и называется эффектом Фарадея [см. Рис. 3.5в]. Его можно наблюдать, например, при падении света на слой магнитооптического материала. В отличие от ранее рассмотренного взаимного случая, падающая волна при изменении времени испытывает различное влияние со стороны намагниченного магнитооптического материала, а следы векторов полей не совпадают (см. Рис. 3.5г). Этот эффект является невзаимным и является основой очень важных электромагнитных устройств, таких как изоляторы и циркуляторы.

На первый взгляд может показаться, что невзаимные материалы нарушают симметрию обращения времени, и уравнения Максвелла не обратимы по времени. Это происходит потому, что рассматриваемая система не является замкнутой. Если добавить в систему также источник подмагничивающего поля, она станет замкнутой и симметрия инверсии времени будет выполняться. Действительно, любой источник статического магнитного поля должен включать в себя некоторые циркулирующие электрические токи, которые поддерживают это поле: он может быть электромагнитом с катушкой соленоида или природным магнитом, состоящими из упорядоченных микроскопических петель токов (магнитных дипольных моментов), образованных вращающимися электронами. Таким образом, при изменении времени в этой электродинамической системе токи, которые образуют статическое магнитное поле, изменят свои направления и поле намагничивания будет изменено на обратное. В этом случае распространение волны внутри ферромагнитного материала становится обратимым

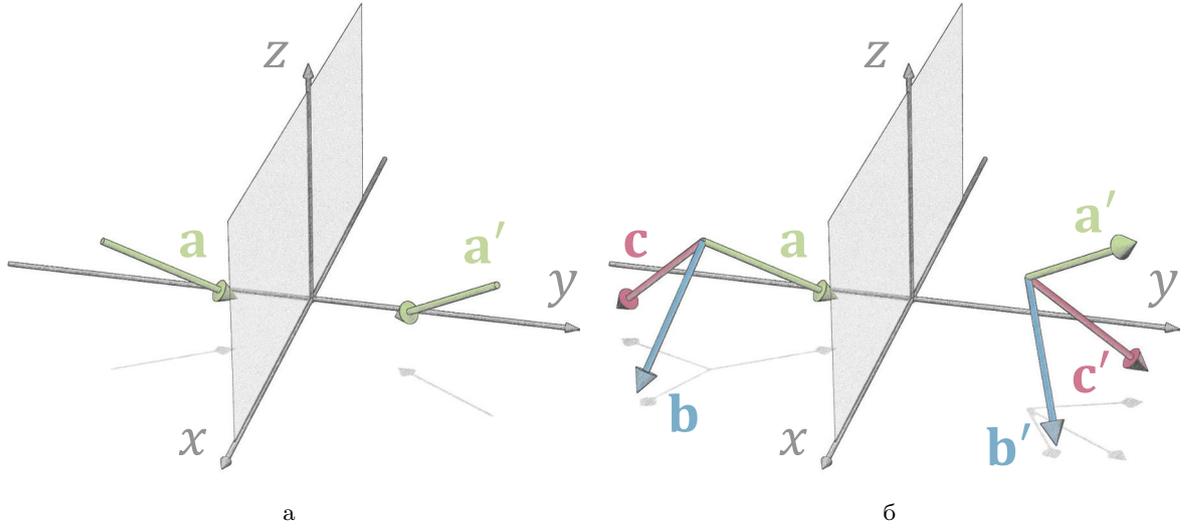


Рис. 3.6: Преобразование (а) истинного вектора и (б) псевдовектора при пространственной инверсии (y -ось обращается). Проекции векторов на плоскость xy отображены в виде серых теней.

во времени.

Другими примерами невзаимных материалов являются намагниченная плазма и намагниченный графен. Невзаимный ответ может быть достигнут и другими способами: с помощью материалов, движущихся с некоторой скоростью, немагнитных активных материалов, имитирующих прецессию спина электронов в естественных магнитах [30,31], и нелинейных материалов [32].

3.8 Пространственная инверсия и невзаимные бианизотропные материалы

Аналогично анизотропным материалам невзаимные эффекты могут наблюдаться также и в *би*-изотропных материалах. Как обсуждалось в параграфе 3.7, необходимым условием существования невзаимных эффектов в материале является то, что его отклик зависит от внешнего параметра, который имеет нечетную по отношению времени симметрию. Однако для достижения невзаимного бианизотропного отклика определенного типа следует также учитывать пространственные свойства симметрии включений.

Рассмотрим произвольный вектор $\mathbf{a} = a_x \mathbf{x} + a_y \mathbf{y} + a_z \mathbf{z}$ в системе координат xyz (\mathbf{x} , \mathbf{y} , и \mathbf{z} – базисные единичные вектора). При пространственной инверсии, т. е. когда одна из осей координат меняет знак, координаты вектора меняются определенным образом. Например, если ось y меняет направление, вектор в новой системе будет иметь форму $\mathbf{a}' = a_x \mathbf{x} - a_y \mathbf{y} + a_z \mathbf{z}$. Это преобразование эквивалентно зеркальной инверсии вектора в исходной системе координат относительно плоскости xz -plane [см. рис. 3.6a]. Таким образом, преобразование проекций вектора задается формулой

$$a_x = a'_x, \quad a_y = -a'_y, \quad a_z = a'_z. \quad (3.29)$$

Векторы, которые подчиняются этому правилу преобразования, называются *истинными* векторами или чётными векторами по отношению к пространственной инверсии координат. Физические векторы, такие как линейная скорость, сила и дифференциальный оператор ∇ являются истинными векторами.

Далее рассмотрим вектор, являющийся результатом векторного произведения двух истинных векторов, т. е. $\mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$. В исходной системе координат этот вектор имеет следующий вид:

$$\mathbf{a} = (b_y c_z - b_z c_y)\mathbf{x} + (b_z c_x - b_x c_z)\mathbf{y} + (b_x c_y - b_y c_x)\mathbf{z}. \quad (3.30)$$

При пространственной инверсии координат (ось y обращается) оба истинных вектора \mathbf{b} и \mathbf{c} преобразуются по (3.29), а их векторное произведение $\mathbf{a}' = \mathbf{b}' \times \mathbf{c}'$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{a}' = -(b_y c_z - b_z c_y)\mathbf{x} + (b_z c_x - b_x c_z)\mathbf{y} - (b_x c_y - b_y c_x)\mathbf{z}. \quad (3.31)$$

Следовательно, преобразование вектора \mathbf{a} в этом случае описывается формулой

$$a_x = -a'_x, \quad a_y = a'_y, \quad a_z = -a'_z. \quad (3.32)$$

На рисунке 3.6б изображена пространственная инверсия такого вектора. Заметим, что это преобразование отличается от преобразования, заданного (3.29). Таким образом, векторы, которые формируются как векторные произведения двух истинных векторов, преобразуются при пространственной инверсии иначе, чем истинные вектора. Они называются *псевдовекторами* или нечетными векторами относительно пространственной инверсии. Как видно на рис. 3.6б, при пространственной инверсии псевдовектор преобразуется в свое зеркальное изображение с дополнительным изменением его знака. Следует отметить, что различие в свойствах истинных векторов и псевдовекторов заметно только при пространственной инверсии и не появляется при поворотных преобразованиях координатной системы. Аналогично, можно показать, что векторное произведение истинного вектора и псевдовектора приводит к истинному вектору. Примером псевдовекторов в электродинамике является вектор магнитной индукции \mathbf{B} . Действительно, согласно (3.28), сила, действующая на движущийся электрический заряд со стороны индукции \mathbf{B} может быть истинным вектором, только если \mathbf{B} является псевдовектором. Этот вывод основан на предположении, что заряд q является истинным скаляром, т. е. четным параметром относительно пространственной инверсии. Это предположение, несмотря на то, что оно обычно делается, не обязательно верно. Примером псевдоскаляра является комплексный параметр киральности κ упомянутый в параграфе 3.6. При пространственном обращении кирального изотропного материала, образованного, например, спиральными включениями, знак параметра киральности материала изменяется, так как накрутка спиралей изменяется. Аналогично векторам и скалярам, псевдотензоры преобразуются при пространственной инверсии как истинные тензоры с дополнительным обращением знака.

Используя выражение для силы Лоренца (3.28), можно сделать вывод, что электрическое поле \mathbf{E} является истинным вектором. Из макроскопических уравнений Максвелла следует, что \mathbf{H} – псевдовектор, а \mathbf{D} – истинный вектор.

Принимая во внимание вышеупомянутые свойства симметрии величин электромагнитного поля по отношению ко времени и пространству, перейдем к рассмотрению материальных соотношений для взаимного бианизотропного материала (3.18). Взаимность отклика материала требует, чтобы тензоры диэлектрической проницаемости $\bar{\bar{\epsilon}}_s$, магнитной проницаемости $\bar{\bar{\mu}}$ и киральности $\bar{\bar{\kappa}}$ не зависели от какого-либо внешнего нечетного параметра. Представим тензор киральности в диадной форме:

$$\bar{\bar{\kappa}} = (\bar{\bar{\kappa}} + \bar{\bar{\kappa}}^T)/2 + (\bar{\bar{\kappa}} - \bar{\bar{\kappa}}^T)/2 = \bar{\bar{\kappa}}_s + \mathbf{K}_a \times \bar{\bar{I}}, \quad (3.33)$$

где первый член $\bar{\bar{\kappa}}_s$ и второй член $\mathbf{K}_a \times \bar{\bar{I}}$ представляют собой, соответственно, симметричные и антисимметричные диады, а \mathbf{K}_a - вектор, дуальный к антисимметричной диаде (см. также Параграф 3.6). Материальные соотношения для общих взаимных сред записываются в следующем виде:

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}}_s \cdot \mathbf{E} - j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} (\bar{\bar{\kappa}}_s + \mathbf{K}_a \times \bar{\bar{I}}) \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{V} = \bar{\bar{\mu}} \cdot \mathbf{H} + j\sqrt{\epsilon_0\mu_0} (\bar{\bar{\kappa}}_s - \mathbf{K}_a \times \bar{\bar{I}}) \cdot \mathbf{E}. \quad (3.34)$$

Из обоих уравнений следует, что $\bar{\bar{\kappa}}_s$ должно быть псевдодиадой (или псевдотензором), а \mathbf{K}_a истинным вектором, поскольку обе стороны каждого уравнения должны быть векторами с той же самой пространственной симметрией. Например, рассмотрим первое выражение. В этом случае диадное выражение $(\bar{\bar{\kappa}}_s + \mathbf{K}_a \times \bar{\bar{I}})$ является псевдодиадой, а ее скалярное произведение с псевдовектором \mathbf{H} приводит к истинному вектору, который имеет ту же симметрию, что и вектор \mathbf{D} в левой части выражения. Таким образом, из пространственной симметрии материальных соотношений следует, что симметричная часть тензора киральности отлична от нуля только в композитах с зеркально-асимметричной внутренней структурой. С другой стороны, для создания взаимного материала с антисимметричным бианизотропным тензором следует использовать включения с зеркально-симметричными формами, например, омега-включениями. Эти выводы согласуются с результатами параграфа 3.6.

Материальные соотношения для общей невязимной бианизотропной среды (без пространственной дисперсии первого порядка) записываются как [10]

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}}_n \cdot \mathbf{E} + \sqrt{\epsilon_0\mu_0} (\bar{\bar{\chi}}_s + \mathbf{V}_a \times \bar{\bar{I}}) \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{V} = \bar{\bar{\mu}}_n \cdot \mathbf{H} + \sqrt{\epsilon_0\mu_0} (\bar{\bar{\chi}}_s - \mathbf{V}_a \times \bar{\bar{I}}) \cdot \mathbf{E}, \quad (3.35)$$

где $\bar{\bar{\epsilon}}_n$ и $\bar{\bar{\mu}}_n$ являются диадами диэлектрической проницаемости и магнитной проницаемости (индекс «n» соответствует невязимности), $\bar{\bar{\chi}}_s$ и $\mathbf{V}_a \times \bar{\bar{I}}$ являются симметричными и антисимметричными частями общей невязимной диады электромагнитной связи. Исходя из свойств обращения времени этих материальных соотношений, видно, что обе части невязимной диады должны быть нечетными по времени или, другими словами, отклик материала должен зависеть от внешнего нечетного параметра (например, подмагничивающего поля). Из пространственной симметрии материальных соотношений (3.35) следует, что симметричная диада $\bar{\bar{\chi}}_s$ является псевдодиадой, а \mathbf{V}_a - истинным вектором. Таким образом, свойства пространственной симметрии соответствующих диад в невязимных бианизотропных материалах эквивалентны свойствам во взаимных материалах. Однако в невязимном случае свойства материала также зависят от внешнего нечетного параметра (обычно маг-

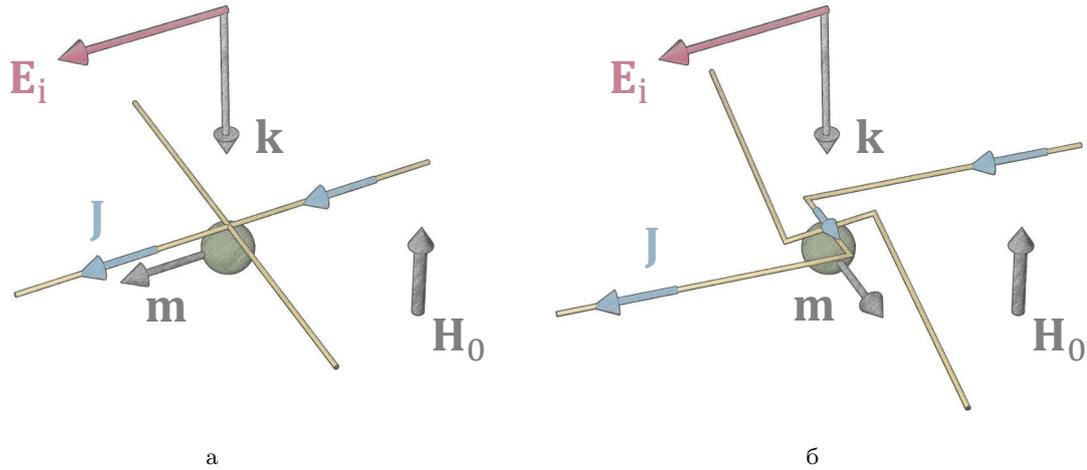


Рис. 3.7: Геометрия невязимных бианизотропных включений. (а) Одноосное включение Теллегена. (б) Одноосного искусственно движущееся включение. Ферритовая сфера обозначена зеленым цветом. Включения возбуждаются падающим электрическим полем \mathbf{E}_i . Для ясности показаны только те магнитные моменты \mathbf{m} , которые индуцированы вследствие невязимных эффектов.

нитного поля), который является псевдовектором и дополнительно изменяет знак диады при пространственной инверсии. Поэтому для построения невязимного материала с симметричной бианизотропной диадой $\overline{\overline{\chi}}_s$, его внутренняя структура должна быть зеркально-симметричной. Такие материалы или среды были названы в честь Бернарда Теллегена, который предложил идею электромагнитного гиратора как элементарной ячейки для таких сред [33]. Невязимные бианизотропные материалы с антисимметричной диадой $\mathbf{V}_a \times \overline{\overline{I}}$, напротив, должны иметь структуру, которая не может быть совмещена с ее зеркальным отражением. Этот класс сред был назван искусственной «движущейся» средой. Несмотря на то, что такая среда находится в состоянии покоя, её электромагнитный отклик эквивалентен электромагнитному отклику обычного материала, который по-настоящему движется с некоторой скоростью $\mathbf{v} = \mathbf{V}_a$ (истинный вектор) [10, 34].

Рисунок 3.7 изображает геометрию невязимных бианизотропных включений, которые могут быть использованы в качестве элементарных ячеек в композитных материалах указанных двух типов. Оба включения состоят из ферритовой сферы (феррит является непроводящим ток в отличие от других магнитных сплавов), намагниченной внешним магнитным полем \mathbf{H}_0 и расположенной вблизи металлических проволок определенной формы. Электрическое поле падающей волны возбуждает электрический ток вдоль проводов, который, в свою очередь, возбуждает переменное магнитное поле вокруг проводов. Это магнитное поле индуцирует магнитный момент в ферритовой сфере. Аналогично, падающее магнитное поле возбуждает электрический дипольный момент в проводах через намагниченность сферы. Наведенный момент включения, показанный на рис. 3.7а сонаправлен с электрическим полем, вызвавшим его. Это включение было впервые предложено в [35] и экспериментально протестировано в [36]. Следует отметить, что в дополнении к невязимному отклику, включение Теллегена обладает также взаимными бианизотропными свойствами (соответствующими одноосному омега-включению). Включение, изображенное на рис. 3.7б, иногда называют

искусственным движущимся элементом [35]. Помимо невязанного бианизотропного отклика, оно проявляет взаимные киральные эффекты из-за его зеркально-асимметричной формы. Аналитические поляризуемости невязанных включений, показанных на рис. 3.7 были опубликованы в [37]. Более подробное обсуждение поляризуемостей невязанных включений можно найти в параграфе 5.1.1.

Суммируя представленные результаты, запишем материальные соотношения для общего бианизотропного материала с возможными взаимными и невязанными магнитоэлектрическими свойствами [10]:

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon}_g \cdot \mathbf{E} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} (\bar{\chi} - j\bar{\kappa}) \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \bar{\mu}_g \cdot \mathbf{H} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} (\bar{\chi} + j\bar{\kappa})^T \cdot \mathbf{E}, \quad (3.36)$$

где $\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_s + \mathbf{K}_a \times \bar{\mathbf{I}}$ и $\bar{\chi} = \bar{\chi}_s + \mathbf{V}_a \times \bar{\mathbf{I}}$ – тензоры киральности и невязанности, соответственно, $\bar{\epsilon}_g$ и $\bar{\mu}_g$ – диады диэлектрической и магнитной проницаемости материала с общим бианизотропным откликом (индекс «g» соответствует общей линейной среде). Заметим, что форма магнитоэлектрической диады в этих материальных соотношениях не является единственно верной и была выбрана для удобства на основе ограничений на материальные параметры (подробнее см. в параграфе 3.9).

Важно отметить, что невязанная бианизотропия не является эффектом пространственной дисперсии. В отличие от взаимных пространственно-дисперсных включений, где магнитоэлектрический и магнитный отклики могут возникать только из-за их конечных размеров, невязанные включения проявляют эти отклики даже в локально однородных внешних полях (когда размер элементов пренебрежимо мал по сравнению с длиной волны). Например, в рассмотренных включениях на основе феррита однородное электрическое поле возбуждает электрический ток в проводах, которые, в свою очередь, индуцируют магнитные моменты в ферритовой сфере. Таким образом, бианизотропные свойства общей среды могут быть вызваны эффектами пространственной дисперсии или невязанной магнито-электрической связью.

3.9 Ограничения на материальные параметры

Существуют три важных ограничения на материальные параметры произвольной линейной среды. Первые два ограничения следуют из закона сохранения энергии и пространственной симметрии структуры среды. В определенном смысле эти ограничения не являются универсальными, поскольку они применимы только к пассивным средам [38] и к материалам со специальной кристаллографической симметрией. Третье ограничение универсально, поскольку оно следует из линейности среды и симметрии обращения времени уравнений Максвелла.

Закон сохранения энергии, применяемый для бианизотропных сред без потерь с материальными соотношениями (3.36), диктует следующие ограничения на их материальные параметры [10]:

$$\bar{\epsilon}_g = \bar{\epsilon}_g^\dagger, \quad \bar{\mu}_g = \bar{\mu}_g^\dagger, \quad \bar{\kappa} = \bar{\kappa}^*, \quad \bar{\chi} = \bar{\chi}^*, \quad (3.37)$$

где символы * и † обозначают комплексное и эрмитовое сопряжения. Поэтому в материа-

ле без потерь как взаимные $\bar{\kappa}$ так и невзаимные $\bar{\chi}$ бианизотропные параметры являются чисто вещественными тензорами (по этой причине мнимая единица была помещена перед взаимным тензором в (3.36)). Тот же вывод применим к симметричным частям тензоров диэлектрической $\bar{\epsilon}_g$ и магнитной проницаемостей $\bar{\mu}_g$, а соответствующие антисимметричные части являются чисто мнимыми.

Материальные параметры среды со определённой кристаллографической симметрией подчиняются дополнительным ограничениям, выраженным как

$$\bar{\psi} = \bar{K} \cdot \bar{\psi} \cdot \bar{K}^T, \quad (3.38)$$

если они описываются истинным тензором и

$$\bar{\psi} = \det\{\bar{K}\} \bar{K} \cdot \bar{\psi} \cdot \bar{K}^T, \quad (3.39)$$

если они описываются псевдотензором. В этом случае $\bar{\psi}$ является некоторым материальным параметром, таким как тензор диэлектрической проницаемости или киральности, \bar{K} является матрицей преобразования, которая определяет пространственное преобразование, при котором отклик среды не изменяется, а $\det\{\bar{K}\}$ является определителем матрицы преобразования. Например, матрица преобразования для композита, образованного спиральными включениями, ориентированными как на рис. 3.3а, является диагональной с матричными элементами $K_{11} = 1$, $K_{22} = -1$, и $K_{33} = -1$ (в системе координат, указанной на рисунке, индексы 1, 2 и 3 соответствуют осям x , y , и z). В этом случае, используя (3.38) и (3.39), можно найти параметры материала, описываемые истинными тензорами ($\bar{\epsilon}_g$ и $\bar{\mu}_g$), которые должны иметь следующие нулевые компоненты из-за пространственной симметрии композита: $\psi_{12} = \psi_{13} = \psi_{21} = \psi_{31} = 0$ здесь $\bar{\psi}$ обозначает $\bar{\epsilon}_g$ и $\bar{\mu}_g$). С другой стороны, псевдотензор киральности $\bar{\kappa}$, имеет другие нулевые компоненты $\kappa_{11} = \kappa_{22} = \kappa_{23} = \kappa_{32} = \kappa_{33} = 0$. Важно отметить, что ограничения симметрии (3.38) и (3.39) могут быть применены также к микроскопическим параметрам, таким как поляризуемость включений.

Третье ограничение на материальные параметры среды обусловлено симметрией обращения времени в уравнениях Максвелла. Оно обычно выражается в виде теоремы взаимности Лоренца. Эта теорема формулируется для пары источников с плотностями тока \mathbf{J}_A и \mathbf{J}_B , которые создают поля \mathbf{E}_A и \mathbf{E}_B [38, 39] (см. иллюстрацию на Рис. 3.8). Теорема гласит, что во взаимных средах реакция поля \mathbf{E}_A на источник с плотностью тока \mathbf{J}_B должна быть такой же, как для поля \mathbf{E}_B на источник с \mathbf{J}_A . Другими словами, взаимодействия между любой парой электромагнитных источников являются взаимными. Эта формулировка, по сути, не подразумевает обратимости течения времени $dt \rightarrow -dt$ (аналогично перематке видео) всех электромагнитных процессов в среде. Вместо этого теорема *имитирует* обращение времени за счёт изменения местами расположения источников (dt всегда положителен).

Реакция поля \mathbf{E}_A на источник с плотностью тока \mathbf{J}_B определяется объёмным интегралом [40]:

$$\langle A, B \rangle = \int_{V_B} \mathbf{E}_A \cdot \mathbf{J}_B dV, \quad (3.40)$$

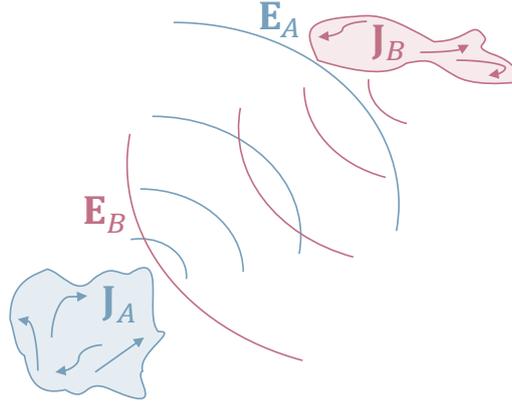


Рис. 3.8: Электромагнитное взаимодействие между парой источников с плотностями тока \mathbf{J}_A и \mathbf{J}_B .

где объем V_B содержит источник B , и dV – элемент объема. Таким образом, теорему взаимности Лоренца можно записать в виде

$$\langle A, B \rangle - \langle B, A \rangle = \int_{V_{AB}} \mathbf{E}_A \cdot \mathbf{J}_B dV - \int_{V_{AB}} \mathbf{E}_B \cdot \mathbf{J}_A dV = 0, \quad (3.41)$$

где V_{AB} – объем, содержащий источники A и B . Теорему можно обобщить также на общую бианизотропную среду с возможными невязимными эффектами [41], считая, что поле \mathbf{E}_B порожденное источником B определяется в среде, в которой время было обращено. Как обсуждалось в параграфе 3.7, в обращенной во времени среде все внешние невязимные параметры (обозначим их для компактности вектором намагниченности \mathbf{H}_0) меняют знаки, и материальные параметры могут быть записаны как $\overline{\overline{\psi}}(-\mathbf{H}_0)$.

Запишем материальные соотношения для общей бианизотропной среды в следующем виде:

$$\mathbf{D} = \overline{\overline{\epsilon}}_g \cdot \mathbf{E} + \overline{\overline{\vartheta}} \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \overline{\overline{\mu}}_g \cdot \mathbf{H} + \overline{\overline{\zeta}} \cdot \mathbf{E}. \quad (3.42)$$

Здесь, в отличие от (3.36), никаких предположений о магнито-электрической диаде сделано не было. Используя стандартные манипуляции с уравнениями Максвелла [38, 39, 41], для би-анизотропной среды, описываемой (3.42), условие (3.41) можно записать в следующей форме:

$$\begin{aligned} \int_{V_{AB}} (\mathbf{E}_A \cdot \mathbf{J}_B - \mathbf{E}_B \cdot \mathbf{J}_A) dV &= \int_{S_{AB}} (\mathbf{E}_A \times \mathbf{H}_B - \mathbf{E}_B \times \mathbf{H}_A) \cdot d\mathbf{S} \\ + j\omega \int_{V_{AB}} \left\{ \mathbf{E}_B \cdot [\overline{\overline{\epsilon}}_g^T(-\mathbf{H}_0) - \overline{\overline{\epsilon}}_g(\mathbf{H}_0)] \cdot \mathbf{E}_A - \mathbf{E}_B \cdot [\overline{\overline{\zeta}}^T(-\mathbf{H}_0) + \overline{\overline{\vartheta}}(\mathbf{H}_0)] \cdot \mathbf{H}_A \right. \\ &\left. + \mathbf{H}_B \cdot [\overline{\overline{\vartheta}}^T(-\mathbf{H}_0) + \overline{\overline{\zeta}}(\mathbf{H}_0)] \cdot \mathbf{E}_A - \mathbf{H}_B \cdot [\overline{\overline{\mu}}_g^T(-\mathbf{H}_0) - \overline{\overline{\mu}}_g(\mathbf{H}_0)] \cdot \mathbf{H}_A \right\} dV = 0, \end{aligned} \quad (3.43)$$

где S_{AB} – замкнутая поверхность объема V_{AB} , вектор $d\mathbf{S}$ направлен из объема V_{AB} . Выбирая достаточно большой объем V_{AB} , поверхностный интеграл в (3.43) обращается в нуль.

Действительно, считая, что среда имеет ненулевые потери энергии на диссипацию (среда без потерь является теоретической абстракцией), величина плотности мощности $\mathbf{E}_A \times \mathbf{H}_B$ убывает быстрее, чем квадрат расстояния до поверхности S_{AB} и поэтому на достаточно большом расстоянии поверхностный интеграл становится пренебрежимо малым. Соотношение (3.43) должно выполняться для произвольно выбранного объема V_{AB} , что возможно, только если все выражения в квадратных скобках тождественно равны нулю. Полученные требования представляют собой обобщенные отношения Онзагера-Казимира для материальных параметров [41–44]:

$$\bar{\epsilon}_g(\mathbf{H}_0) = \bar{\epsilon}_g^T(-\mathbf{H}_0), \quad \bar{\mu}_g(\mathbf{H}_0) = \bar{\mu}_g^T(-\mathbf{H}_0), \quad \bar{\vartheta}(\mathbf{H}_0) = -\bar{\zeta}^T(-\mathbf{H}_0). \quad (3.44)$$

Здесь конструкция типа $\bar{\psi}^T(-\mathbf{H}_0)$ обозначает транспонированный тензор материального параметра $\bar{\psi}$ для той же среды, когда все внешние невзаимные параметры изменили знак. Если среда взаимна ($\mathbf{H}_0 = 0$), то уравнения (3.44) упрощаются до $\bar{\epsilon}_g = \bar{\epsilon}_g^T$, $\bar{\mu}_g = \bar{\mu}_g^T$, и $\bar{\vartheta} = -\bar{\zeta}^T$. В этом случае материальные соотношения становятся эквивалентными (3.18) при замене $\bar{\vartheta} = -j\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\bar{\kappa}$.

Получим материальные соотношения в виде (3.36). Для этого можно разложить магнито-электрические тензоры на $\bar{\vartheta}(\mathbf{H}_0) = C_1\bar{\chi}_1(\mathbf{H}_0) + C_2\bar{\kappa}_1(\mathbf{H}_0)$ и $\bar{\zeta}(\mathbf{H}_0) = C_3\bar{\chi}_2(\mathbf{H}_0) + C_4\bar{\kappa}_2(\mathbf{H}_0)$, где $\bar{\chi}_{1,2}$ и $\bar{\kappa}_{1,2}$ обозначают невзаимные и взаимные части соответственно, и C_{1-4} – некоторые комплексные константы. Последнее выражение в (3.44) записывается как

$$C_1\bar{\chi}_1(\mathbf{H}_0) + C_2\bar{\kappa}_1(\mathbf{H}_0) = C_3\bar{\chi}_2^T(\mathbf{H}_0) - C_4\bar{\kappa}_2^T(\mathbf{H}_0), \quad (3.45)$$

где использовались свойства обращения времени взаимной $\bar{\kappa}_2(-\mathbf{H}_0) = \bar{\kappa}_2(\mathbf{H}_0)$ и невзаимной $\bar{\chi}_2(-\mathbf{H}_0) = -\bar{\chi}_2(\mathbf{H}_0)$ сред. Уравнение (3.45) может быть выполнено только в том случае, если невзаимные / взаимные члены в обеих частях уравнения равны (в противном случае при изменении \mathbf{H}_0 , уравнение не выполняется). Таким образом, существуют следующие ограничения: $C_1 = C_3$, $C_2 = -C_4$, $\bar{\chi}_1 = \bar{\chi}_2^T = \bar{\chi}$, и $\bar{\kappa}_1 = \bar{\kappa}_2^T = \bar{\kappa}$. Выбирая $C_1 = \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ и $C_2 = -j\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, материальные соотношения (3.42) принимают тот же вид, что и в (3.36).

Соотношения Онзагера-Казимира могут быть также записаны для микроскопических поляризуемостей [10, 45]:

$$\bar{\alpha}_{ee}(\mathbf{H}_0) = \bar{\alpha}_{ee}^T(-\mathbf{H}_0), \quad \bar{\alpha}_{mm}(\mathbf{H}_0) = \bar{\alpha}_{mm}^T(-\mathbf{H}_0), \quad \bar{\alpha}_{me}(\mathbf{H}_0) = -\bar{\alpha}_{em}^T(-\mathbf{H}_0). \quad (3.46)$$

Ограничения на материальные параметры играют важную роль для изучения существующих материалов, а также для разработки новых композиционных материалов.

3.10 Распространение волн в бианизотропных материалах и экстремальная бианизотропия

Бианизотропия – важная физическая концепция, которая расширяет наше понимание электромагнетизма в различных средах. Эта концепция привела ко множеству важных прило-

жений, недостижимых с помощью анизотропных материалов. Чтобы определить возможные применения бианизотропного материала определенного класса, нужно найти его собственные волны, т. е. те гармонические плоские волны (со специфическими характеристиками, такими как поляризация, направление и постоянная распространения), которые могут распространяться в материале. Основываясь на знании собственных волн, можно определить распространение падающих волн внутри слоя материала, а также его свойства отражения и пропускания.

Хотя первый известный бианизотропный материал относится к 1811 году, когда Франсуа Араго наблюдал вращение плоскости поляризации линейно поляризованного света в кварце, распространение волн в бианизотропных средах широко изучалось только с 1990-х годов [10, 46–48]. В начале 2000-х годов Ахлеш Лахтакия предложил концепцию «нулевого» материала (так называемая нигильность), у которого диэлектрическая и магнитная проницаемости обе равны нулю на некоторой частоте [49]. Впоследствии аналогичная идея была сформулирована для бианизотропных сред разных классов [6, 7, 50, 51]. В последнем примере, диэлектрическая и магнитная проницаемости среды равны нулю, при этом коэффициенты магнито-электрической связи отличны от нуля. Таким образом, бианизотропные эффекты в этих средах становятся наиболее выраженными (экстремальными) и полностью определяют электромагнитный отклик среды. В этом параграфе кратко излагаются результаты распространения волн в бианизотропных материалах двух взаимных (киральных и омега-средах) и двух невзаимных (средах Теллеген и искусственно движущихся средах) классов. Также приводятся соответствующие результаты для случаев экстремального бианизотропного отклика.

Рассмотрим общую бианизотропную среду [см. уравнения. (3.36)] с *одноосной* симметрией, т. е. когда в структуре среды имеется только одно предпочтительное направление (z -ось) (свойства среды не изменяются при вращении вокруг этой оси). Предположим, что осевые плоские волны имеют вид $e^{j(\omega t - \beta_{+z}z)}$ и $e^{j(\omega t + \beta_{-z}z)}$, где β_{+z} и β_{-z} – волновые числа волн, несущих мощность в направлениях $+z$ и $-z$ соответственно. Этот случай, вероятно, является наиболее интересным и практичным, поскольку материальный отклик не зависит от ориентации электрического и магнитного полей распространяющихся волн. Материальные соотношения для общей одноосной бианизотропной среды имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \bar{\bar{\epsilon}}_g \cdot \mathbf{E} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \left[(\chi_t - j\kappa_t) \bar{\bar{I}}_t + (V_a - jK_a) \bar{\bar{J}}_t \right] \cdot \mathbf{H}, \\ \mathbf{B} &= \bar{\bar{\mu}}_g \cdot \mathbf{H} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \left[(\chi_t + j\kappa_t) \bar{\bar{I}}_t + (-V_a - jK_a) \bar{\bar{J}}_t \right] \cdot \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

где $\bar{\bar{\epsilon}}_g = \epsilon_0 \epsilon_t \bar{\bar{I}}_t + \epsilon_0 \mathbf{z}\mathbf{z}$, $\bar{\bar{\mu}}_g = \mu_0 \mu_t \bar{\bar{I}}_t + \mu_0 \mathbf{z}\mathbf{z}$, $\bar{\bar{I}}_t = \mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}$ – поперечная единичная диада, $\bar{\bar{J}}_t = \mathbf{z} \times \bar{\bar{I}}_t = \mathbf{y}\mathbf{x} - \mathbf{x}\mathbf{y}$ – диада векторного произведения, а индекс t обозначает поперечные компоненты. Эти соотношения могут быть получены из (3.36), предполагая, что $\bar{\bar{\chi}} = \chi_t \bar{\bar{I}}_t + V_a \bar{\bar{J}}_t$ и $\bar{\bar{\kappa}} = \kappa_t \bar{\bar{I}}_t + K_a \bar{\bar{J}}_t$, где χ_t , V_a , κ_t , и K_a показывают величину соответствующих магнитоэлектрических эффектов в поперечной плоскости (относительно осевого направления). Если среда без потерь, все материальные параметры в (3.47) являются вещественными величинами.

Широко известно, что собственные волны одноосной киральной среды ($\chi_t = V_a = K_a =$

0) являются циркулярно поляризованными волнами, которые могут распространяться симметрично в обоих направлениях вдоль оси z ($\beta_{+z} = \beta_{-z}$) [47]. Константы распространения правых и левых циркулярно поляризованных собственных волн равны $\beta_{+z1} = k_0(\sqrt{\epsilon_t\mu_t} + \kappa_t)$ и $\beta_{+z2} = k_0(\sqrt{\epsilon_t\mu_t} - \kappa_t)$, соответственно, где k_0 – волновое число свободного пространства [см. рис. 3.9а]. Различные константы распространения двух циркулярно поляризованных собственных волн дают известные эффекты оптического вращения (оптической активности) и кругового дихроизма для волн, проходящих через киральный слой (см. также параграф 3.7). Особенно интересным является случай, когда $\sqrt{\epsilon_t\mu_t} = \kappa_t$ и β_{+z2} становится равным нулю. Такой случай напоминает недавно предложенные среды с диэлектрической и магнитной проницаемостями равными нулю (EMNZ) (см. обзор в [52]), но в то же время в данном примере все материальные параметры не равны нулю. Импеданс киральной среды не зависит от параметра киральности κ_t и определяется как $\eta = \eta_0\sqrt{\mu_t/\epsilon_t}$, где η_0 – волновой импеданс свободного пространства. Следовательно, коэффициент отражения от кирального слоя также не зависит от κ_t . Это свойство использовалось для создания различных отражающих поверхностей, в которых режим $\epsilon_t = \mu_t$ может быть достигнут с использованием киральных включений со сбалансированными электрическими и магнитными свойствами (см. Публикацию 5 и [53, 54]). Интересно отметить, что в случае киральной нигильности, т.е. когда $\epsilon_t = \mu_t = 0$ и $\kappa_t \neq 0$, константы распространения двух собственных волн становятся противоположными по знаку: $\beta_{+z1} = -\beta_{+z2} = k_0\kappa_t$. Одной из этих волн является обратная волна, так как ее фазовая скорость v_{ph2} и групповая скорость v_{gr2} противоположно направлены [см. рис. 3.9б]. Самая большая амплитуда отрицательного показателя преломления может быть достигнута в материале с киральной нигильностью [6, 55–57].

Собственные волны одноосной омега-среды ($\chi_t = \kappa_t = V_a = 0$) имеют произвольную поляризацию и распространяются вдоль направлений $+\mathbf{z}$ и $-\mathbf{z}$ с одинаковой константой распространения $\beta_{+z} = \beta_{-z} = k_0\sqrt{\epsilon_t\mu_t - K_a^2}$ [48]. Если параметр магнито-электрической связи K_a достаточно велик, то плоские волны не могут распространяться в среде (в случае, если среда без потерь). Важно отметить, что волновой импеданс омега-среды различен для разных направлений распространения $\eta_{\pm z} = \eta_0(\sqrt{\epsilon_t\mu_t - K_a^2} \mp jK_a)/\epsilon_t$. Как следствие, отраженные волны с противоположных сторон омега-слоя имеют разные фазы, как показано на рис. 3.9в (их амплитуды одинаковы из-за взаимности). Такое свойство уникально для взаимных сред и играет важную роль для применений, где требуется асимметрия в отражении или рассеянии (см. Публикации 3, 4, и 6, а также [58, 59]). Следует отметить, что нулевой коэффициент отражения от омега-слоя может быть достигнут только в том случае, если $K_a = \mp j(\mu_t - \epsilon_t)/2$ [48], что невозможно для случая без потерь (когда μ_t , ϵ_t , и K_a вещественные). Аналогичный вывод справедлив и для омега-поверхностей (слой с толщиной одного включения) с проволочными элементами [53]. В омега-материале без потерь и со свойствами нигильности ($\epsilon_t = \mu_t = 0$ и $K_a \neq 0$), плоские волны не могут распространяться из-за мнимой константы распространения $\beta_{+z} = \beta_{-z} = -jk_0K_a$ (заметим, что при наличии потерь, распространение волн возможно). Асимметрия волнового сопротивления достигает максимального значения: $\eta_{+z} = j\infty$ и $\eta_{-z} = 0$ [50, 51, 60]. Таким образом, коэффициент отражения с разных сторон омега-слоя с нигильными свойствами равен коэффициенту отражения от идеального магнитного ($R_{+z} = +1$) или идеального электрического проводника

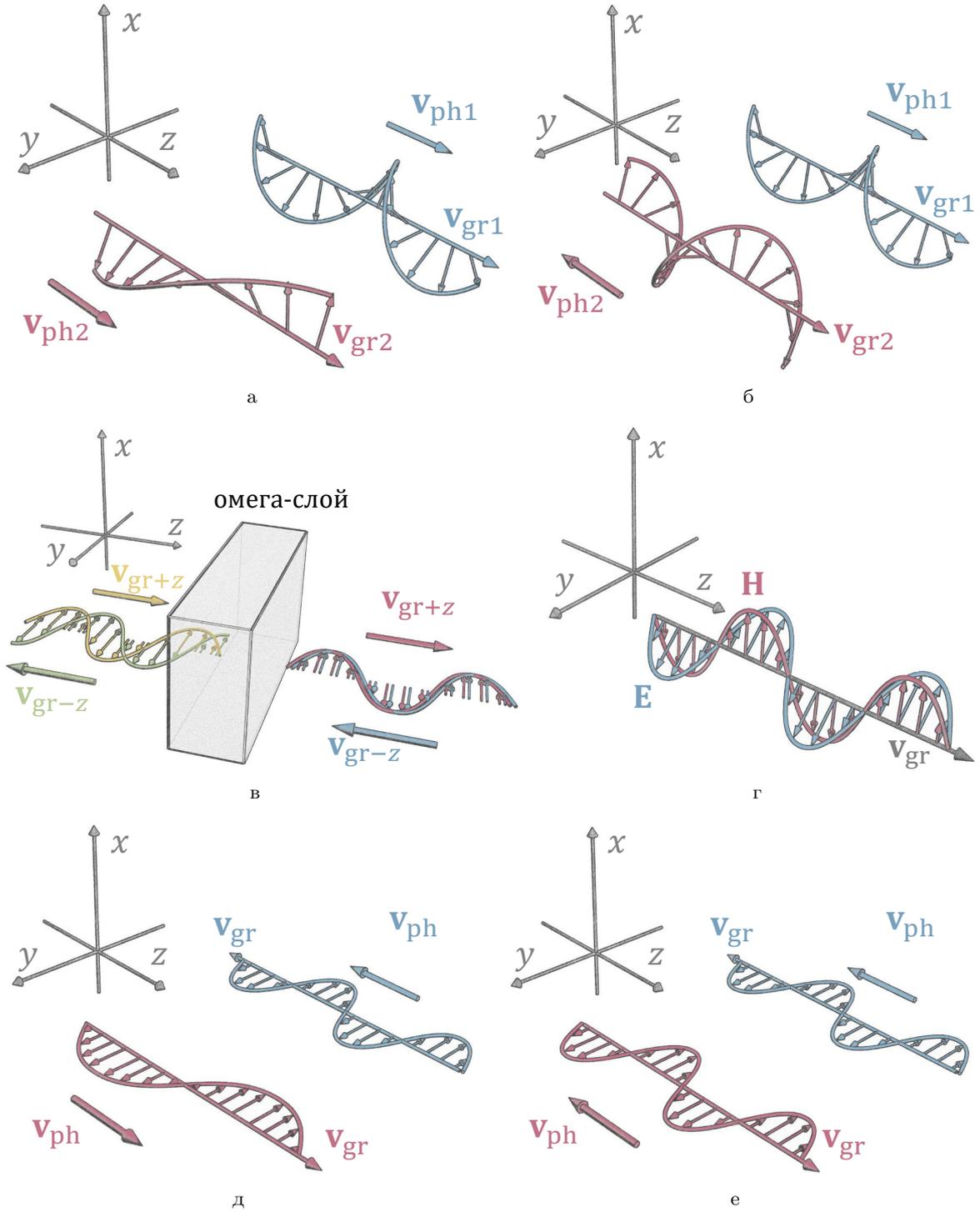


Рис. 3.9: Распространение волн в одноосной (а) киральной среде, (б) киральной нигильной среде, (г) среде Теллегена, (д) искусственно движущейся среде и (е) искусственно движущейся нигильной среде. (в) Отражение электромагнитных волн от разных сторон омега-слоя. Символы \mathbf{v}_{ph} и \mathbf{v}_{gr} обозначают фазовую и групповую скорости волн соответственно.

($R_{-z} = -1$).

В случае невзаимной среды Теллегена ($\kappa_t = K_a = V_a = 0$), собственные волны имеют произвольную поляризацию и распространяются в обоих направлениях вдоль оси сим-

метрии с одинаковой постоянной распространения $\beta_{+z} = \beta_{-z} = k_0 \sqrt{\epsilon_t \mu_t - \chi_t^2}$ [7, 51, 60, 61]. Отличительной особенностью одноосной среды Теллегена является неортогональность электрического и магнитного полей волн, распространяющихся вдоль его оси. Угол между электрическим и магнитным полями зависит от параметра Теллегена χ_t [60, 61]. В частности, можно настроить параметр Теллегена таким образом, чтобы электрическое и магнитное поля распространяющейся волны осциллировали в двух разных плоскостях, пересекающихся под углом 45° [см. рис. 3.9г]. Возможен альтернативный сценарий: электрическое поле имеет эллиптическую поляризацию, а магнитное поле линейно поляризовано. Одноосный слой из среды Теллегена вращает плоскость поляризации в отражении, что является взаимным эффектом [46]. Слой среды Теллегена с активными элементами могут использоваться как изоляторы [62]. В экстремальном случае негильности среды Теллегена плоские волны не могут перемещаться в среде вдоль её оси, так как постоянная распространения чисто мнимая $\beta_{+z} = \beta_{-z} = -jk_0 \chi_t$. В этом случае волновое сопротивление среды стремится к бесконечности.

В искусственной движущейся среде ($\chi_t = \kappa_t = K_a = 0$), могут распространяться волны произвольной поляризации. Константы распространения в искусственной движущейся среде: $\beta_{+z} = k_0(\sqrt{\epsilon_t \mu_t} - V_a)$ и $\beta_{-z} = k_0(\sqrt{\epsilon_t \mu_t} + V_a)$ для волн, перемещающихся внутри среды вдоль направлений $+z$ и $-z$ соответственно [7, 35, 51, 60]. Разница между константами распространения волн, движущихся в противоположных направлениях, является взаимным эффектом. Рисунок 3.9д иллюстрирует распространение волн в такой среде, когда $V_a < \sqrt{\epsilon_t \mu_t}$. Импеданс искусственно движущейся среды не зависит от параметра магнито-электрической связи V_a и равен $\eta = \eta_0 \sqrt{\mu_t / \epsilon_t}$. Особый интерес вызывает случай негильности для искусственно движущейся среды. В этом случае вдоль направления $+z$ могут распространяться только обратные волны произвольной поляризации ($\beta_{+z} = -k_0 V_a$ если $V_a > 0$), а в противоположном направлении собственные волны представляют собой обычные (прямые) волны ($\beta_{-z} = k_0 V_a$ если $V_a > 0$) как показано на рис. 3.9е. Такое поведение напоминает киральную негильность, однако в данном случае, среда одинаково взаимодействует с любой поляризацией распространяющегося излучения и обладает асимметричным откликом с противоположных сторон. Таким образом, искусственная движущаяся негильная среда имеет уникальную особенность: для облучения с противоположных направлений, композит ведет себя либо как обычная среда, либо как среда Веселаго [63]. В статье [62] показано, что однослойный композит искусственно движущихся включений может быть настроен таким образом, что с одной стороны он прозрачен для падающего излучения (словно вакуум), а с противоположной стороны он полностью пропускает падающие волны, меняя их фазу (как в среде Веселаго).

Резюмируя, исследования и проектирование бианизотропных материалов открывают новые и уникальные возможности для создания уникальных эффектов воздействия волн с веществом. Большинство аналитических исследований были завершены в 1990-х годах во время так называемого бума «бианизотропии». Однако, как видно из анализа современных научных публикаций, только недавно бианизотропные эффекты широко начали изучаться для практических применений в области метаматериалов (см. например, Публикацию 6 и [64–66]).

Глава 4

Метаматериалы и роль пространственной дисперсии

Область метаматериалов значительно расширилась за последние два десятилетия и включает в себя такие направления, как материалы с отрицательным показателем преломления, субволновая фокусировка, плащ-невидимка, среды из проводов, метаповерхности и т. д. В настоящем параграфе представлен краткий обзор этих направлений с акцентом на роль пространственной дисперсии в них.

4.1 Отрицательное преломление

Рассмотрим классическую задачу отражения и пропускания плоских волн на бесконечной границе раздела между средами с показателями преломления n_1 и n_2 , как показано на рис. 4.1а. Рассматривая электрическую поперечную поляризацию (ТЕ), электрические поля падающей, отраженной и прошедшей волн на границе раздела ($x = 0$) задаются выражениями $E_i = e^{j(\omega t - k_i \sin \theta_i z)}$, $E_r = e^{j(\omega t - k_r \sin \theta_r z)}$, и $E_t = e^{j(\omega t - k_t \sin \theta_t z)}$, соответственно. Поскольку тангенциальные поля в двух средах на границе должны быть непрерывными ($E_i + E_r = E_t$), аргументы в экспоненциальных функциях должны быть равны, а следовательно, тангенциальные волновые векторы трех плоских волн равны: $k_i \sin \theta_i z = k_r \sin \theta_r z = k_t \sin \theta_t z$. Эти условия приводят к известным законам отражения $\theta_i = \theta_r$ (так как $k_i = k_r$) и преломления $k_i \sin \theta_i = k_t \sin \theta_t$. Обычно по умолчанию полагают, что в этом случае не могут распространяться другие плоские волны. Однако, как это, возможно, впервые заметил Леонид Мандельштам [67], во второй среде может существовать еще одна распространяющаяся плоская волна с показателем преломления n_2 . Действительно, математическое условие $k_i \sin \theta_i = k_t \sin \theta_t$ не меняется, если угол θ_t заменить на угол $\pi - \theta_t$. С точки зрения физики это решение соответствует плоской волне, чей волновой вектор \mathbf{k}_t направлен под углом $\pi - \theta_t$ (или что то же самое, под углом $-\theta_t$), отсчитывая от $+x$ [см. рис. 4.1б; обычная волна, преломленная под углом $+\theta_t$ не показана на рисунке для наглядности]. Такое преломление кажется необычным, поскольку волновые колебания распространяются из полупространства без источников в полупространство с источником. Однако этот случай тоже возможен, так как направление волнового вектора \mathbf{k}_t определяет только направление фазовой скорости $\mathbf{v}_{ph} = \mathbf{k}_t \omega / k_t^2$, но не направление распространения энергии. Последняя определяется групповой скоростью $\mathbf{v}_{gr} = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_t)$ (здесь $\nabla_{\mathbf{k}}$ – градиент угловой частоты ω как функции волнового вектора \mathbf{k}_t) и направлена от границы раздела. Такое необычное преломление под отрицательным углом $-\theta_t$ называется отрицательным. Это явление имеет место, если фазовая и групповая скорости волн, распространяющихся во второй среде, противоположно направлены [68].

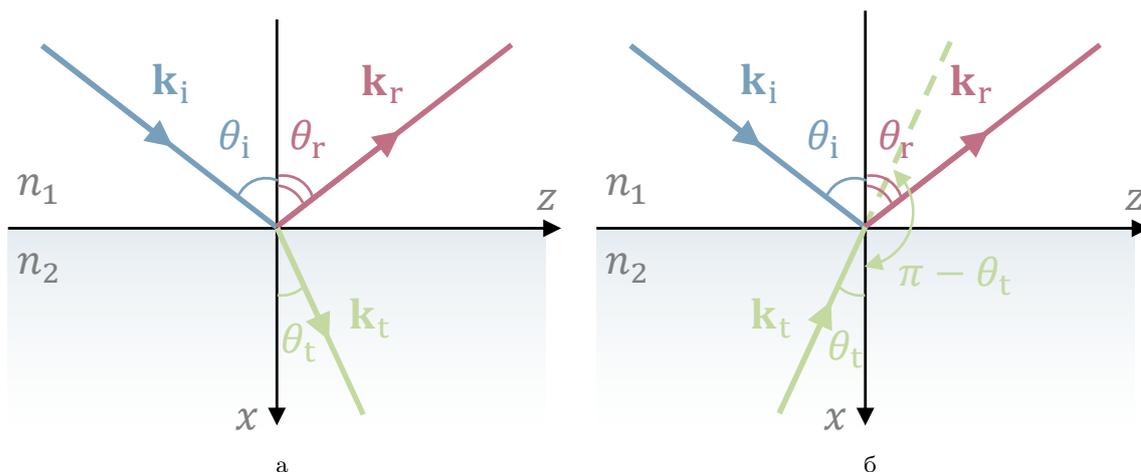


Рис. 4.1: Два возможных сценария преломления волн на границе раздела между двумя средами. (а) Обычное преломление. (б) Отрицательное преломление.

Возможность существования сред с противоположно направленными фазовыми и групповыми скоростями распространения волн была теоретически предсказана в [69, 70]. Было доказано, что материал со специально подобранной неединичной диэлектрической и магнитной проницаемостями (описываемой моделью Лоренца-Друде) может проявлять аномальную дисперсию $d\omega(\mathbf{k})/dk < 0$ и, следовательно, отрицательную групповую скорость в некотором диапазоне частот. В этом диапазоне как электрическая $\epsilon(\omega)$, так и магнитная проницаемость $\mu(\omega)$ являются отрицательными. Таким образом, уже в 1940-х и 1950-х годах явление отрицательного преломления было известно и хорошо объяснено, хотя оно и не было экспериментально подтверждено. Спустя несколько лет, в 1968 году, Виктор Веселаго опубликовал свою знаменитую теоретическую обзорную статью о веществах с отрицательной электрической и магнитной проницаемостями, в которых он рассмотрел такие экзотические явления, как отрицательное преломление и фокусировка с использованием планарного слоя [63]. Среда с такими *дважды-отрицательными* свойствами впоследствии была названа *обратной* или *левосторонней*. Эти названия связаны с физическими свойствами среды. Из уравнений Максвелла для плоских волн в виде $e^{j\omega t - j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ можно получить

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu\mathbf{H}, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega\epsilon\mathbf{E}. \quad (4.1)$$

Если одновременно $\Re\{\epsilon\} < 0$ и $\Re\{\mu\} < 0$, в такой среде могут распространяться незатухающие электромагнитные волны, а их вектор Пойнтинга \mathbf{S} противоположно направлен по отношению к волновому вектору:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\Re(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{|E|^2}{2\omega\Re\{\mu\}}\mathbf{k} = \frac{|H|^2}{2\omega\Re\{\epsilon\}}\mathbf{k}. \quad (4.2)$$

В этом случае векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} , и \mathbf{k} образуют левый базис. Альтернативный способ достижения распространения обратной волны был предложен в начале 80-х годов [55] с использованием киральных материалов.

Тем не менее, в течение нескольких последующих десятилетий интересное направление

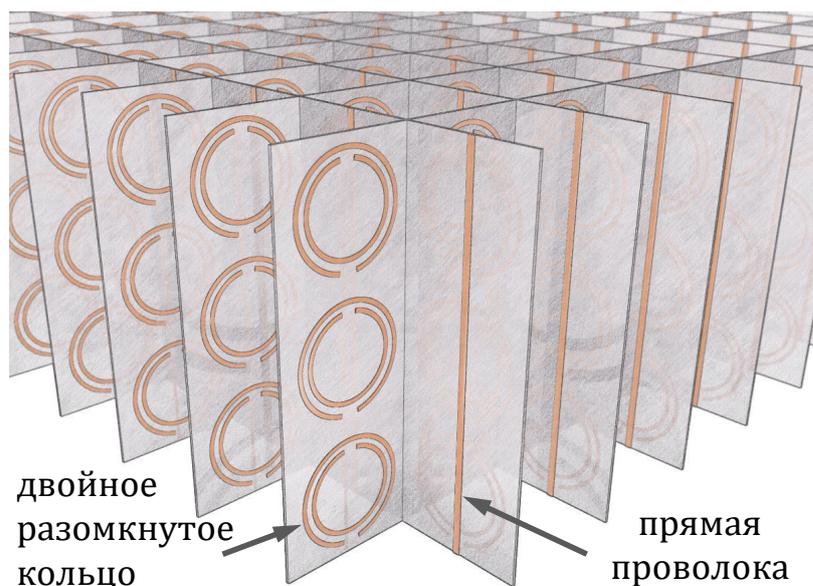


Рис. 4.2: Иллюстрация первого изготовленного дважды-отрицательного метаматериала.

исследований об отрицательном преломлении развивалось медленно из-за отсутствия натуральных материалов с требуемыми электрическими и магнитными свойствами. Природные вещества с отрицательной электрической проницаемостью (ионосфера на радиочастотах и металлы на оптических частотах, где действительная часть электрической проницаемости доминирует над мнимой частью) были хорошо известны. Однако для достижения отрицательного преломления необходимо, чтобы диэлектрическая и магнитная проницаемости одновременно были отрицательными в материале в том же частотном диапазоне. Выполнение последнего условия стало возможным благодаря разработке искусственных композитных материалов с настраиваемыми диэлектрической [71, 72] и магнитной проницаемостями [19, 20]. Такие материалы ведут себя как электрическая плазма и искусственная магнитная среда (с откликом Лоренца типа) в желаемом частотном диапазоне, соответственно. Объединяя электрическую плазму и искусственные магнитные материалы в едином композитном материале и настраивая его отклик, становится возможным реализовать явление отрицательного преломления. Эта идея была предложена в [1] и экспериментально подтверждена в [2]. Обратите внимание, что она очень схожа с идеей, предложенной еще в 1950-х годах [69, 70]. Рисунок 4.2 иллюстрирует дважды-отрицательный материал, состоящий из прямых металлических проводов (среда из проводов с отрицательной диэлектрической проницаемостью) и двойными разомкнутыми металлическими кольцами (представляющими собой искусственную магнитную среду с отрицательной магнитной проницаемостью).

Важно отметить, что режим отрицательной проницаемости в этом случае является проявлением пространственной дисперсии второго порядка, как обсуждалось в параграфе 3.3. Отрицательный показатель преломления может быть достигнут также в средах с пространственной дисперсией первого порядка, а именно в киральных средах с нигильными свойствами [6, 57] как обсуждалось в параграфе 3.10. Проектирование среды с отрицательным показателем преломления без эффектов пространственной дисперсии также возможно, но

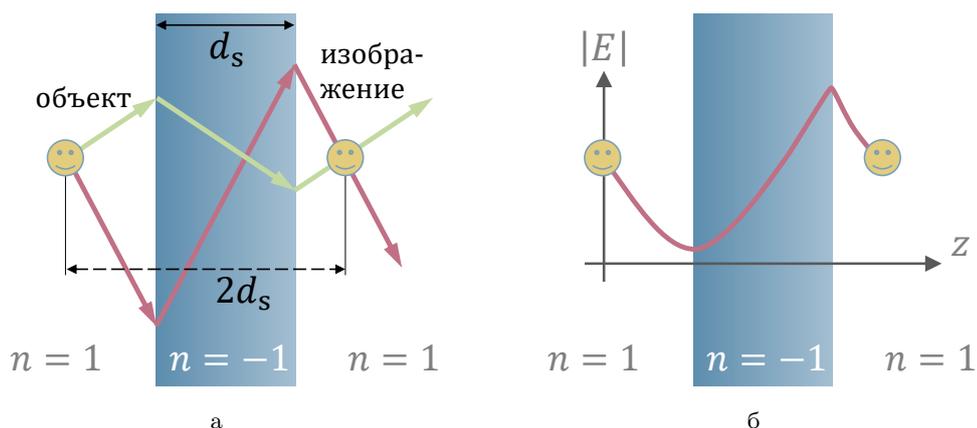


Рис. 4.3: Концепция идеальной линзы. (а) Фокусировка распространяющихся мод. (б) Фокусировка и усиление затухающих мод.

оно подразумевает использования ферромагнитных материалов, доступных только на относительно низких частотах.

4.2 Субволновая фокусировка и трансформационная оптика

В начале 2000-х годов стало понятно, что искусственные композитные материалы с независимо настраиваемыми электрическими и магнитными характеристиками могут найти множество важных применений. В частности, плоский слой толщиной d_s из материала с отрицательным показателем преломления $n = \epsilon/\epsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1$ (впервые предложенный в [63]) может использоваться как идеальная линза, чья эффективность не ограничена пределом дифракции [73]. Теоретически, такая линза в вакууме фокусирует *все* распространяющиеся волны из точечного источника *с одинаковой фазой* в точке на расстоянии $2d_s$ от источника [63] [см. рис. 4.3а]. Фокусировка должна наблюдаться для любого расположения источника. Отражения на границах раздела равны нулю, так как характеристический импеданс материала слоя равен импедансу свободного пространства η_0 для всех распространяющихся мод. В то же время все затухающие волны, излученные источником, ослабевают при распространении в свободном пространстве, и растут при распространении в слое [73] как показано на рис. 4.3б. Таким образом, как распространяющиеся, так и затухающие волны в точке изображения являются точно такими же (по амплитуде и фазе), как и в источнике. В этом случае изображение источника является "идеальным" и не ограничивается дифракционным пределом. Следует отметить, что на практике, слой с отрицательным показателем преломления обладает некоторыми потерями энергии, и поэтому его материальные параметры слегка отличаются от требуемых. В этом случае эффект субволновой фокусировки может быть значительно искажён [29, 74].

Еще одним интересным применением искусственных материалов со спроектированными диэлектрической и магнитной проницаемостями являются различные устройства, созданные на основе трансформационной оптики. Основной идеей, лежащей в основе трансформационной оптики, является инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований координат (частный случай, преобразование пространственной инверсии, обсуждался

в параграфе 3.8). Рисунок 4.4 иллюстрирует эту идею. Рассмотрим часть пространства в

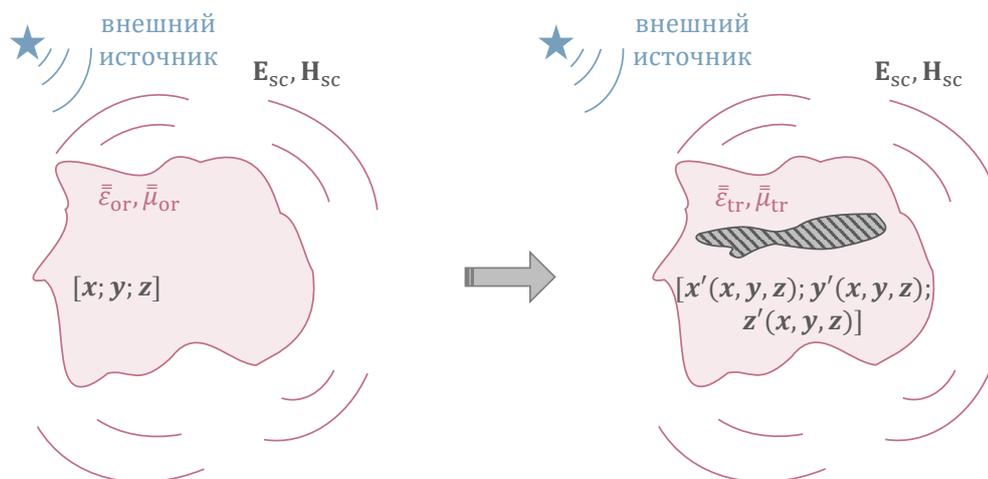


Рис. 4.4: Идея трансформационной оптики. Заштрихованная область означает отсутствие пространства в электромагнитном смысле.

исходной системе координат $x y z$, заполненную материалом с диэлектрической проницаемостью $\bar{\epsilon}_{or}(x, y, z)$ и магнитной проницаемостью $\bar{\mu}_{or}(x, y, z)$ (см. левую часть рисунка). Далее, мы можем преобразовать систему координат $x y z$ в новую произвольную систему $x' y' z'$, как показано в правой части рис. 4.4 (заштрихованная область в середине означает отсутствие пространства в электромагнитном смысле). Вследствие инвариантности уравнений Максвелла все электромагнитные поля внутри пространства в преобразованной системе координат такие же, как в исходной системе, т. е. $\mathbf{E}'(x', y', z') = \mathbf{E}(x, y, z) \neq \mathbf{E}'(x, y, z)$ (здесь в качестве примера рассматривается электрическое поле \mathbf{E}). С другой стороны, такие параметры материала, как диэлектрическая и магнитная проницаемости, изменяются при преобразовании координат по известному закону (т. е. $\bar{\epsilon}_{tr}(x, y, z) \neq \bar{\epsilon}_{or}(x, y, z)$). Основной привлекательной особенностью преобразования координат является то, что обе части пространства, показанные на рис. 4.4 ведут себя аналогично при внешнем облучении. Иными словами, возбужденные внешними источниками, обе части пространства будут рассеивать одни и те же электромагнитные поля (заметим, что внутри этих двух частей пространства поля могут быть очень разными). Этот вывод имеет несколько важных последствий. Во-первых, электромагнитные объекты со сложными (анизотропными и неоднородными) свойствами материала могут быть заменены в некоторых случаях объектами другой формы с другими материальными параметрами, которые на практике легче реализовать. Во-вторых, можно использовать «пустую» область / области (показанную на рис. 4.4), появившуюся при преобразовании координат (эти области могут быть также на поверхности объекта), размещая внутри произвольные объекты, рассеяние от которых необходимо устранить. Альтернативно, тот же подход применим для устранения рассеяния на произвольных неоднородностях: неоднородности должны быть покрыты слоем со специально подобранными материальными параметрами, которые при обратном преобразовании координат должны представлять объект с электромагнитными свойствами свободного пространства. Эти идеи были сформулированы, вероятно, впервые в 1961 году в [75].

Важно отметить, что общий принцип координатных преобразований в электромагнетизме использовался еще ранее Альбертом Эйнштейном. Он правильно рассчитал искривление лучей света от звезд, проходящих вблизи Солнца по пути на Землю. Изгиб света происходит из-за того, что такие массивные объекты, как Солнце, искривляют пространство вокруг них (в этом искривленном пространстве свет распространяется по прямым траекториям и уравнения Максвелла выполняются). Таким образом, наблюдая свет от звёзд на Земли во время солнечного затмения, может показаться, что Солнце окружено прозрачной оболочкой из неоднородного материала (на самом деле этот эффект не удастся заметить невооруженным глазом).

В 2006 году, когда уже было продемонстрировано, что метаматериалы могут проявлять почти произвольный электромагнитный отклик, Джон Пендри и Ульф Леонхардт предложили идею электромагнитной маскировки [76, 77]. По-видимому, они не знали о более ранней работе над подобной идеей [75]. Идея электромагнитной маскировки заключается в том, чтобы поместить произвольный объект, который должен быть скрыт, внутрь «пустых» областей, рассмотренных выше. Как было показано в этих работах, материал электромагнитного маскирующего слоя должен обладать неоднородной анизотропной магнитной проницаемостью. Следовательно, для реализации такого магнитного отклика необходимо использование пространственно-дисперсных материалов (ферромагнитные материалы доступны только на низких частотах). Экспериментальные подтверждения электромагнитной маскировки, основанной на эффектах пространственной дисперсии второго и первого порядка были опубликованы в [5, 78]. Впоследствии на основе трансформационной оптики были предложены и другие уникальные устройства (см. обзор в [79]).

4.3 Среды из проводов

Пространственная дисперсия играет важную роль в искусственных средах из проводов, несмотря на то, что такие среды обычно не проявляют магнитного отклика. Простая среда из проводов представляет собой двумерный периодический массив бесконечно длинных параллельных металлических проводов, встроенных в некоторую среду-диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ_h (см. иллюстрацию на рис. 4.5). Оси проводов расположены вдоль z -направления, радиус провода – r_w , и периодичность в плоскости yz – a_w . Среда из проводов впервые изучалась в [71, 72] как искусственная электрическая плазма с настраиваемой плазменной частотой, эффективная диэлектрическая проницаемость которой может быть меньше единицы (что важно для применений антенных линз) или даже отрицательна. Последний случай не вызывал большого интереса (в такой плазме волны не распространяются) до тех пор, пока в 2000 году не был исследован дважды-отрицательный метаматериал, содержащий среду из проводов [1] (волны могут распространяться в таком материале). В более ранних работах [71, 72], предполагалось, что для произвольного направления распространения в предположении $r_w < a_w \ll \lambda$, среда из проводов может быть описана как одноосный диэлектрик с локальной диадой диэлектрической проницаемости $\bar{\epsilon} = \epsilon_{zz}\mathbf{z}\mathbf{z} + \epsilon_h(\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y})$, где осевая компонента диэлектрической проницаемости является

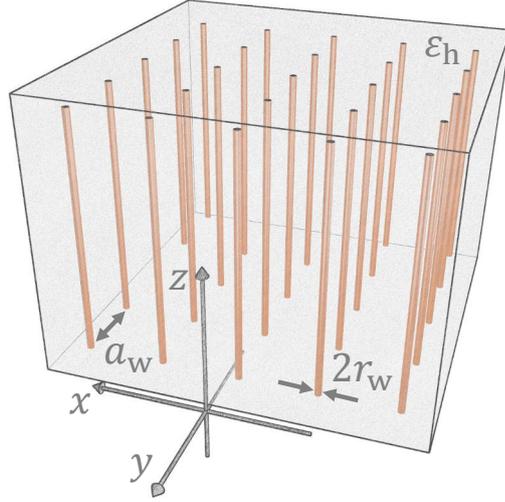


Рис. 4.5: Иллюстрация среды из проводов.

функцией только частоты:

$$\epsilon_{zz}(\omega) = \epsilon_h \left(1 - \frac{k_p^2}{\epsilon_h \omega^2 / c^2} \right). \quad (4.3)$$

Здесь c – скорость света, а k_p – плазменное волновое число. Для сред из проводов, у которых проволока является идеальным электрическим проводником и её радиус $r_w < 0.1a_w$, волновое число задается [80]:

$$k_p^2 = \frac{2\pi/a_w^2}{\ln\left(\frac{a_w}{2\pi r_w}\right) + 0.5275}. \quad (4.4)$$

В 2003 году было продемонстрировано, что эта локальная модель диэлектрической проницаемости применима только для случая поперечного распространения волн, т. е. когда $k_z = 0$ (k_z – z -проекция волнового вектора) [81]. В общем случае распространения волн, даже в пределе очень большой длины волны $\lambda \gg a_w$, осевая диэлектрическая проницаемость ϵ_{zz} не может быть описана локально и в большой степени зависит от волнового вектора \mathbf{k} :

$$\epsilon_{zz}(\omega, k_z) = \epsilon_h \left(1 - \frac{k_p^2}{\epsilon_h \omega^2 / c^2 - k_z^2} \right). \quad (4.5)$$

Для распространения вдоль оси $k = k_z$, осевая составляющая диэлектрической проницаемости стремится к бесконечности, а значит волны, распространяющиеся в этом направлении, являются поперечными ($E_z = H_z = 0$). Таким образом, среда из проводов, вероятно, является единственным классом материалов, которые проявляют сильную пространственную дисперсию даже в пределе очень большой длины волны (как описано в параграфе 3.2, пространственная дисперсия в метаматериалах с дипольными включениями пренебрежимо мала, когда длина волны намного больше характерного периода). Сильная пространственная дисперсия в электрически плотной среде из проводов возникает из-за их длины, много раз превышающей длину волны.

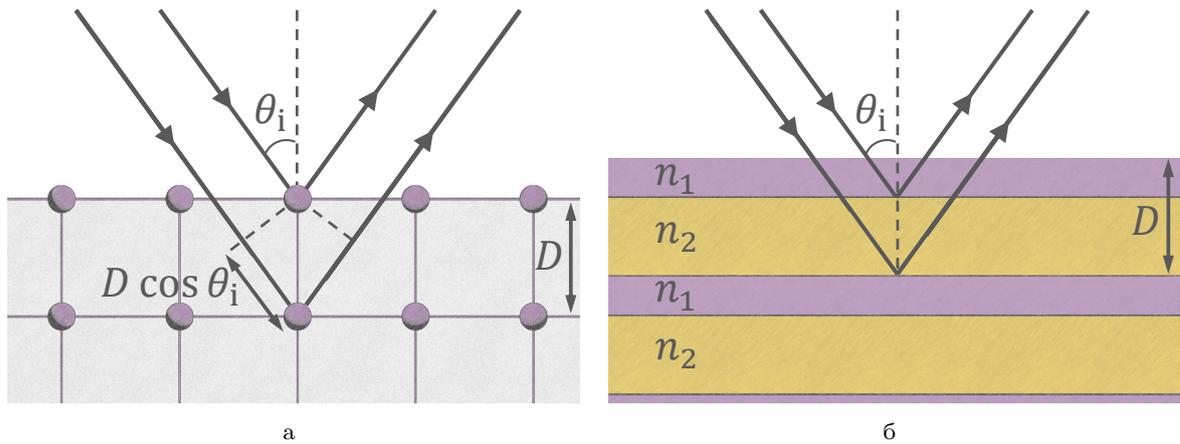


Рис. 4.6: Брэгговское рассеяние на периодических структурах. (а) Рассеяние на природном кристалле. (б) Рассеяние на электромагнитном кристалле.

Как было показано в [82], эффект сильной пространственной дисперсии не всегда возникает в средах из проводов, и при особых условиях им можно пренебречь. В частности, для сред из проводов, работающих в области ближних инфракрасных и видимых частот, эффект пространственной дисперсии почти полностью подавлен из-за высокой кинетической индуктивности металлических нанопроволок. Для некоторых применений сред из проводов пространственная дисперсия может быть нежелательным эффектом, например, для частотной фильтрации волновых пучков. С другой стороны, пространственная дисперсия в среде из проводов, работающей на микроволнах, приводит к таким новым интересным приложениям, как каналирование волновых пучков и визуализация с огромной разрешающей способностью изображений в дальнем поле (см. обзорную статью [83]).

4.4 Брэгговская дифракция и электромагнитные кристаллы

В предыдущих параграфах рассмотрены материалы, электромагнитный отклик которых может быть описан некоторыми эффективными параметрами. Гомогенизация свойств материала не всегда может быть выполнена. Материалы с большой периодичностью (более половины длины волны) представляют собой отдельный большой класс сред с уникальными свойствами. Краткое описание таких материалов приведено в настоящем параграфе.

Известно, что природный кристалл (высокоупорядоченная микроскопическая структура, образующая трехмерную решетку), облученный электромагнитным излучением с длиной волны, сравнимой с атомными расстояниями, частично его дифрагирует [84] [см Рис. 4.6a]. При условии Вульфа – Брэгга, т. е. когда длина волны излучения равна $\lambda = 2D \cos \theta_i / m$ (D – периодичность решетки, m – положительное целое число, и θ_i – угол падения), рассеянные волны на каждой плоскости атомов в решетке конструктивно интерферируют, что приводит к усилению зеркального отражения. Таким образом, в зависимости от длины волны падающего излучения и угла падения, электромагнитные волны могут частично проникать в решетку либо полностью отражаться. Последний случай соответствует так называемой электромагнитной полосе подавления. Решетки с различными свойствами рассеяния (из-за

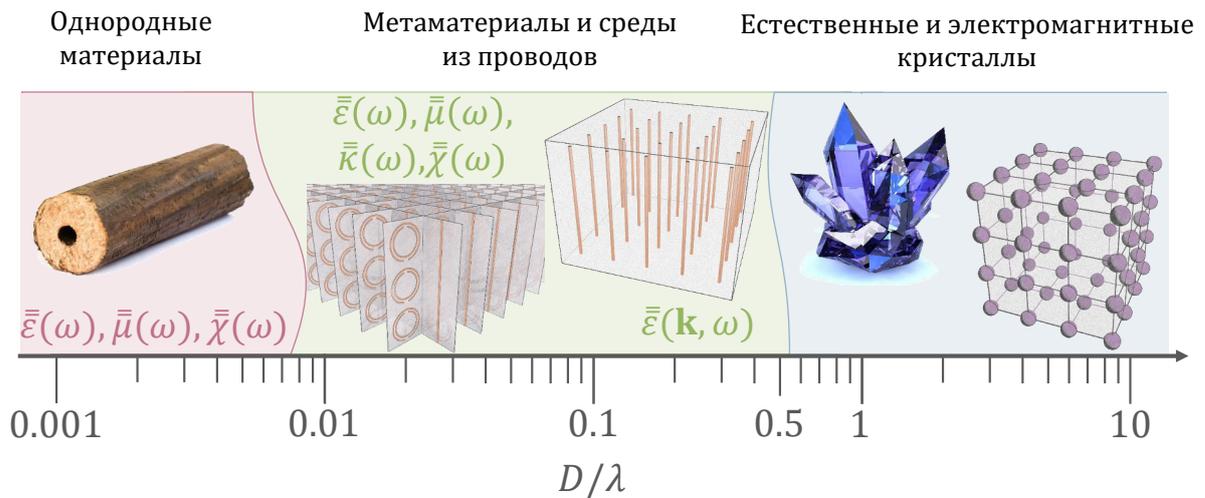


Рис. 4.7: Классификация трехмерных материалов по отношению к величине эффектов пространственной дисперсии, которые они проявляют.

формы и размера атомов) могут иметь разные характеристики полосы подавления.

Поскольку периодичность решетки большинства природных кристаллов порядка 0,1 нм, рассеяние Брэгга происходит на них только для излучения очень коротких длин волн, например рентгеновских лучей. В природе рассеяние Брэгга можно наблюдать также для ультрафиолетового (в опаловом кристалле) и видимого (глаза некоторых мотыльков) излучения. Важно отметить, что электромагнитные свойства кристаллов не могут быть описаны такими обычными параметрами, как эффективные материальные параметры ϵ и μ , на частотах, когда $D \geq \lambda/2$. Действительно, отклик среды (для любого возбуждения), описываемой заданными эффективными материальными параметрами, должен определяться ими однозначно. Однако из-за дифракционных явлений материальные параметры кристаллов могут быть введены только для конкретного возбуждения, при этом для любого другого возбуждения параметры будут отличными. Таким образом, естественные кристаллы проявляют сильную пространственную дисперсию в конкретном частотном диапазоне.

На этом этапе удобно классифицировать все электромагнитные объемные материалы по отношению к значимости в них пространственной дисперсии. На Рисунке 4.7 схематически показана такая классификация для разных пропорций между периодом решетки D и рабочей длиной волны λ . Если D/λ составляет порядка 0,01 и меньше, материал можно рассматривать как однородный и описывать локальной диэлектрической проницаемостью $\bar{\epsilon}(\omega)$. Магнитная проницаемость $\bar{\mu}(\omega)$ и бианизотропный параметр $\bar{\chi}(\omega)$ необходимо вводить только для невзаимных сред. Эффекты пространственной дисперсии (киральность и омега-эффект) являются слабыми нерезонансными эффектами, наблюдаемыми только в больших объемах материалов (много больше длины волны). Примерами однородных материалов являются большинство природных кристаллов на оптических и более низких частотах, а также аморфные природные материалы (при условии, что D в этом случае — усредненный период). Материалы с $0.01 < D/\lambda < 0.5$ можно описать либо формально локальными параметрами, такими как диэлектрическая проницаемость $\bar{\epsilon}(\omega)$, магнитная проницаемость

$\bar{\mu}(\omega)$, взаимные $\bar{\kappa}(\omega)$, и невзаимные $\bar{\chi}(\omega)$ бианизотропные тензоры (для бианизотропных метаматериалов), либо сильно нелокальной диэлектрической проницаемостью $\bar{\epsilon}(\mathbf{k}, \omega)$ (среды из проводов). Материалы с периодом решётки $D/\lambda > 0.5$ не могут быть описаны материальными параметрами (например, естественные кристаллы для рентгеновского излучения или искусственные электромагнитные кристаллы на более низких частотах, которые будут рассматриваться ниже).

Возможно ли, по аналогии с метаматериалами, распространить идею Брэгговской дифракции на оптические частоты? Для простоты рассмотрим одномерный случай (вдоль оси z). Построим решетку, каждый период которой включает в себя два слоя диэлектриков с различными показателями преломления [см. Рис. 4.6б]. Такой период представляет собой границу раздела, от которой падающее излучение будет рассеиваться (аналогично плоскостям атомов в природных кристаллах). Физика рассеяния на этом кристалле такая же, как у естественных кристаллов. Регулируя толщину диэлектрических слоев и их показатели преломления, можно настроить рабочую частоту этого кристалла. Такой искусственный одномерный кристалл также называется диэлектрическим зеркалом. Он имеет большое значение для различных применений в современной оптике и нанофотонике. На рабочей оптической частоте диэлектрическое зеркало полностью отражает падающий свет с рекордно высокой эффективностью отражения, недостижимой используя металлические зеркала (обычно 98 – 99.9%). Искусственные кристаллы также могут иметь трехмерную структуру.

Вероятно, первые теоретические работы, предсказывающие уникальные электромагнитные свойства искусственных кристаллов были опубликованы в 1970-х годах [85, 86]. В 1987 г. в двух экспериментальных работах сообщалось о двух важных явлениях в трехмерных искусственных кристаллах: беспрецедентной пространственной концентрации электромагнитного поля и запрещённом спонтанном излучении квантовых излучателей, помещённых внутрь кристалла [87, 88]. Искусственные кристаллы, работающие на оптических и более низких частотах, были названы фотонными и электромагнитными кристаллами соответственно. В настоящее время фотонные кристаллы являются относительно хорошо изученным предметом физики, который привёл ко множеству применений для нанофотоники, таким как субмикронная оптика (дифракционные решетки, линзы, покрытия и зеркала), оптические волокна, локализация поля, управление светом, и отрицательное преломление (см. обзор [89]).

4.5 Метаповерхности

Уникальные свойства метаматериалов привели к их многочисленным применениям в прикладной физике. Тем не менее, изготовление объемных метаматериалов часто является серьезной проблемой даже используя современные технологии, особенно когда речь идет о трехмерных оптических метаматериалах. Поскольку большинство применений метаматериалов подразумевают распространение волн в электрически больших объемах, значительная часть энергии теряется на тепловые потери, которые могут серьезно исказить работу устройства. С другой стороны, для некоторых применений (в нанофотонике и на микровол-

нах) малая толщина устройств на основе метаматериалов просто необходима. Наконец, при проектировании объемного метаматериала необходимо строго следить и с точностью создавать надлежащий электромагнитный отклик (например, тензоры поляризуемости включений) во всех трех измерениях.

К счастью, во многих случаях трехмерные метаматериалы могут быть заменены электрически тонкими аналогами, представляющими из себя однослойный метаматериал или, так называемую, метаповерхность. Этот факт может быть доказан на основе обобщенного принципа Гюйгенса [90,91]. Рассмотрим объем V заполненный произвольными источниками электромагнитного излучения, электрическими и магнитными зарядами q_i и токами \mathbf{J}_i [см. левую часть Рис. 4.8а]. Эти источники создают некоторое электрическое поле \mathbf{E} и маг-

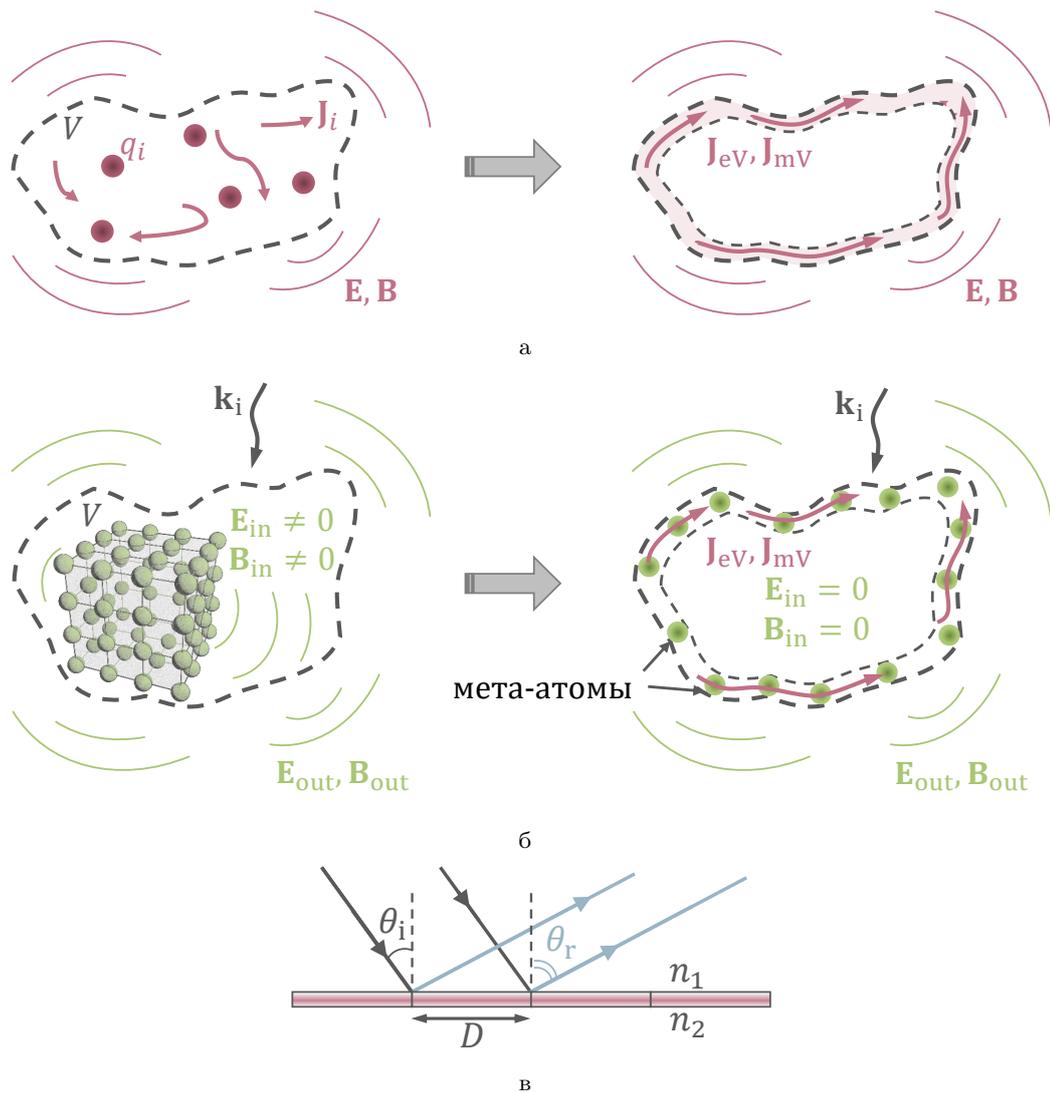


Рис. 4.8: (а) Иллюстрация принципа Гюйгенса применительно к рассеянию на объемных электромагнитных источниках. (б) Применение принципа Гюйгенса к концепции метаматериалов. Электромагнитный отклик от любого объемного материала (или метаматериала) теоретически может быть всегда воспроизведен с помощью двумерного слоя электрических и магнитных токов произвольной формы. (в) Дифракция электромагнитных волн на периодических планарных структурах.

нитную индукцию \mathbf{B} в пространстве вне объема. Согласно принципу Гюйгенса, эта система рассеивателей всегда может быть заменена произвольно тонким слоем электрических \mathbf{J}_{eV} и магнитных \mathbf{J}_{mV} токов, окружающих объем V . Толщина слоя может быть мала по сравнению с длиной волны, но ненулевой, так как магнитные токи могут быть созданы только эффективными круговыми электрическими токами (чья толщина конечна). Важно отметить, что эквивалентные электрические \mathbf{J}_{eV} и магнитные \mathbf{J}_{mV} токи (поверхностные токи, если толщина слоя пренебрежимо мала) рассеивают электромагнитные поля *только наружу* объема V и эти поля точно такие же, как те, которые созданы исходной системой источников, т. е., \mathbf{E} и \mathbf{B} [см. правую часть Рис. 4.8а]. Такая система токов, которые рассеивают волны только в одну сторону, называется поверхностями Гюйгенса или источниками Гюйгенса. Эта концепция имеет важное значение для метаматериалов. Рассмотрим произвольный образец объемного метаматериала [показанный в левой части Рис. 4.8б] возбуждаемого произвольной падающей волной с волновым вектором \mathbf{k}_i . Падающая волна индуцирует некоторые заряды q_i и токи \mathbf{J}_i во включениях образца, которые переизлучают вторичные волны описываемые \mathbf{E}_{out} и \mathbf{B}_{out} в пространство снаружи объема V . В соответствии с ранее описанным принципом всегда можно заменить данный образец метаматериала с индуцированными зарядами и токами на эквивалентные поверхностные токи \mathbf{J}_{eV} и \mathbf{J}_{mV} которые будут рассеивать такие же поля \mathbf{E}_{out} и \mathbf{B}_{out} снаружи объема V . Далее, зная эти эквивалентные токи, можно определить такие геометрию и свойства метаатомов (помещенных на поверхность объема V), что при возбуждении падающей волной с \mathbf{k}_i в них будут индуцироваться те же самые токи \mathbf{J}_{eV} и \mathbf{J}_{mV} [см. правую часть Рис. 4.8б]. Такое расположение метаатомов, а именно метаповерхность, будет обладать для данного возбуждения \mathbf{k}_i таким же электромагнитным откликом, что и исходный образец метаматериала. Для других возбуждений метаповерхность в общем случае не имитирует объемный образец. Таким образом, можно сделать вывод, что в случаях, когда требуется специальный электромагнитный отклик для конкретного возбуждения, объемные метаматериалы могут быть заменены тонкими изогнутыми метаповерхностями. В течение последнего десятилетия планарные метаповерхности успешно заменили свои громоздкие аналоги для различных применений: отрицательное преломление [92], электромагнитная маскировка [93], взаимный [94] и невзаимный [62] эффекты оптической активности, поглощение [54], многомодовые поверхности [95], общее управление отражением и пропусканием ([58, 96–99] и Публикации 3, 4, 5, 6, и 7), и т.д.

Важно обсудить место метаповерхностей в классификации общих периодических двумерных структур. Все планарные периодические структуры характеризуются пространственным периодом D (в плоскости поверхности) который определяет, проявляют ли они дифракционные эффекты. Рассмотрим двумерную планарную периодическую структуру, облученную плоской волной под углом θ_i , как показано на Рис. 4.8в. Структура расположена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 . Вычисляя разность оптических путей между двумя лучами (которые проходят через структуру в двух точках, разделенных D) образованную при их распространении, можно найти условие дифракционного максимума в первой среде под углом θ_r (или по аналогии, во второй среде под углом θ_t). Эти классические условия дифракции для случаев отражения и пропускания

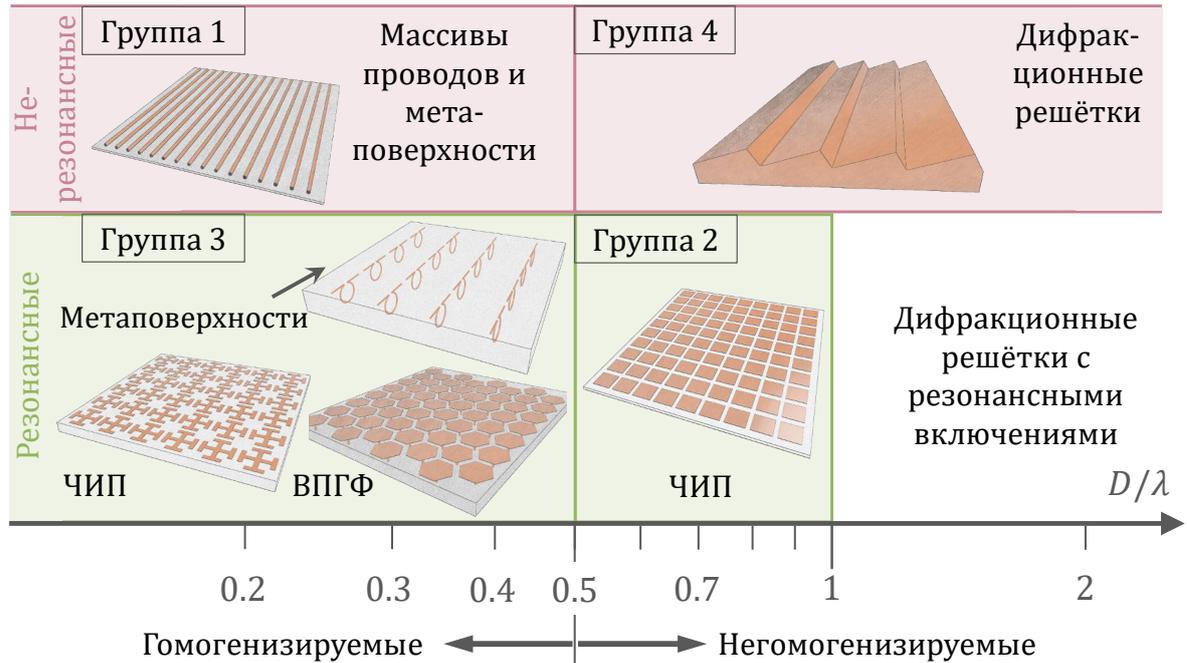


Рис. 4.9: Классификация различных типов периодических планарных структур с типичной геометрией каждого типа. Красная и зеленая области обозначают нерезонансные и резонансные типы структур, соответственно. Частотно-избирательные поверхности с периодичностью $\lambda/2 < D < \lambda$ являются негомогенизируемыми для наклонных возбуждений.

можно записать как:

$$n_1 D (\sin \theta_i - \sin \theta_r) = m_r \lambda_0, \quad D (n_1 \sin \theta_i - n_2 \sin \theta_t) = m_t \lambda_0, \quad (4.6)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме, m_r и m_t – некоторые целые числа, определяющие дифракционные порядки. Как видно из этих условий, дифракция происходит только тогда, когда период D сравним или больше, чем длина волны в обеих средах. Предполагая для простоты, что $n_1 = n_2 = 1$, соотношения (4.6) можно записать как

$$\frac{D}{\lambda_0} = \frac{m_{r,t}}{\sin \theta_i - \sin \theta_{r,t}}. \quad (4.7)$$

Из этого соотношения следуют два хорошо известных следствия. Во-первых, для нормально падающих волн ($\theta_i = 0^\circ$) дифракция происходит только в том случае, если периодичность структуры $D \geq \lambda_0$ ($m_{r,t}/\sin \theta_{r,t} \geq 1$ для любой $m_{r,t} \neq 0$). Во-вторых, для других углов падения ($\theta_i \neq 0^\circ$) дифракция может произойти, если $D \geq \lambda_0/2$. Эти два важных условия часто используются, например, в теории антенн, где периодичность решёток выбирается на их основе, чтобы избежать дифракционных мод.

Далее классифицируем различные периодические структуры на несколько групп на основе расстояния между соседними включениями / элементами d , и типа электромагнитного отклика (резонансного или нерезонансного). Для простоты рассмотрим только однородные структуры ($D = d$). На Рисунке 4.9 представлена классификация разных видов периодических планарных структур с типичной геометрией каждого типа.

Первая группа периодических структур включает плотно-упакованные двумерные массивы длинных проводящих проводов. Такие структуры обычно предназначены для получения полного отражения и используются в качестве светоотражателей и в экранировании (например, в сетках микроволновых печей). Чтобы обеспечить высокий уровень отражения, периодичность массива проводов обычно выбирается малой по сравнению с длиной волны в свободном пространстве $d \ll \lambda/2$. Падающая волна с электрическим полем, осциллирующим вдоль проводов, индуцирует электрические токи в них, которые излучают симметрично (вперед и назад) волны с фазой, противоположной фазе падающей волны. Поэтому в направлении пропускания рассеянная и падающая волны гасят друг друга, что приводит к низкому коэффициенту пропускания. Вероятно, первое исследование о плотно-упакованных массивах проводов появилось уже в 1898 году [100]. Являясь двумерным аналогом сред из проводов, они также проявляют эффекты сильной пространственной дисперсии [101]. Плотно-упакованные массивы проводов представляют собой нерезонансные структуры и из-за субволнового расстояния между проводами могут быть гомогенизированы.

Вторая группа периодических планарных структур обычно называется частотно-избирательными поверхностями (ЧИП) [102]. Эти структуры обычно состоят из периодически расположенных металлических полосок на диэлектрической подложке ("патчей") или щелей в металлическом листе [102] (см. иллюстрацию на Рис. 4.9). В отличие от индуктивных массивов проводов, которые применяются в основном на нерезонансных частотах, ЧИП представляют собой резонансные структуры (резонанс одиночных включений) из-за наличия как индуктивных, так и емкостных свойств (из-за зазоров в направлении электрического поля между смежными элементами). Следовательно, ЧИП могут быть спроектированы так, чтобы резонировать на частотах, где размер элемента сравним с полуволной. Из-за промежуточных размеров элементов ($\lambda/2 \leq d < \lambda$) ЧИП не генерируют дифракционных мод (для заданного угла падения), но при этом не могут быть описаны эффективной непрерывной импедансной поверхностью. ЧИП широко используются в качестве фильтров СВЧ-излучения и низкопрофильных антенн. Неоднородные непериодические ЧИП используются в основном как антенные решетки (см. Более подробную информацию в параграфе 6.3).

В конце двадцатого века были предложены две важные периодические структуры, основанные на так называемых иерусалимских крестах [103, 104]. Они являются третьей группой в настоящей классификации. Эти структуры с субволновыми включениями (могут быть гомогенизированы) резонируют из-за емкостной связи между соседними элементами-крестами (так называемый распределенный резонанс). Согласно классификации в некоторой литературе [102], эти структуры могут быть отнесены к ЧИП с субволновыми включениями. Так называемые высокоимпедансные поверхности грибовидной формы (ВПГФ), предложенные в [105] можно отнести к тому же типу резонансных периодических структур. Как правило, размеры их элементов очень малы по сравнению с длиной волны ($d \sim \lambda/10$) из-за дополнительной индуктивности вследствие диэлектрического заземленного слоя. ВПГФ имеют частотную полосу подавления для распространения поверхностных волн и поэтому могут рассматриваться как своего рода двумерный электромагнитный кристалл.

Дифракционные решетки [106] (см. иллюстрацию на Рис. 4.9), представляющие четвертую группу в настоящей классификации, имеют самую длинную историю: вероятно, пер-

вая решетка была сделана в 1785 году с использованием натянутых волосков между двумя винтами с тонкой резьбой [107]. В отличие от предыдущих групп периодических структур дифракционные решетки проектируются для отражения / пропускания падающих волн в основном в дифракционные моды, поэтому их периодичность всегда сравнима или больше длины волны $d > \lambda/2$. Дифракционные решетки, которые дифрагируют падающую на них энергию только в одном выбранном направлении, называются концентрирующими (например, [108]). Обычно дифракционные решетки предназначены для оптического диапазона и представляют собой двумерную версию фотонных кристаллов (см. обсуждение в параграфе 4.4).

Метаповерхности являются гомогенизированными ($\lambda/30 < d < \lambda/2$) однослойными композициями включений, которые можно отнести к первой (нерезонансной) и третьей (резонансной) группам в настоящей классификации. В последнее время концепция метаповерхностей была распространена на неравномерные структуры, что привело к созданию дифракционных решеток на основе метаповерхностей [92]. Отличительной особенностью таких решеток является субволновое расстояние между элементами внутри одного периода ($d < \lambda/2$, в то время как $D > \lambda/2$). В этом случае решетка может быть описана усредненным поверхностным импедансом.

Метаповерхности могут проявлять пространственные дисперсионные эффекты первого (бианизотропия) и второго (искусственный магнетизм) порядков. Таким образом, с одной стороны, недавно предложенная концепция метаповерхностей напоминает и объединяет ранее известные планарные структуры (массивы из проволок, ЧИП с субволновыми элементами, отражающие и передающие антенные решетки, ВПГФ), а с другой стороны, она обобщает теорию периодических структур и позволяет проектировать новые ранее недостижимые устройства: преобразователи волнового фронта [98], невзаимные поверхности [62], частотно-избирательные прозрачные зеркала и поглотители (Публикации 3, 4, и 5), каскадные антенны [53], 100%- эффективные ([96, 109, 110], Публикация 7) и многомодовые [95] дифракционные решетки и т. д.

4.6 Модели гомогенизации для метаповерхностей

Существуют различные модели гомогенизации для метаповерхностей [111–113]. В качестве примера рассмотрим модель, основанную на тензорах (диадах) коллективных поляризуемостей [94]. Преимущество этой модели состоит в том, что, фиксируя требуемый отклик рассеяния на метаповерхности, можно найти все компоненты поляризуемостей отдельных метаатомов, которые обеспечивают этот отклик. Взаимодействия между метаатомами учитываются. Знание требуемых поляризуемостей метаатома дает нам хорошее представление о его возможной структуре и химическом составе. Точная определение размеров метаатома может быть выполнена с использованием различных числовых методов (например, Публикация 1). Модель гомогенизации лучше всего подходит для однородных массивов (см. еще одну модель гомогенизации, применяемую к неоднородным массивам в Публикации 6).

Предположим, что планарная периодическая однородная метаповерхность бесконечного размера (ориентация метаповерхности определяется нормальным единичным вектором \mathbf{n})

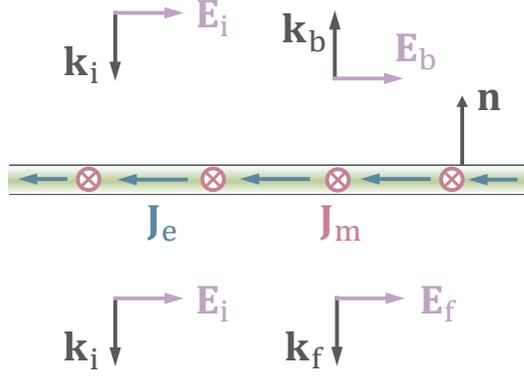


Рис. 4.10: Рассеяние от однородной метаповерхности, нормально облучённой плоской волной.

облучена плоской волной с волновым вектором \mathbf{k}_i с одной из её сторон, как показано на Рис. 4.10 (метаповерхность находится в однородной среде с импедансом η). Как уже говорилось ранее, рассеянные поля на метаповерхности полностью определяются усредненными *поверхностными* электрическими \mathbf{J}_e и магнитными \mathbf{J}_m токами (заметим, что они не являются объемными токами), индуцированными в метаповерхности. Бесконечно протяженные листы электрических и магнитных поверхностных токов рассеивают две плоские волны в обратном и прямом направлениях. Электрические поля этих двух плоских волн задаются [94]

$$\mathbf{E}_b = -\frac{\eta}{2}\mathbf{J}_e \pm \frac{1}{2}\mathbf{n} \times \mathbf{J}_m, \quad \mathbf{E}_f = -\frac{\eta}{2}\mathbf{J}_e \mp \frac{1}{2}\mathbf{n} \times \mathbf{J}_m, \quad (4.8)$$

где верхний и нижний знаки обозначают случаи, когда $\mathbf{k}_i \uparrow\downarrow \mathbf{n}$ и $\mathbf{k}_i \uparrow\uparrow \mathbf{n}$, соответственно. Усредненные токи могут быть выражены через индуцированные электрические \mathbf{p} и магнитные \mathbf{m} дипольные моменты одной элементарной ячейки в виде $\mathbf{J}_e = j\omega\mathbf{p}/S$ и $\mathbf{J}_m = j\omega\mathbf{m}/S$, где S – площадь элементарной ячейки.

Принимая во внимание, что отраженная волна представляет собой обратно рассеянную волну, а прошедшая волна представляет собой сумму падающей и рассеянной вперед волн, соответствующие электрические поля в терминах дипольных моментов определяются как

$$\mathbf{E}_r = -\frac{j\omega}{2S}(\eta\mathbf{p} \mp \mathbf{n} \times \mathbf{m}), \quad \mathbf{E}_t = \mathbf{E}_i - \frac{j\omega}{2S}(\eta\mathbf{p} \pm \mathbf{n} \times \mathbf{m}), \quad (4.9)$$

где \mathbf{E}_r , \mathbf{E}_t , и \mathbf{E}_i – электрические поля отраженной, прошедшей и падающей волн соответственно. Индуцированные дипольные моменты во включениях метаповерхности могут быть выражены [аналогично (3.21)] в терминах так называемых диад коллективных поляризуемостей и падающих полей [94]:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \hat{\hat{\alpha}}_{ee} \cdot \mathbf{E}_i + \hat{\hat{\alpha}}_{em} \cdot \mathbf{H}_i, \\ \mathbf{m} &= \hat{\hat{\alpha}}_{mm} \cdot \mathbf{H}_i + \hat{\hat{\alpha}}_{me} \cdot \mathbf{E}_i. \end{aligned} \quad (4.10)$$

В данном случае символ в виде шапки $\hat{\hat{}}$ обозначает коллективные диады поляризуемостей, которые учитывают взаимодействия между включениями и могут быть определены через диады поляризуемостей отдельных включений. Для упрощения анализа предположим, что

метаповерхность обладает одноосной симметрией вдоль нормального вектора \mathbf{n} . В этом случае диады поляризуемостей можно разложить на симметричные («co-») и антисимметричные («cross-») части:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{\alpha}}_{ee} &= \hat{\alpha}_{ee}^{\text{co}} \bar{I}_t + \hat{\alpha}_{ee}^{\text{cr}} \bar{J}_t, & \bar{\bar{\alpha}}_{mm} &= \hat{\alpha}_{mm}^{\text{co}} \bar{I}_t + \hat{\alpha}_{mm}^{\text{cr}} \bar{J}_t \\ \bar{\bar{\alpha}}_{em} &= \hat{\alpha}_{em}^{\text{co}} \bar{I}_t + \hat{\alpha}_{em}^{\text{cr}} \bar{J}_t, & \bar{\bar{\alpha}}_{me} &= \hat{\alpha}_{me}^{\text{co}} \bar{I}_t + \hat{\alpha}_{me}^{\text{cr}} \bar{J}_t.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Подставляя (4.10) и (4.11) в (4.9), можно получить выражения для отраженного и прошедшего полей в терминах коллективных поляризуемостей:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_r &= -\frac{j\omega}{2S} \left\{ \left[\eta \hat{\alpha}_{ee}^{\text{co}} \pm \hat{\alpha}_{em}^{\text{cr}} \pm \hat{\alpha}_{me}^{\text{cr}} - \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{\text{co}} \right] \bar{I}_t \right. \\ &\quad \left. + \left[\eta \hat{\alpha}_{ee}^{\text{cr}} \mp \hat{\alpha}_{em}^{\text{co}} \mp \hat{\alpha}_{me}^{\text{co}} - \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{\text{cr}} \right] \bar{J}_t \right\} \cdot \mathbf{E}_i,\end{aligned}\quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_t &= \left\{ \left[1 - \frac{j\omega}{2S} \left(\eta \hat{\alpha}_{ee}^{\text{co}} \pm \hat{\alpha}_{em}^{\text{cr}} \mp \hat{\alpha}_{me}^{\text{cr}} + \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{\text{co}} \right) \right] \bar{I}_t \right. \\ &\quad \left. - \frac{j\omega}{2S} \left[\eta \hat{\alpha}_{ee}^{\text{cr}} \mp \hat{\alpha}_{em}^{\text{co}} \pm \hat{\alpha}_{me}^{\text{co}} + \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{\text{cr}} \right] \bar{J}_t \right\} \cdot \mathbf{E}_i.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Эти выражения, полученные в [94], представляют простой способ анализа метаповерхностей, образованных бианизотропными включениями (взаимными и / или невзаимными). Одним из важных следствий этих уравнений является то, что режим нулевого отражения невозможно получить с помощью метаповерхностей, обладающих исключительно электрическими или магнитными свойствами. Чтобы устранить отражение, метаповерхность должна иметь либо сбалансированный электрический и магнитный отклики (так называемое условие Гюйгенса $\eta \hat{\alpha}_{ee}^{\text{co}} = \hat{\alpha}_{mm}^{\text{co}}/\eta$) или определённый бианизотропный отклик [чтобы все выражения в квадратных скобках (4.12) обратились в нуль]. Другие важные следствия из выражений (4.12) и (4.13) подытожены в таблице 4.1. Эти результаты были опубликованы в ряде статей [53, 54, 58, 62, 94].

Помимо представленной выше модели гомогенизации метаповерхностей существуют две другие известные модели, имеющие преимущества в некоторых случаях. Одна из них, основанная на эквивалентной импедансной матрице, особенно эффективна для описания неоднородных метаповерхностей, а также метаповерхностей, содержащих заземлённую плоскость. Эта модель подробно представлена в параграфе 6.3. Другая модель гомогенизации основана на тензорах макроскопических поверхностных восприимчивостей. Она связывает усреднённые по поверхности значения плотности поляризации ($\mathbf{P}_S = \mathbf{p}/S$ и $\mathbf{M}_S = \mathbf{m}/(\mu_0 S)$) с электрическими \mathbf{E}_{av} и магнитными \mathbf{H}_{av} полями, усреднёнными по обе стороны от метаповерхности [112, 113]:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_S &= \epsilon_0 \bar{\bar{\phi}}_{ee} \cdot \mathbf{E}_{\text{av}} + \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \bar{\bar{\phi}}_{em} \cdot \mathbf{H}_{\text{av}}, \\ \mathbf{M}_S &= \bar{\bar{\phi}}_{mm} \cdot \mathbf{H}_{\text{av}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \bar{\bar{\phi}}_{me} \cdot \mathbf{E}_{\text{av}},\end{aligned}\quad (4.14)$$

где $\bar{\bar{\phi}}$ обозначает макроскопические усреднённые по поверхности восприимчивости. После некоторых вычислений восприимчивости могут быть выражены через коллективные поля-

Электромагнитный отклик	Возможные реализации	Необходимые коллективные поляризуемости
Вращение поляризации в отражении ($\mathbf{E}_r = a_0 \bar{\bar{J}}_t \cdot \mathbf{E}_i$, где a_0 – комплексный коэффициент и $0 < a_0 \leq 1$)	1) Метаповерхности с невязными одноосными включениями Теллегена [62] 2) Метаповерхности на основе невязных материалов, таких как намагниченная плазма и ферриты [46]	$\hat{\alpha}_{em}^{co} = \hat{\alpha}_{me}^{co} \neq 0$ $\eta \hat{\alpha}_{ee}^{cr} - \hat{\alpha}_{mm}^{cr} / \eta \neq 0$
Вращение поляризации в прохождении ($\mathbf{E}_t = a_0 \bar{\bar{J}}_t \cdot \mathbf{E}_i$)	1) Метаповерхности с взаимными одноосными киральными включениями [94] (оптическая активность) 2) Метаповерхности на основе невязных материалов, таких как намагниченная плазма и ферриты (эффект Фарадея)	$\hat{\alpha}_{em}^{co} = -\hat{\alpha}_{me}^{co} \neq 0$ $\eta \hat{\alpha}_{ee}^{cr} + \hat{\alpha}_{mm}^{cr} / \eta \neq 0$
Асимметрия отражения для падающих волн с противоположных сторон ($\mathbf{E}_r^+ \neq \mathbf{E}_r^-$)	Метаповерхности с взаимными одноосными омега-включениями [58]	$\hat{\alpha}_{em}^{cr} = \hat{\alpha}_{me}^{cr} \neq 0$
Асимметрия пропускания для падающих волн с противоположных сторон ($\mathbf{E}_t^+ \neq \mathbf{E}_t^-$)	Метаповерхности с невязными одноосными искусственно подвижными включениями [62]	$\hat{\alpha}_{em}^{cr} = -\hat{\alpha}_{me}^{cr} \neq 0$

Таблица 4.1: Типичный отклик бианизотропных одноосных метаповерхностей на облучение нормальными плоскими волнами.

ризуемости [определяемые выражением (4.10)]:

$$\begin{aligned}
 \bar{\bar{\phi}}_{ee} &= \frac{1}{\epsilon_0} (\Delta_p)^{-1} \cdot \left[\bar{\bar{\alpha}}_{ee} + \frac{j\omega}{2\eta_0} \bar{\bar{\alpha}}_{em} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \frac{j\omega}{2\eta_0})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{me} \right], \\
 \bar{\bar{\phi}}_{em} &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} (\Delta_p)^{-1} \cdot \left[\bar{\bar{\alpha}}_{em} + \frac{j\omega}{2\eta_0} \bar{\bar{\alpha}}_{em} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \frac{j\omega}{2\eta_0})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \right], \\
 \bar{\bar{\phi}}_{me} &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} (\Delta_m)^{-1} \cdot \left[\bar{\bar{\alpha}}_{me} + \frac{j\omega\eta_0}{2} \bar{\bar{\alpha}}_{me} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \frac{j\omega\eta_0}{2})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \right], \\
 \bar{\bar{\phi}}_{mm} &= \frac{1}{\mu_0} (\Delta_m)^{-1} \cdot \left[\bar{\bar{\alpha}}_{mm} + \frac{j\omega\eta_0}{2} \bar{\bar{\alpha}}_{me} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \frac{j\omega\eta_0}{2})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{em} \right],
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Delta_p &= S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \frac{j\omega\eta_0}{2} + \frac{\omega^2}{4} \bar{\bar{\alpha}}_{em} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \frac{j\omega}{2\eta_0})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{me}, \\
 \Delta_m &= S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \frac{j\omega}{2\eta_0} + \frac{\omega^2}{4} \bar{\bar{\alpha}}_{me} \cdot (S \bar{\bar{I}}_t - \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \frac{j\omega\eta_0}{2})^{-1} \cdot \bar{\bar{\alpha}}_{em}.
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Основным преимуществом модели гомогенизации на основе тензоров восприимчивостей является тот факт, что зная тензоры необходимые для некоторого определенного электромагнитного отклика, можно сразу определить, должны ли включения метаповерхности быть с потерями ($\Im\{\bar{\bar{\phi}}_{ij}\} < 0$) и обладают ли они некоторым коэффициентом усиления ($\Im\{\bar{\bar{\phi}}_{ij}\} > 0$).

Несмотря на то, что явления бианизотропии были известны и изучены в течение длительного времени, существует лишь несколько опубликованных работ по бианизотропным метаповерхностям (эффекты пространственной дисперсии первого порядка). Основная цель

настоящей диссертации – изучить, какие экзотические и уникальные явления становятся возможны с использованием метаповерхностей с общим бианизотропным откликом. В диссертации также представлен синтез новых пространственно-дисперсных метаповерхностей (бианизотропных и сильно нелокальных).

Часть II

Результаты исследований

Глава 5

Отдельные бианизотропные включения

Электромагнитные свойства метаматериала определяются свойствами и пространственным расположением его отдельных составляющих (включений). Эта идея лежит в основе самой концепции метаматериалов. Поэтому большинство исследований электромагнитных искусственных материалов и устройств предполагают проектирование отдельных включений с заданными свойствами (например, поляризуемостями).

Отношения между макроскопическими свойствами композиционного материала и микроскопическими свойствами его включений обсуждались в параграфе 3.5. Выражения (3.19) описывают эти соотношения для материалов с разреженными концентрациями включений. Если концентрация включений настолько высокая, что следует учитывать взаимодействие между включениями, макроскопические и микроскопические величины могут быть связаны с использованием одного из приближенных правил. Вероятно, самым простым, хотя и эффективным, правилом является так называемый подход Максвелла Гарнетта [114, 115]. Обобщение этого правила на случай общих бианизотропных материалов можно найти, например, в [116, 117].

Когда известны требуемые поляризуемости отдельных включений, можно оценить их размеры, геометрию и химический состав. В некоторых простых случаях можно приближенно определить размеры и материальные характеристики включений на основе известных теоретических моделей. Однако для большинства бианизотропных включений соответствие между их поляризуемостями и внутренней структурой может быть установлено только с использованием численных и полуаналитических методов.

5.1 Способы определения поляризуемостей

Для удобства классифицируем все способы определения поляризуемостей отдельного рассеивателя на две группы: аналитические и полуаналитические. Вероятно, наиболее универсальным приближенным методом, относящимся к первой группе, является метод, который моделирует рассеиватель как эффективную электрическую схему, состоящую из реактивных и резистивных сосредоточенных элементов [118, 119]. Естественно, если рассеиватель анизотропный, эффективная схема зависит от направления и поляризации падающей волны. Несмотря на то, что этот метод обычно применим только для рассеивателей с субволновыми размерами, он аккуратно моделирует эффекты пространственной дисперсии первого и второго порядков. Еще один полностью аналитический подход, применимый к диэлектрическим сферическим рассеивателям произвольного размера и состава, основан на теории разложения по сферическим гармоникам, сформулированной Ми в 1908 г. [120]. Впоследствии эта теория была обобщена на рассеиватели произвольных форм [121].

В последнее время расширенная теория Ми использовалась многими исследователями для изучения мультипольного поведения рассеивателей различной формы, например [122, 123]. Эти методы являются полуаналитическими, поскольку они уже подразумевают знание рассеянных полей на рассеивателе при определенном облучении (эти поля обычно определяются с помощью полноволновых симуляций). Записывая рассеянные поля в терминах векторных сферических гармоник, можно вычислить мультипольные моменты возбужденные в произвольном рассеивателе. Тем не менее, этот подход подразумевает сложное в вычислительном отношении интегрирование рассеянных полей по сфере, окружающей рассеиватель, что усложняет его использование. Кроме того, использование данного метода из экспериментально измеренных данных является проблематичным.

С другой стороны, определение неизвестных поляризуемостей рассеивателя возможно, если индуцированные в нём токи и заряды известны (например, на основе простых теоретических моделей или компьютерный симуляций) для определенного облучения. Такой полуаналитический подход является строгим и применим вне приближения большой длины волны [124, 125]¹. Недостаток этого метода выражается в том, что для него требуется относительно сложное интегрирование по объему рассеивателя, и этот интеграл меняется для рассеивателей разной формы.

Отдельный класс представляют собой методы извлечения поляризуемостей рассеивателя, расположенного внутри однородной периодической решетки, или волновода [59, 126–128]. С помощью таких методов можно определить поляризуемости на основе известных коэффициентов взаимодействия в периодических массивах или волноводах и численно рассчитанных (или измеренных) коэффициентов отражения и пропускания. Следует отметить, что соотношения между этими коэффициентами и поляризуемостями отдельных рассеивателей не являются тривиальными и в большинстве случаев являются лишь приближенными.

5.1.1 Научный вклад автора

Поскольку по определению метаматериалы состоят из рассеивателей с субволновыми размерами, электрические и магнитные дипольные моменты являются наиболее значимыми и важными моментами в разложении Ми для таких рассеивателей. Это предположение позволяет использовать простой полуаналитический метод извлечения тензоров поляризуемостей произвольного малого рассеивателя на основе его отклика, замеренного в дальней зоне. Этот метод основан на том факте, что в дальней зоне вклад в рассеянные поля от электрических и магнитных диполей доминирует над вкладами от мультипольных моментов более высокого порядка. Уместность этого предположения может быть проверена путем численной оценки диаграммы рассеяния или, экспериментально, путем повторения измерений с несколькими ориентациями рассеивателя. Следует отметить, что для проектирования метаповерхностей и метаматериалов знание поляризуемостей высших порядков обычно не требуется (коэффициенты отражения и пропускания плоских волн через однородные метаповерхности, а также эффективные параметры метаматериалов, определяются дипольными моментами их включений).

¹Статья по теме данного метода была опубликована после Публикации 1.

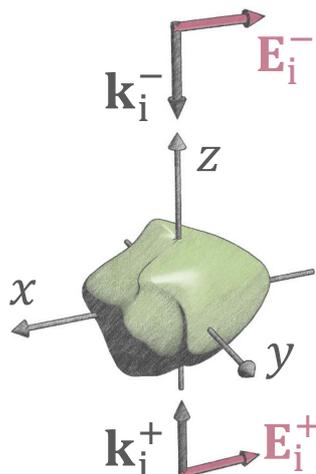


Рис. 5.1: Произвольный бианизотропный рассеиватель, облучённый двумя плоскими волнами с противоположных сторон. В данном случае $E_i^+ = E_i^- = E_i$.

В отличие от подхода, основанного на разложении на сферические гармоники [122,123] который требует знания рассеянных полей во всех точках на некоторой сфере, окружающей рассеиватель, метод на основе полей в дальней зоне позволяет определить все 36 компонент поляризуемостей путем измерения рассеянных полей только в 6 конкретных направлениях с использованием 6 конкретных конфигураций падающих волн. С другой стороны, для определения одной желаемой компоненты тензора поляризуемости рассеивателя, необходимо найти рассеянные поля только в двух направлениях для двух конфигураций падающей волны. Эта особенность значительно упрощает использование метода в компьютерном моделировании. Кроме того, дискретное и минимальное число направлений, в которых должны быть исследованы рассеянные поля, позволяет использовать этот метод также экспериментально.

Основная идея метода поиска поляризуемости на основе рассеянного поля в дальней зоне заключается в следующем. Чтобы определить одну определённую компоненту тензора поляризуемости произвольного бианизотропного рассеивателя (рассмотрим α_{ee}^{11} , где числовые индексы 1, 2, и 3 определяют проекции на оси x , y , и z , соответственно), он должен быть облучён двумя падающими плоскими волнами (что эквивалентно одной стоячей волне), например, как показано на Рис. 5.1. В соответствии с (3.21), компонента α_{ee}^{11} может быть выражена через индуцированные дипольные моменты в рассеивателе:

$$\alpha_{ee}^{11} = \frac{1}{2E_i}(p_1^+ + p_1^-), \quad (5.1)$$

где p_1^+ and p_1^- обозначают индуцированные электрические дипольные моменты (компоненты вдоль x) при возбуждении с помощью плоских волн, распространяющихся вдоль направлений $+z$ и $-z$, соответственно.

В предположении малого размера рассеивателя по сравнению с длиной волны индуцированные дипольные моменты можно выразить через рассеянные поля в дальней зоне

[14]:

$$\mathbf{E}_{sc} = \frac{k^2}{4\pi\epsilon_0 r_{sc}} e^{-jkr_{sc}} \left[(\mathbf{n}_{sc} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{n}_{sc} - \frac{1}{c\mu_0} \mathbf{n}_{sc} \times \mathbf{m} \right], \quad (5.2)$$

где \mathbf{n}_{sc} – единичный вектор в направлении наблюдения рассеянного поля и r_{sc} – расстояние между рассеивателем и точкой наблюдения. В рассматриваемом примере можно найти x компоненту электрического дипольного момента,

$$p_1^\pm = \frac{2\pi\epsilon_0 r_{sc} e^{jkr_{sc}}}{k^2} (+_z E_{sc1}^\pm + -_z E_{sc1}^\pm), \quad (5.3)$$

где $+_z E_{sc1}^-$ обозначает x -компонту рассеянного поля в направлении $+z$ если рассеиватель освещается падающей волной, распространяющейся в направлении $-z$. Рассеянные поля могут быть рассчитаны с использованием компьютерного моделирования или измерены в эксперименте. Путем объединения (5.1) и (5.3), можно вычислить компоненту поляризуемости α_{ee}^{11} рассеивателя. Аналогичным образом можно определить другие компоненты поляризуемостей.

Представленный метод поиска поляризуемостей является предметом Публикации 1 и применим к произвольным, электрически малым бианизотропным рассеивателям. Для более подробной информации о методе, а также его использовании для определения поляризуемостей двух бианизотропных рассеивателей (взаимного и невзаимного), читателю следует прочесть полный текст публикации.

5.2 Чисто бианизотропные рассеиватели

Как уже обсуждалось в параграфе 3.5, эффекты пространственной дисперсии первого (бианизотропия) и второго (искусственный магнетизм) порядков в среде могут быть усилены, проектируя определённым образом включения. Например, массивы киральных включений со сбалансированными электрическими и магнитными свойствами обладают одинаково сильными бианизотропными свойствами по сравнению с электрическими и магнитными (подробнее см. в параграфе 6.2.1). Кроме того, теоретически возможно создать метаматериал, бианизотропные свойства которого (непрямой поляризационный отклик) более выражены, чем электрические и магнитные [6] (прямой поляризационный отклик); см. также параграф 3.10. Хотя эти выводы относятся для композиционных материалов на макроскопическом уровне, они не обязательно применимы к отдельным включениям (на микро-уровне). Действительно, как видно из выражений (3.19) для малых концентраций включений, максимизированный непрямой поляризационный отклик среды ($\bar{\kappa} \neq 0$, $\bar{\epsilon}_s = \bar{\mu} = 0$) не означает, что включения в этой среде также проявляют максимальный непрямой отклик. Напротив, как следует из выражений, в этом случае в отдельных включениях существуют как прямой, так и непрямой отклики, и они могут быть одного порядка ($\bar{\alpha}_{ee} \neq 0$, $\bar{\alpha}_{mm} \neq 0$, $\bar{\alpha}_{em} \neq 0$). Таким образом, случай отдельных рассеивателей с максимизированным непрямым поляризационным откликом не является тривиальным и заслуживает отдельного исследования.

Некоторые фундаментальные ограничения на достижимые значения поляризуемостей отдельных рассеивателей хорошо известны. Во-первых, это ограничения вследствие времен-

ной симметрии, которые задаются принципом Онзагера-Казимира [см. (3.46)]. Во-вторых, для всех пассивных рассеивателей мнимая часть диады $\bar{\bar{\alpha}} - \bar{\bar{\alpha}}^\dagger$ является положительно определенной (см, например, [10]), где диада $\bar{\bar{\alpha}}$ образована четырьмя диадами поляризуемостей как

$$\bar{\bar{\alpha}} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{ee} & \bar{\alpha}_{em} \\ \bar{\alpha}_{me} & \bar{\alpha}_{mm} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

В-третьих, принцип причинности приводит к соотношениям Крамерса-Кронига для поляризуемости и правилу сумм [10].

Важно отметить, что классические ограничения на поляризуемости произвольного рассеивателя не предусматривают насколько сильными непрямыми поляризационными откликами могут быть по сравнению с прямыми. Предположим, что падающая волна возбуждает поляризацию в рассеивателе, которая описывается четырьмя главными скалярными компонентами α_{ee} , α_{mm} , α_{em} , и α_{me} (такое допущение применимо для ряда классических рассеивателей таких, как одноосные спирали, резонаторы в форме разомкнутых колец и омега-включения). Так как компоненты α_{em} и α_{me} связаны через (3.46), удобно описывать силу прямых и не прямых поляризационных откликов произведениями $\alpha_{ee}\alpha_{mm}$ и $\alpha_{em}\alpha_{me}$, соответственно. Следует отметить, что ограничение пассивности (из закона сохранения энергии) на мнимую часть диады $\bar{\bar{\alpha}} - \bar{\bar{\alpha}}^\dagger$ для случая скалярных поляризуемостей приводит к условию $\Im\{\alpha_{em}\alpha_{me}\} < \Im\{\alpha_{ee}\alpha_{mm}\}$ [46]. Тем не менее, вещественные части (или абсолютные значения) этих произведений не ограничены условиями пассивности.

Основываясь на уже известных результатах [46, 118, 129], можно ожидать, что эффекты не прямой поляризации не могут быть сильнее, чем для прямой. Например, в [129], следующее ограничение было приведено:

$$|\alpha_{em}\alpha_{me}| \leq |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|. \quad (5.5)$$

Тем не менее, это ограничение существует только в предположении, что рассеиватель может быть смоделирован как колебательный контур с одним резонансом. В таком рассеивателе оба индуцированные электрический и магнитный дипольные моменты образованы одним и тем же распределением тока и имеют почти такую же частотную дисперсию вблизи основного резонанса.

5.2.1 Научный вклад автора

Как было показано в Публикации 2, если рассеиватель обладает многорезонансным откликом (электрический и магнитный дипольные моменты резонируют на разных частотах и образованы разными распределениями тока), неравенство (5.5) в общем случае не выполняется. Чтобы максимизировать не прямой поляризационный и подавить прямой поляризационный отклик в рассеивателе, было предложено спроектировать нанодимер, состоящий из двух сфер с электрическими поляризуемостями противоположных знаков. Пример такого нанодимера показан на Рис. 5.2. Он состоит из двух близко расположенных, субволновых диэлектрических сфер с относительными диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 and ϵ_2 и равными радиусами.



Рис. 5.2: Иллюстрация нанодимера.

Несмотря на то, что димерные рассеиватели интенсивно изучались в прошлом (см., например, [130]), их применение к усилению бианизотропного (непрямого) отклика по сравнению с прямым, по-видимому, не было исследовано. Как правило, предыдущие работы были посвящены проектированию димеров, в которых при облучении падающей плоской волной электрический дипольный момент не возбуждается (например, для электромагнитной маскировки):

$$\mathbf{p} = \bar{\alpha}_{ee} \cdot \mathbf{E}_i + \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_i \approx 0. \quad (5.6)$$

Однако это условие сильно отличается от условия для минимизации прямого поляризационного отклика. Действительно, уравнение (5.6) подразумевает, что не прямой отклик должен быть того же порядка, что и прямой.

Термин «чисто бианизотропного рассеивателя» относится к уникальному случаю, когда магнитная поляризация рассеивателя генерируется преимущественно внешним электрическим полем и наоборот:

$$\mathbf{p} \approx \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_i, \quad \mathbf{m} \approx \bar{\alpha}_{me} \cdot \mathbf{E}_i. \quad (5.7)$$

Правильно выбирая материалы и размеры сфер в нанодимере, можно настроить электрические поляризуемости сфер иметь равные амплитуды, но противоположные знаки, что приводит к приблизительно нулевой электрической поляризуемости нанодимера ($\alpha_{ee} \approx 0$). С другой стороны, такая конфигурация противоположных электрических диполей образует электрический квадрупольный и магнитный дипольный моменты [последний, согласно (5.7), соответствует ненулевой не прямой поляризуемости α_{me}].

Важно отметить, что при облучении внешним магнитным полем в нанодимере согласно (5.7) индуцируется преимущественно электрический дипольный момент. Внешнее магнитное поле по закону Фарадея создает циркуляцию электрического поля вокруг центра димера. Из-за противоположных электрических поляризуемостей сфер, это циркулирующее внешнее электрическое поле возбуждает *нециркулирующие* электрические диполи, направленные в одном направлении. Поэтому магнитный отклик при возбуждении магнитным полем почти полностью подавлен, и рассеиватель излучает как электрический диполь (электрический квадрупольный момент также очень мал).

Воспользовавшись методом нахождения поляризуемостей, описанным в параграфе 5.1.1, были определены поляризуемости спроектированного нанодимера. В очень широком диапазоне частот магнито-электрическая поляризуемость (α_{me}) по крайней мере на один порядок превышает электрическую и магнитную (α_{ee} и α_{mm}). Это свидетельствует о том, что ограничение (5.5) в значительной степени (более чем в 27 раз) было преодолено. Уникальное свойство чистого бианизотропного отклика приводит к нескольким интересным последствиям.

Например, такой нанодимер имеет отклик (вдоль его оси) схожий с магнитоэлектрической сферой Керкера, у которой $\epsilon = \mu$ [131]. Для облучения вдоль оси, обратное рассеяние от нанодимера равно нулю для любой поляризации падающей волны. Кроме того, рассеянная волна вперёд всегда имеет ту же самую поляризацию, что и падающая волна. Еще одним интересным свойством чисто бианизотропных рассеивателей является преимущественно боковое рассеяние для конкретных облучений падающей волной. В этом случае рассеиватель излучает очень слабо вперед и назад, в то время как рассеяние по бокам относительно велико. Это свойство может найти важное применение в нанопотонике для настраивания оптических сил.

Следует отметить, что разработанный нанодимер можно использовать также как включение в различных метаповерхностях. Расположенный в двумерном или трехмерном периодическом массиве, нанодимер больше не проявляет чисто бианизотропный отклик из-за взаимодействия между элементами массива. Однако эффективные (коллективные) прямые поляризуемости $\overline{\overline{\alpha}}_{ee}$ и $\overline{\overline{\alpha}}_{mm}$ остаются все еще меньше, чем не прямые поляризуемости $\overline{\overline{\alpha}}_{em}$ и $\overline{\overline{\alpha}}_{me}$ (соотношения между эффективными и индивидуальными поляризуемостями для произвольных дипольных частиц были получены в [94]). Такая комбинация эффективных поляризуемостей уникальна и особенно необходима для метаповерхностей, для которых требуется, чтобы $|\widehat{\alpha}_{ee}\widehat{\alpha}_{mm}| \neq |\widehat{\alpha}_{em}\widehat{\alpha}_{me}|$. В частности, метаповерхность, сформированная из правильно настроенных нанодимеров, может асимметрично отражать падающее излучение с противоположных сторон с $+1$ и -1 коэффициентами отражения, имитируя электрическую и магнитную стенки в одном устройстве. Напротив, метаповерхность, состоящая из обычных проводных омега-включений, отражает падающее излучение с коэффициентами отражения $\pm j$ при облучении с противоположных сторон.

Результаты, изложенные в этом параграфе, а также дополнительные результаты для чисто бианизотропных димеров с размерами, сравнимыми с длиной волны, можно найти в Публикации 2.

Глава 6

Метаповерхности с пространственной дисперсией и их применения

Как обсуждалось выше, эффекты пространственной дисперсии играют важную роль в искусственных композиционных материалах. Используя правильно спроектированные металлические или диэлектрические включения, можно добиться магнитных свойств без каких-либо магнитных материалов. Более того, можно достичь различных бианизотропных эффектов, которые на несколько порядков сильнее, чем те, которые наблюдаются в природных материалах. Хотя первые сконструированные метаповерхности включали только электрически поляризованные элементы [100], вскоре стало понятно, что для расширения их возможностей необходимо также использовать включения, поляризуемые магнитным полем. Например, для создания слабоотражающих метаповерхностей, которые преобразуют волновой фронт прошедшей волны, необходимо обеспечить надлежащие магнитные поляризационные свойства их включений [132, 133] (см. также Параграф 4.6). Как видно из (4.12) и (4.13), а также из Таблицы 4.1, бианизотропные эффекты ещё больше расширяют функциональные возможности, доступные с помощью метаповерхностей. Как будет показано в параграфе 6.3.1, для некоторых важных применений требуется бианизотропия определенного типа. Данный раздел посвящен различным новым и уникальным применениям метаповерхностей с пространственной дисперсией. Очевидно, что описанные примеры не охватывают все возможные применения таких метаповерхностей.

6.1 Прозрачные вне резонанса градиентные отражатели

Отражатели – это естественные или искусственные структуры, которые полностью отражают падающее на них электромагнитное излучение определенной частоты в определенном направлении. Обычные зеркала, известные со времен зарождения первых цивилизаций, подчиняются простому закону отражения: угол отражения равен углу падения. Если поверхность зеркала может быть спроектирована так, чтобы фаза отражённой волны в каждой точке могла быть произвольно задана (градиентная поверхность), то направление потока отраженной энергии, а также волновой фронт, могут настраиваться [92]. Исследования в области антенн привели к созданию отражающих антенных решёток [134], однослойных массивов с любым желаемым распределением фазы отражения вдоль поверхности. Такие антенные решётки представляют собой обычные зеркала, с некоторыми дополнительными фазосдвигающими элементами, расположенными над сплошным металлическим листом.

Большинство известных отражателей, от микроволновых параболических антенн до оптических зеркал и дифракционных решеток, включают в себя металлическую заднюю поверхность (заземляющую плоскость). Такая поверхность является важным элементом, обес-

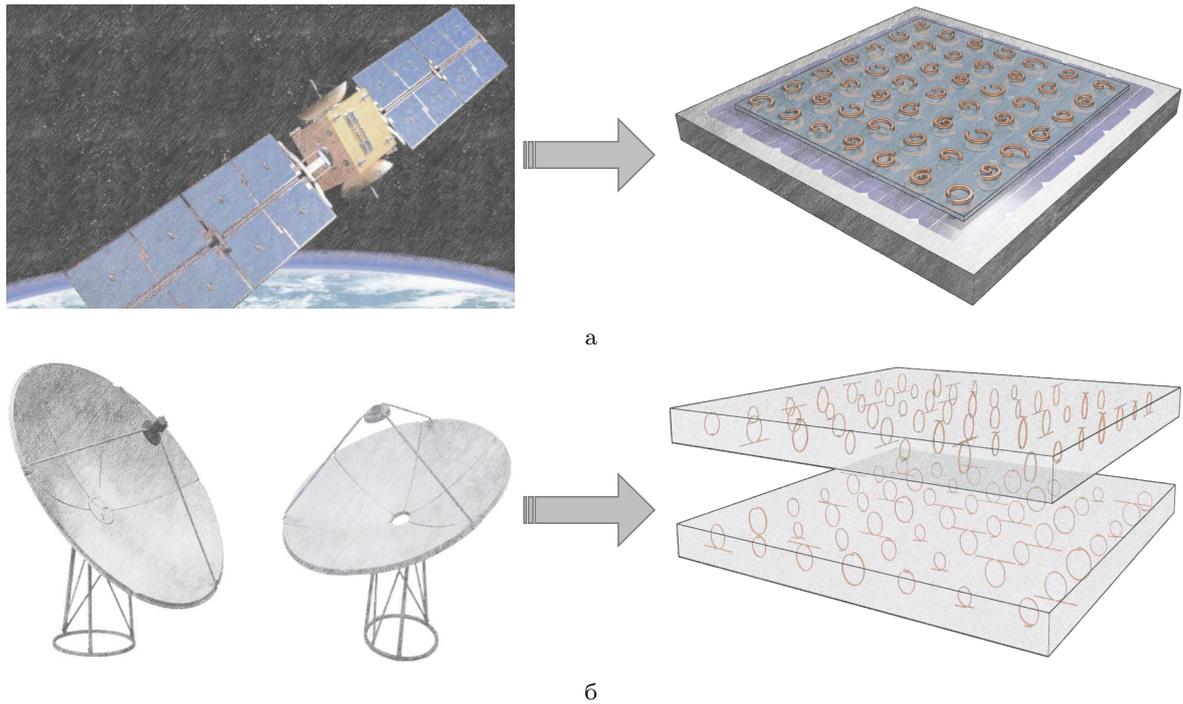


Рис. 6.1: Применение отражателей, не отбрасывающих тень (прозрачные вне резонанса). (а) Нанесение отражающей антенны поверх солнечной панели спутника. Антенна прозрачна для видимого света и не нарушает работу солнечной панели. (б) Каскадирование различных прозрачных отражателей. Каждый отражатель выполняет определенную функцию на определенной частоте и практически не взаимодействует с другими отражателями.

печивающим нулевое пропускание волн и высокий уровень отражения. С другой стороны, металлическая заземляющая поверхность не пропускает все практически важные частоты падающего излучения (создавая «тень» от устройства). Можно представить несколько уникальных устройств, которые стали бы возможны, спроектировав отражатели, которые являются прозрачными вне резонанса. Работая как отражатели на микроволнах и оставаясь практически прозрачными для инфракрасного и видимого излучения, они имеют большой потенциал для использования в качестве новых антенн, в частности для спутников и радиоастрономии. Например, такой отражатель может работать как большая параболическая тарелка (антенна) на радиоволнах, будучи установленной поверх солнечных панелей на спутнике, не нарушая при этом функциональность последней [см. Рис. 6.1а]. Такое компактное решение экономит место на космическом аппарате. В радиоастрономии, а также в спутниковых технологиях, с использованием отражателей прозрачных вне их резонанса становится возможной реализация многочастотных многолучевых антенн. Этого можно достичь, каскадируя разные отражатели, каждый из которых настроен на определённый отклик на конкретной частоте [см. Рис. 6.1б].

Очевидно, что такие прозрачные вне резонанса градиентные отражатели обладают электромагнитными свойствами, которых нельзя достичь в натуральных материалах, и поэтому их реализация требует использования метаматериалов или метаповерхностей. За последние несколько лет наблюдался значительный рост развития градиентных метаповерхностей, способных изменять волновой фронт отраженных и прошедших волн. Однако, в то время

как метаповерхности, меняющие волновой фронт в прохождении [92, 132, 133], обычно состоят из субволновых включений и являются прозрачными (в некоторой степени) за пределами рабочей полосы частот, большинство известных метаповерхностей, работающих в отражении, имеют металлическую заземляющую подложку, отражая все частоты падающего на них излучения, см например, [135–137].

6.1.1 Научный вклад автора

Для того, чтобы отражатель был прозрачен вне резонанса, он не должен включать в себя заземляющую поверхность. Полное отражение на резонансе (рабочей частоте) достигается за счёт двумерного массива субволновых резонансных метаатомов. Из-за субволновых расстояний между смежными включениями их индуцированные дипольные моменты (дискретный массив таких дипольных моментов) могут быть описаны как сплошной лист электрических и магнитных токов. Благодаря настройке геометрии включений, можно изменять распределение эффективных токов и получать желаемые отражающие свойства метаповерхности. Чтобы управлять волновым фронтом отражения, включения в массиве должны быть спроектированы таким образом, чтобы они переизлучали волны в обратном направлении с разными фазами $\mathbf{E}_b = e^{j\Phi_r(x)}\mathbf{E}_i$ (изменяющимися вдоль координаты x), в то время как в прямом направлении они должны рассеивать волны с одинаковой фазой, противоположной фазе падающей плоской волны $\mathbf{E}_f = -\mathbf{E}_i$ (для деструктивной интерференции, чтобы прошедшая за метаповерхность волна была с нулевой амплитудой). Эта особенность асимметричного рассеяния является отличительной по сравнению с другими отражателями, использующими заземляющую плоскость [135–137]. На Рис. 6.2 показано свойство асимметричного рассеяния на примере градиентной метаповерхности с линейной вариацией фазы отражения вдоль координаты x . В этом примере метаповерхность отражает нормально падающие плоские волны под углом 45° .

Рассмотрим все возможные варианты реализации отражателя прозрачного вне резонанса с использованием общих взаимных бианизотропных метаповерхностей. Предполагая, что метаповерхность локально однородна (каждый элемент метаповерхности спроектирован в предположении, будто он расположен в однородном периодическом массиве таких же элементов), можно записать рассеянные локальные поля от метаповерхности. В соответствии с (4.8) и (4.10), электрические поля рассеянных плоских волн в обратном \mathbf{E}_b и прямом \mathbf{E}_f направлениях задаются формулами

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_b &= -\frac{j\omega}{2S} \left(\eta \hat{\alpha}_{ee}^{co} + 2\hat{\alpha}_{em}^{cr} - \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{co} \right) \mathbf{E}_i, \\ \mathbf{E}_f &= -\frac{j\omega}{2S} \left(\eta \hat{\alpha}_{ee}^{co} + \frac{1}{\eta} \hat{\alpha}_{mm}^{co} \right) \mathbf{E}_i.\end{aligned}\tag{6.1}$$

В данном случае метаповерхность поляризуется только при облучении её волнами одной конкретной поляризации. Как видно из уравнений, асимметричные свойства рассеяния в обратном и прямом направлениях не могут быть выполнены, если включения метаповерхности обладают исключительно электрическим или магнитным откликом (т.е. без бианизотропии). Следует отметить, что, в принципе, асимметричное рассеяние может быть получено

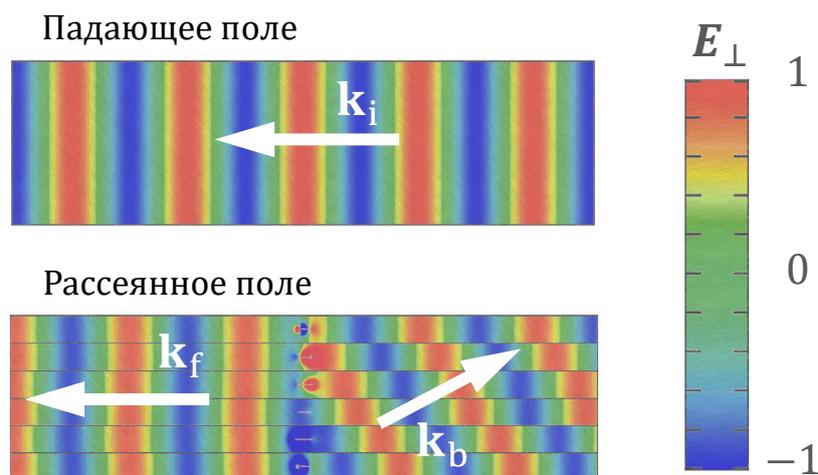


Рис. 6.2: Распределение поля падающей волны, а также волн, рассеянных от градиентной метаповерхности. Метаповерхность отражает нормально падающее излучение под углом 45° . Волны, рассеянные в прямом направлении каждым включением, имеют одинаковые фазы, которые противоположны фазе падающей волны, что приводит к нулевому пропусканию. В обратном направлении включения излучают волны с дискретными фазовыми сдвигами от 0 до $5\pi/3$, что приводит к аномальному отражению.

с массивом анизотропных включений с нулевой $\hat{\alpha}_{em}^{cr}$ и ненулевыми $\hat{\alpha}_{ee}^{co}$ и $\hat{\alpha}_{mm}^{co}$, т.е. с простыми электрическими и магнитными диполями. Однако конструирование такого массива становится очень сложным, так как включения этих двух типов должны работать в метаповерхности не на резонансе [58] и настраиваться индивидуально и при этом очень аккуратно, принимая во внимание их сложное взаимодействие в массиве. Эти трудности можно преодолеть, используя включения с сильной бианизотропной поляризуемостью омега-типа $\hat{\alpha}_{em}^{cr} \neq 0$. Такие включения на резонансе могут создавать одинаковые рассеянные вперед поля ($\mathbf{E}_f = \text{const}$) и при этом рассеивать в обратном направлении поля с разной фазой из-за различной поляризуемости $\hat{\alpha}_{em}^{cr}$.

В Публикации 3 читатель может ознакомиться с деталями проектирования градиентных отражающих метаповерхностей, а также экспериментальными результатами. Оптическая реализация прозрачных вне резонанса отражателей представлена в Публикации 4.

6.2 “Невидимые” поглотители

Полное поглощение электромагнитного излучения требует исключения всех путей для распространения волн: отражения, пропускания и рассеяния (например, рассеяние в бок). Известно, что падающее электромагнитное излучение может быть почти полностью поглощено в тонких слоях, но только в узкой полосе частот [138, 139]. Максимальная ширина полосы поглощения любого пассивного слоя подчиняется фундаментальному ограничению (как следует из принципа причинности) и пропорциональна толщине этого слоя [140]. С другой стороны, по-видимому, до сих пор не было выявлено, что подобного ограничения на ширину частотного диапазона, в котором *отражение* от тонкого резонансного поглощающего слоя можно сделать пренебрежимо малым, не существует. Теоретически не запрещено

создание такого тонкого слоя, который полностью поглощал бы падающее излучение в узкой полосе частот, и при этом пропускал бы все другие частоты, тем самым не создавая отражений вообще (это утверждение допустимо внутри полосы, в которой слой остается электрически тонким и включения, образующие поглотитель, имеют электрически малые размеры). Существование такой тонкой структуры не противоречит известным фундаментальным ограничениям. Очевидно, что проектирование такого резонансного поглотителя, прозрачного вне полосы поглощения, может найти множество различных применений, например, в ультратонких фильтрах для захвата волн, избирательных многочастотных болометрах и датчиках. Этот резонансный поглотитель, оставаясь «невидимым» для облучения с обеих сторон, действует как полосно-заграждающий фильтр в прохождении.

На самом деле, большинство известных тонких поглотителей содержат заземляющую металлическую плоскость (зеркало) за поглощающим слоем (например, [138, 139]). Это зеркало, очевидно, приводит к практически полному отражению падающих волн вне полосы поглощения. Хотя это свойство имеет решающее значение для некоторых приложений, оно не позволяет проектировать резонансные поглотители, которые прозрачны вне резонанса. Использование заземляющей плоскости можно избежать в поглотителях на основе массивов субволновых элементов Гюйгенса (в метаповерхностях Гюйгенса, см. параграф 4.5), которые обладают необходимым уровнем диссипативных потерь. Такие элементы Гюйгенса рассеивают вторичные волны только в прямом направлении (без отражения), которые деструктивно интерферируют с падающей волной, приводя к нулевому прохождению. Некоторые включения Гюйгенса были предложены в статьях [131, 141, 142]. Впоследствии включения Гюйгенса различной геометрии использовались в качестве элементов решётки в метаповерхностях для управления волновым фронтом в прохождении [132, 133, 143]. В последнее время было предложено несколько реализаций поглотителей на основе двуслойных массивов металлических полосок разделённых слоем диэлектрика (см., например, [144, 145]). Однако во всех этих структурах баланс Гюйгенса между электрическими и магнитными поляризуемостями (который необходим для нулевого отражения) имеет место только на узкочастотной полосе, для которой размеры включений были оптимизированы. Вне этой полосы появляются отражения из-за преобладающего возбуждения электрической моды либо магнитной моды. На Рис. 6.3а представлен этот случай, где построена электрическая и магнитная поляризуемости отдельных включений таких типичных поглотителей в зависимости от частоты. В данном случае поляризуемость моделируется с использованием обычной модели дисперсии Лоренца, которая вблизи резонанса качественно описывает электрические и магнитные дипольные отклики включений произвольной формы. Отражения, возникающих вне резонанса, являются следствием того, что различные резонансные моды имеют разную частотную дисперсию. Таким образом, в этом случае невозможно реализовать резонансный поглотитель, который не отражает в широком диапазоне частот.

6.2.1 Научный вклад автора

Чтобы обеспечить баланс Гюйгенса между электрическим и магнитным дипольными моментами, индуцированными в метаповерхности в широком диапазоне частот (чтобы убрать отражение), можно использовать включения, сконструированные таким образом, чтобы

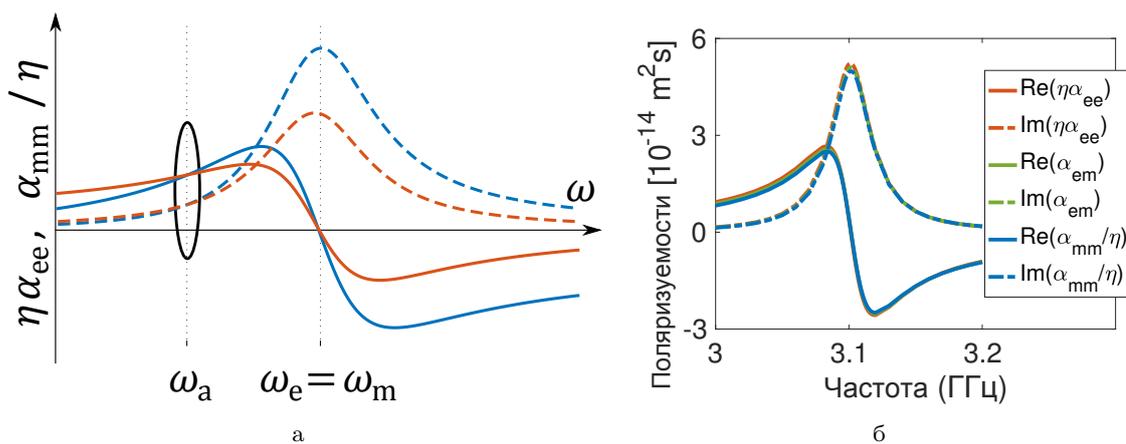


Рис. 6.3: (а) Иллюстрация режима поглощения в метаповерхности с элементарными ячейками, содержащими электрически и магнитополяризуемые включения, резонирующие на одной и той же частоте $\omega_e = \omega_m$ и имеющие разную частотную дисперсию. Красные и синие линии изображают, соответственно, нормированные электрическую и магнитную поляризуемости. Сплошные и пунктирные линии изображают вещественную и мнимую части поляризуемости соответственно. Частота, на которой наблюдается режим полного поглощения обозначена как ω_a . Более подробная информация о параметрах расчета дисперсионной модели Лоренца приведена в Публикации 5. (б) Индивидуальные нормированные поляризуемости спроектированных двухвитковых спиральных включений. Частотные дисперсии всех поляризуемостей почти одинаковы в широком частотном диапазоне.

их обе электрическая и магнитная поляризации образовывались за счёт одного и того же распределения (моды) тока. Для этого необходимо, чтобы при этой моде тока возбуждались как электрические, так и магнитные моменты, которые могли бы быть настроены на желаемый баланс. Такие свойства присущи бианизотропным элементам, таким как киральные или омега-включения, состоящие из одной изогнутой металлической проволоки. Таким образом, наличие эффектов пространственной дисперсии в метаповерхности важно для реализации «невидимых» поглотителей. Из выражений (4.12) и (4.13), однако, следует, что полное поглощение (с обеих сторон) в метаповерхности с одноосной симметрией ($\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t = 0$) может выполняться, только если все бианизотропные эффекты отсутствуют. Чтобы разрешить это противоречие, можно использовать бианизотропные включения, но распределять их в массиве так, чтобы бианизотропия компенсировалась на уровне элементарной ячейки. Такой сценарий имеет место в массиве чередующихся бианизотропных включений двух сортов, которые отличаются только знаком параметра электро-магнитной связи (рацемическая решетка). Вследствие комбинирования включений разных сортов, общая бианизотропия скомпенсирована. На Рис. 6.4 представлен пример метаповерхности, которая состоит из бианизотропных резонансных включений (гладких киральных спиралей) с противоположным параметром киральности и сбалансированными электрическими и магнитными откликами. Сбалансированные свойства можно обеспечить простой настройкой размеров спирали. Времена затухания в модели Лоренца для электрической и магнитной поляризуемостей спирали идентичны, поскольку обе поляризуемости зависят от *суммы* сопротивлений на излучение электрического и магнитного диполей, возбуждаемых в спирали [118]. Таким образом, электрическая и магнитная поляризуемости включений имеют

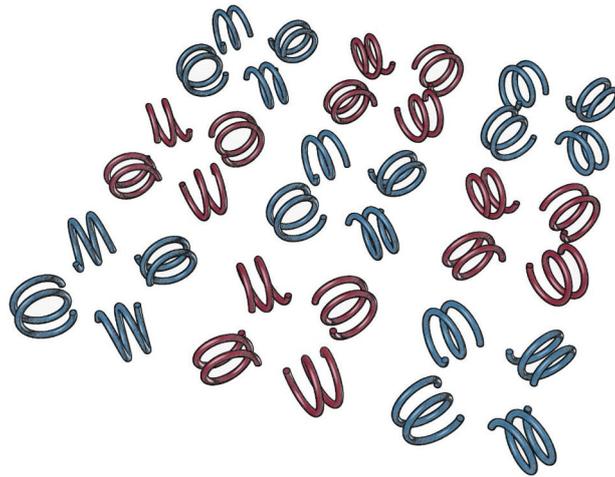


Рис. 6.4: Расположение двухвитковых спиральных включений в массиве. Синие и красные цвета обозначают соответственно право- и левовитковые спирали.

почти одинаковые частотные дисперсии, и предлагаемый массив включений работает как поверхность Гюйгенса в очень широком диапазоне частот (верхняя граница – это частота, на которой в спирали происходит резонанс более высокого порядка). Поляризуемости индивидуальных спиралей (определённые с использованием метода, описанного в Публикации 1) изображены на Рис. 6.3б. Ненулевая электромагнитная поляризуемость α_{em} одной спирали компенсируется в массиве лево- и правовитковых спиралей. Режим полного поглощения происходит в метаповерхности при надлежащем уровне диссипативных потерь в спиральных включениях (спирали выполнены из определенного сплава нихрома).

Более подробно с теоретическим и экспериментальным описанием «невидимых» поглощающих метаповерхностей можно ознакомиться в Публикации 5.

6.3 Точное проектирование метаповерхностей для управления волновым фронтом

Контроль распространения электромагнитных волн является ключевым аспектом оптики. Геометрическая оптика включает широкий спектр инструментов для управления волнами, такие как линзы и волновые пластины. Однако для многих применений плоские оптические компоненты, которые работают на основе дифракции, более предпочтительны. Проектирование высокоэффективных приборов является нетривиальной задачей и требует соответствующих аналитических и численных методов. Для простейшего сценария отражения, при котором падающая плоская волна должна быть дифрагирована в желаемом направлении, высокая эффективность может быть достигнута с помощью избирательных дифракционных решеток [106]. Как правило, они состоят из канавок, прорезанных на металлической поверхности, и обеспечивают до 80%–99,6% эффективности отражения в $n = -1$ дифракционную моду (конфигурация Литроу), которая направлена в сторону падения (обратное отражение или ретро-отражение) [108]. При этом дифракция с высокой эффективностью в случае, когда падающий и аномально отраженный лучи разделены углом близким к 90° ,

не была получена.

Метаповерхности могут придавать падающему лучу произвольный фазовый профиль, что может быть использовано в различных устройствах (например, голограммы, сложные линзы, разделители пучков и т. д.). Планарные метаповерхности могут быть изготовлены в рамках стандартной микроэлектроники. Это является преимуществом по сравнению с обычными дифракционными решетками с канавками, для которых требуются более сложные производственные процессы [146]. Тем не менее, недавно было доказано [96, 110, 147], что традиционные метаповерхности могут работать эффективно только для случаев, когда падающий и отраженный пучки разделены на угол, не превышающий 45° . Для больших угловых разделений появляются неизбежные паразитные отражения в нежелательных направлениях, что снижает эффективность метаповерхности. Этот недостаток связан с методом, используемым для проектирования метаповерхности. Согласно методу метаповерхности аппроксимируется как локально однородная. Градиентные отражающие метаповерхности, рассмотренные в параграфе 6.1.1, были также разработаны с помощью этого метода (для обеспечения высокой эффективности угол между падающей и отраженной волнами был выбран равным 45°).

Аналогичным образом, известные структуры для управления волновым фронтом в режиме прохождения, такие как избирательные дифракционные решетки [148] и метаповерхности [132, 133], также подвержены паразитным отражениям, особенно для высоких углов разделения между падающим и преломленным лучами. Таким образом, существует большая потребность в поиске методологии проектирования градиентных метаповерхностей, способных с высокой эффективностью управлять волновыми фронтами отраженных и прошедших волн. Основным предметом данного параграфа является *точный* метод проектирования таких метаповерхностей. Предполагается, что метаповерхность облучается некоторой плоской волной и сконструирована таким образом, чтобы вся энергия отражалась (или преломлялась) как плоская волна под заданным углом.

Рассмотрим сначала традиционный подход для проектирования отражающих дифракционных решеток на основе метаповерхностей (градиентных отражателей). Данный подход подразумевает, что локальный коэффициент отражения $r_1(x)$ (соотношение между тангенциальными составляющими отраженного и падающего электрических полей в определенной точке на метаповерхности, определяемое координатой x) равен единице по амплитуде в каждой точке, а его фаза изменяется линейно как функция от x [92, 135]

$$r_1(x) = 1 \cdot e^{jk_0(\sin \theta_i - \sin \theta_r)x} = e^{j\Phi_r(x)}, \quad (6.2)$$

где θ_i и θ_r – углы падения и отражения, отсчитываемые от нормали к поверхности, а Φ_r – фаза локального коэффициента отражения. В данном случае предполагается, что падающая волна имеет ТЕ поляризацию, как показано на Рис. 6.5а. Далее, в традиционном подходе используется приближение локально однородной поверхности (в субволновом масштабе). Оно означает, что каждая суб-ячейка метаповерхности (часть элементарной ячейки) сконструирована в предположении, что она расположена в *однородном* периодическом массиве одинаковых суб-ячеек. Такой однородный массив может генерировать только зеркальное

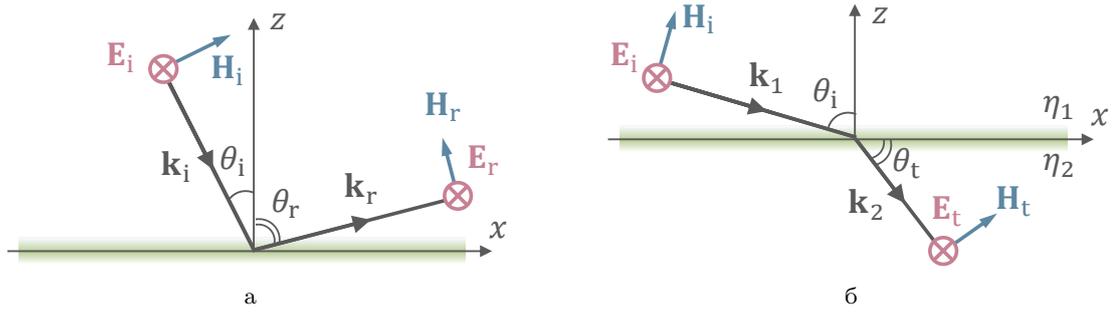


Рис. 6.5: Иллюстрация градиентных метаповерхностей для (а) аномального отражения и (б) аномального преломления.

отражение. Поэтому полные тангенциальные поля E_{tan} и H_{tan} на поверхности этого однородного массива задаются выражениями

$$\begin{aligned} E_{\text{tan}} &= E_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} + E_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}, \\ H_{\text{tan}} &= 1/\eta_0 (E_i \cos \theta_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} - E_r \cos \theta_i e^{-jk_0 \sin \theta_r x}). \end{aligned} \quad (6.3)$$

После проектирования каждой суб-ячейки в таком предположении строится окончательная неоднородная метаповерхность. Поверхностный импеданс Z_s такой метаповерхности определяется как $\mathbf{E}_{\text{tan}} = Z_s \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan}}$ (\mathbf{n} является нормальным вектором к метаповерхности, направленным в сторону источника), и его можно записать

$$Z_s = j \frac{\eta_0}{\cos \theta_i} \cot[\Phi_r(x)/2]. \quad (6.4)$$

В данном случае, было учтено, что локальный коэффициент отражения равен единице в каждой точке, т.е. $E_r = E_i$. Этот импеданс является мнимым во всех точках x и, следовательно, может быть реализован с использованием пассивных структур без потерь. Вычисляя локальный коэффициент отражения от импедансной поверхности как $r_1 = (Z_s - \eta_0)/(Z_s + \eta_0)$, можно удовлетворить выражению (6.2). Амплитуда коэффициента отражения равна единице всюду, а фаза изменяется на 2π за каждый период $D_x = \lambda/|\sin \theta_i - \sin \theta_r|$. Хотя в таком сценарии обеспечиваются требуемые изменения фазы, согласование импедансов падающей и отраженной волн не учитывается, что и приводит к паразитным отражениям. Без надлежащего понимания физических свойств метаповерхностей для управления волновым фронтом отраженных и прошедших волн невозможно создание 100%-эффективных структур с требуемыми свойствами.

6.3.1 Научный вклад автора

Случай аномального отражения

Можно рассчитать уровень паразитных отражений, возникающих из-за рассогласования между волновыми импедансами падающей и отраженной волн. В соответствии с (6.3), метаповерхность проектируется с учетом того, что импедансы падающей Z_i и отраженной Z_r волн равны $\eta_0/\cos \theta_i$. Однако для идеального аномального отражения (под углом θ_r),

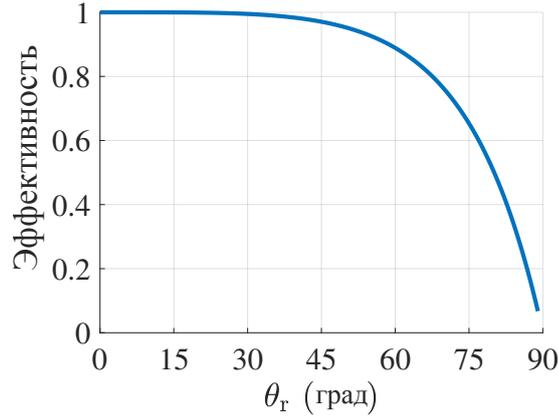


Рис. 6.6: Теоретический предел эффективности традиционных отражающих дифракционных решеток на основе метаповерхностей в случае нулевого угла падения $\theta_i = 0^\circ$.

полные поля на метаповерхности должны равнятьсяся

$$\begin{aligned} E_{\text{tan}} &= E_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} + E_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}, \\ H_{\text{tan}} &= 1/\eta_0 (E_i \cos \theta_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} - E_r \cos \theta_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}), \end{aligned} \quad (6.5)$$

а импедансы соответствующих волн $Z_i = \eta_0 / \cos \theta_i$ и $Z_r = \eta_0 / \cos \theta_r$. Очевидно, что традиционный подход проектирования градиентных метаповерхностей не обеспечивает высокой эффективности: метаповерхности проектируются без учёта рассогласования сопротивлений входа (падающей плоской волной) и выхода (отраженной плоской волной). Это рассогласование неизбежно приводит к паразитным отражениям (зеркальное отражение и отражение в другие дифракционные моды). В этом случае количество энергии, отраженной в желаемом θ_r направлении, нормированное на падающую энергию (эффективность метаповерхности), можно легко вычислить как

$$\zeta = 1 - \left(\frac{Z_r - Z_i}{Z_r + Z_i} \right)^2 = \frac{4 \cos \theta_i \cos \theta_r}{(\cos \theta_i + \cos \theta_r)^2}. \quad (6.6)$$

Это выражение для эффективности применимо только для дифракционных решеток на основе метаповерхностей без потерь. На Рисунке 6.6 показана максимально достижимая эффективность традиционных метаповерхностей, вычисленная из (6.6), для случая угла падения равного $\theta_i = 0^\circ$. Следует отметить, что дифракционные решетки на основе метаповерхностей, предложенные в Публикациях 3 and 4, были разработаны на основе традиционного подхода, и их эффективность также ограничена выражением(6.6).

Для того, чтобы преодолеть теоретический предел (6.6) на эффективность аномального отражения, следует рассмотреть правильное граничное условие на метаповерхности (6.5). В этом случае требуемый поверхностный импеданс $Z_s = E_{\text{tan}}/H_{\text{tan}}$ может быть записан как

$$Z_s = \frac{\eta_0}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_r}} \frac{\sqrt{\cos \theta_r} + \sqrt{\cos \theta_i} e^{j\Phi_r(x)}}{\sqrt{\cos \theta_i} - \sqrt{\cos \theta_r} e^{j\Phi_r(x)}}. \quad (6.7)$$

Такое же выражение было независимо получено в [147]. Интересно, что этот импеданс яв-

ляется комплексным числом, что означает, что в некоторых областях метаповерхности z -компонента полного вектора Пойнтинга (нормального к поверхности) должна быть положительной, а в других областях – отрицательной. Такое же фундаментальное свойство было обнаружено ранее в отражающих дифракционных решетках [149]. Следует подчеркнуть, что такое поведение вектора Пойнтинга не означает, что метаповерхность не может быть пассивной и без потерь. Напротив, правильно настроенная метаповерхность с *сильно нелокальным* откликом (сильная пространственная дисперсия) может имитировать такой поверхностный импеданс: мощность, которая падает на поверхность в областях, где должны имитироваться потери, не поглощается, а переизлучается из областей, где должен имитироваться активный отклик. Этот результат был впервые опубликован в Публикации 6. Аналогичный вывод был независимо предложен авторами статьи [110], которые предложили теоретическую реализацию градиентного отражателя в виде бианизотропной метаповерхности, в которой генерируются две затухающие волны на стороне, противоположной облучению. Интерференция этих двух затухающих волн позволяет достичь требуемых колебаний вектора Пойнтинга без использования активных элементов. Другое решение для реализации аномального отражения с единичной эффективностью было предложено на основе бианизотропных метаповерхностей с одним рассеивателем в элементарной ячейке [150].

Вероятно, первая практическая реализация градиентного отражателя, способного дифрагировать падающие волны под произвольным углом со 100%-ной эффективностью, была представлена в работе [96]. Необходимый комплексный поверхностный импеданс, продиктованный (6.7), был реализован на микроволнах с использованием антенных решёток с вытекающими волнами. Спроектированная решётка (метаповерхность) представляет собой массив металлических полосок различной длины, расположенных на заземленной диэлектрической подложке. Падающая на метаповерхность волна преобразуется в поверхностную волну, распространяющуюся вдоль границы раздела, которая, в свою очередь, благодаря правильной фазовой настройке, преобразуется в плоскую отраженную волну, излучаемую метаповерхностью под заданным углом. Естественно, такая метаповерхность не может быть охарактеризована локальными параметрами и обладает сильной пространственной дисперсией. Проектирование и реализация метаповерхности с вытекающими волнами, работающей в ближнем инфракрасном диапазоне частот, приведены в Публикации 7. Теоретически, идеальное аномальное отражение может быть получено также в метаповерхностях без заземленной подложки (подобных метаповерхностям в Публикациях 3 и 4). Однако в этом случае необходимо возбуждение правильно подобранных затухающих полей на метаповерхности.

Для практической реализации дифракционных решеток на основе метаповерхностей рабочий диапазон частот является важным фактором. Следует отметить, что ширина этого диапазона определяется не только резонансными свойствами включений метаповерхностей, но и градиентом фазы дифракционной решетки. Рабочий диапазон дифракционных решеток, построенных на основе нелинейного градиента с импедансом (6.7) меньше, чем у традиционных решеток с импедансом (6.4) [96]. Кроме того, ожидается, что дифракционные решетки, предназначенные для более наклонных углов отражения, обладают более узким рабочим диапазоном из-за более сильного нелокального отклика.

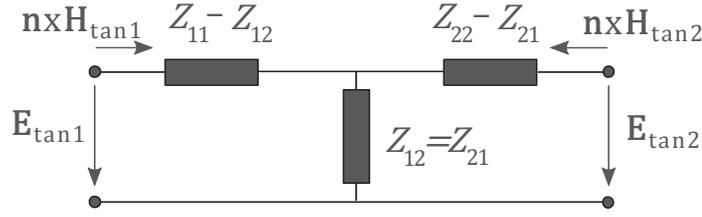


Рис. 6.7: Эквивалентная T -схема взаимной метаповерхности для рассматриваемого случая ТЕ поляризации.

Случай аномального преломления

Аналогично случаю отражения, метаповерхности для управления волновым фронтом в прохождении, спроектированные в предположении локально однородной поверхности [92, 132, 133], также страдают от паразитного переноса энергии в нежелательные дифракционные гармоники. Теоретический предел эффективности в этом случае такой же как (6.6), где θ_r следует заменить на θ_t [151].

Рассмотрим метаповерхность, дифрагирующую падающую плоскую волну из среды 1 (с волновым числом k_1 и вектором электрического поля \mathbf{E}_i) в единственную преломленную (прошедшую) плоскую волну в среду 2 (с волновым числом k_2 и вектором электрического поля \mathbf{E}_t). Геометрия задачи показана на Рис. 6.5б. Тангенциальные поля на облучённой стороне \mathbf{E}_{tan1} и \mathbf{H}_{tan1} и на противоположной стороне \mathbf{E}_{tan2} и \mathbf{H}_{tan2} (при $z = 0$) можно записать как

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{tan1}} &= \mathbf{E}_i e^{-jk_1 \sin \theta_i x}, & \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan1}} &= \mathbf{E}_i \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i x}, \\ \mathbf{E}_{\text{tan2}} &= \mathbf{E}_t e^{-jk_2 \sin \theta_t x}, & \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan2}} &= \mathbf{E}_t \frac{1}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-jk_2 \sin \theta_t x}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

где η_1 и η_2 – волновые импедансы сред 1 и 2, соответственно.

Закон сохранения энергии накладывает требование непрерывности (при переходе раздела сред) нормальной составляющей полного вектора Пойнтинга в каждой точке метаповерхности

$$\frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{\text{tan1}} \times \mathbf{H}_{\text{tan1}}^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{\text{tan2}} \times \mathbf{H}_{\text{tan2}}^*), \quad (6.9)$$

что приводит к следующему соотношению для амплитуд электрического поля в двух средах:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_i \sqrt{\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_t}} \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}}. \quad (6.10)$$

Чтобы понять требуемые физические свойства метаповерхности, опишем её, используя эквивалентную T -образную схему, показанную на Рис. 6.7. Тангенциальные поля на обеих границах раздела связаны с Z -параметрами схемы следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{tan1}} &= Z_{11} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan1}} + Z_{12} (-\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan2}}), \\ \mathbf{E}_{\text{tan2}} &= Z_{21} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan1}} + Z_{22} (-\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{tan2}}). \end{aligned} \quad (6.11)$$

Требую, чтобы все Z -параметры были чисто мнимыми $Z_{ij} = jX_{ij}$ (метаповерхность без потерь), и подставляя значения полей из (6.8) и (6.10) в (6.11), можно получить следующие уравнения для X -параметров:

$$\begin{aligned} X_{11} &= \frac{\eta_1}{\cos \theta_1} \cot \Phi_t(x), & X_{22} &= \frac{\eta_2}{\cos \theta_t} \cot \Phi_t(x), \\ X_{12} = X_{21} &= \frac{\sqrt{\eta_1 \eta_2}}{\sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_t}} \frac{1}{\sin \Phi_t(x)}, \end{aligned} \quad (6.12)$$

где $\Phi_t(x) = k_1 \sin \theta_1 x - k_2 \sin \theta_t x$. Формулы (6.12) полностью согласуются с результатами статьи [109], которые были получены с использованием подхода обобщенной матрицы рассеяния.

Зная Z -параметры метаповерхности, можно определить подходящую геометрию её включений. Метаповерхность, смоделированная с помощью (6.12), является взаимной, т.к. $X_{12} = X_{21}$. Необходимые физические свойства таких метаповерхностей можно извлечь из соответствующей эквивалентной T -образной схемы, показанной на Рис. 6.7. Схема несимметричная, поскольку $X_{11} \neq X_{22}$ (что эквивалентно $Z_{11} \neq Z_{22}$). Такая Z -матрица может быть реализована *только* с помощью бианизотропной метаповерхности омега-типа (слабая пространственная дисперсия), см. обсуждение в [152, 153]. Возможные дизайнерские решения включают в себя массивы Ω -образных включений, массивы разомкнутых колец, двойные массивы полосок (полоски на противоположных сторонах подложки должны быть разными, чтобы обеспечить надлежащую магнито-электрическую связь) и т. д. Вероятно первая экспериментальная реализация случая идеального преломления с метаповерхностью была опубликована в работах [154, 155]. В обеих работах метаповерхность состояла из включений с омега-бианизотропной связью.

Глава 7

Выводы

Данная диссертация посвящена важной области прикладного электромагнетизма: метаповерхностям с пространственной дисперсией. Этот предмет объединяет такие области физики, как метаматериалы, бианизотропные среды, а также, антенные и дифракционные решетки. Из-за междисциплинарного характера предмета исследований явления и устройства, основанные на нём, могут иметь значительные применения для прикладных наук от микроволн до оптических частот (более того, для всех волновых процессов, то есть механических, акустических, квантовых и т. д.). Частотно-избирательные метаповерхности, предложенные в Публикациях 3 и 5, имеют явный потенциал для различных применений в области телекоммуникаций и космической промышленности. Ожидается, что такие метаповерхности могут быть спроектированы также для изготовления с использованием стандартных технологий, подходящих для массового производства. Метаповерхности могут быть каскадированы одна за одной, заменяя целые комплексы различных обычных антенн.

Результаты, представленные в Публикациях 6 и 7, являются лишь первыми необходимыми шагами для реализации поверхностей для общего управления волновым фронтом. Хотя представленный в данной диссертации подход для проектирования градиентных метаповерхностей был применен к простейшему сценарию (преобразование одной плоской волны в другую плоскую волну), он может быть в дальнейшем расширен для случаев со сложными волновыми преобразованиями: фокусирующие линзы, светоделители, фильтры, голограммы и т. д. Благодаря максимально возможной эффективности (100% при отсутствии потерь в структуре), такие новые структуры будут превосходить традиционные аналоги. Интересно, что наличие эффектов пространственной дисперсии в этих структурах является необходимым условием.

В заключение важно отметить, что предмет метаповерхностей с пространственной дисперсией не ограничивается исследованиями, проведенными в настоящей диссертации. К настоящему моменту остаётся много, что ещё нужно сделать. Последнее утверждение всегда верно в этом захватывающем и таинственном мире, мире Физики.

Литература

- [1] D. R. Smith and N. Kroll, “Negative refractive index in left-handed materials,” *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 2933–2936, Oct. 2000.
- [2] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction,” *Science*, vol. 292, pp. 77–79, Apr. 2001.
- [3] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Piscataway: John Wiley & Sons, IEEE Press, 2006.
- [4] F. Capolino, *Metamaterials Handbook*. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [5] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, “Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies,” *Science*, vol. 314, pp. 977–980, Nov. 2006.
- [6] S. Tretyakov, I. Nefedov, A. Sihvola, S. Maslovski, and C. Simovski, “Waves and energy in chiral nihility,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 17, pp. 695–706, Jan. 2003.
- [7] Y. Ra’di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, “Nihility in non-reciprocal bianisotropic media,” *EPJ Applied Metamaterials*, vol. 2, p. 6, 2015.
- [8] M. Kuwata-Gonokami, N. Saito, Y. Ino, M. Kauranen, K. Jefimovs, T. Vallius, J. Turunen, and Y. Svirko, “Giant optical activity in quasi-two-dimensional planar nanostructures,” *Physical Review Letters*, vol. 95, p. 227401, Nov. 2005.
- [9] D. V. Sivukhin, *General Course of Physics: Optics*. Moscow: Nauka, 1980.
- [10] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials - Theory and Application*, vol. 11. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 2001.
- [11] S. I. Maslovski, *Electrodynamics of composite materials with pronounced spatial dispersion*. PhD thesis, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, 2004.
- [12] M. A. Bunge, *Causality the Place of the Causal Principle in Modern Science*. New York: Dover Publications, 3rd ed., 1959.
- [13] R. P. Feynman, *Feynman Lectures on Physics. Volume 2: Mainly Electromagnetism and Matter*. Massachusetts: Addison-Wesley, 1964.
- [14] L. D. Landau, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevskii, *Electrodynamics of Continuous Media*, vol. 8. Oxford: Pergamon press, 2nd ed., 1984.
- [15] B. V. Bokut and A. N. Serdyukov, “On the phenomenological theory of natural optical activity,” *Soviet physics – JETP*, vol. 34, pp. 962–964, 1972.
- [16] V. M. Agranovich and V. L. Ginzburg, *Spatial Dispersion in Crystal Optics and the Theory of Excitons*. New York: Interscience, 1966.
- [17] F. I. Fedorov, *Theory of Gyrotropy*. Minsk: Nauka i Technika, 1976.

- [18] E. J. Post, *Formal Structure of Electromagnetics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1962.
- [19] M. V. Kostin and V. V. Shevchenko, “Artificial magnetics based on double circular elements,” in *Proc. Bianisotropics’ 94*, (Perigueux, France), pp. 49–56, 1994.
- [20] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, “Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp. 2075–2084, Nov. 1999.
- [21] S. A. Tretyakov, “Electromagnetic metamaterials: Past, present, and future,” (Oxford, United Kingdom), Sept. 2015.
- [22] A. H. Sihvola, *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*. No. 47, London: Iet, 1999.
- [23] D. L. Jaggard, A. R. Mickelson, and C. H. Papas, “On electromagnetic waves in chiral media,” *Applied Physics*, vol. 18, pp. 211–216, Feb. 1979.
- [24] C. R. Simovski, S. A. Tretyakov, A. A. Sochava, B. Sauviac, F. Mariotte, and T. G. Kharina, “Antenna model for conductive omega particles,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 11, pp. 1509–1530, Jan. 1997.
- [25] A. A. Sochava, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, “Chiral Effects and Eigenwaves in Bi-Anisotropic Omega Structures,” in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov, and A. Vinogradov, eds.), no. 28 in NATO ASI Series, pp. 85–102, Springer Netherlands, 1997.
- [26] Y. Zhao, M. A. Belkin, and A. Alù, “Twisted optical metamaterials for planarized ultrathin broadband circular polarizers,” *Nature Communications*, vol. 3, p. 870, May 2012.
- [27] E. Plum, V. A. Fedotov, and N. I. Zheludev, “Extrinsic electromagnetic chirality in metamaterials,” *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 11, no. 7, p. 074009, 2009.
- [28] A. Balmakou, M. Podalov, S. Khakhomov, D. Stavenga, and I. Semchenko, “Ground-plane-less bidirectional terahertz absorber based on omega resonators,” *Optics Letters*, vol. 40, pp. 2084–2087, May 2015.
- [29] S. A. Tretyakov, “A personal view on the origins and developments of the metamaterial concept,” *Journal of Optics*, vol. 19, no. 1, p. 013002, 2017.
- [30] T. Kodera, D. L. Sounas, and C. Caloz, “Artificial Faraday rotation using a ring metamaterial structure without static magnetic field,” *Applied Physics Letters*, vol. 99, no. 3, p. 031114, 2011.
- [31] T. Kodera, D. L. Sounas, and C. Caloz, “Nonreciprocal magnetless CRLH leaky-wave antenna based on a ring metamaterial structure,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 10, pp. 1551–1554, 2011.
- [32] A. M. Mahmoud, A. R. Davoyan, and N. Engheta, “All-passive nonreciprocal metastructure,” *Nature Communications*, vol. 6, p. 8359, Sept. 2015.
- [33] B. D. Tellegen, “The gyrator, a new electric network element,” *Philips Research Reports*, vol. 3, no. 2, pp. 81–101, 1948.

- [34] A. H. Sihvola and I. V. Lindell, “Material effects in bi-anisotropic electromagnetics,” *IEICE Transactions on Electronics*, vol. E78-C, pp. 1383–1390, Oct. 1995.
- [35] S. A. Tretyakov, “Nonreciprocal composite with the material relations of the transparent absorbing boundary,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 19, pp. 365–368, Dec. 1998.
- [36] S. A. Tretyakov, S. I. Maslovski, I. S. Nefedov, A. J. Viitanen, P. A. Belov, and A. Sanmartin, “Artificial Tellegen particle,” *Electromagnetics*, vol. 23, pp. 665–680, Jan. 2003.
- [37] M. Mirmoosa, Y. Ra’di, V. Asadchy, C. Simovski, and S. Tretyakov, “Polarizabilities of nonreciprocal bianisotropic particles,” *Physical Review Applied*, vol. 1, p. 034005, Apr. 2014.
- [38] I. V. Lindell, *Methods for Electromagnetic Field Analysis*. Oxford: Clarendon Press, 1992.
- [39] J. A. Kong, *Electromagnetic Wave Theory*. New York: Wiley, 1986.
- [40] V. H. Rumsey, “Reaction concept in electromagnetic theory,” *Physical Review*, vol. 94, pp. 1483–1491, June 1954.
- [41] C. Caloz and S. Tretyakov, “Nonreciprocal metamaterials: A global perspective,” in *2016 10th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Metamaterials’ 2016)*, pp. 76–78, Sept. 2016.
- [42] L. Onsager, “Reciprocal relations in irreversible processes. I.,” *Physical Review*, vol. 37, pp. 405–426, Feb. 1931.
- [43] L. Onsager, “Reciprocal relations in irreversible processes. II.,” *Physical Review*, vol. 38, pp. 2265–2279, Dec. 1931.
- [44] H. B. G. Casimir, “On Onsager’s principle of microscopic reversibility,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 17, pp. 343–350, Apr. 1945.
- [45] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics, part 1 (Course of Theoretical Physics)*. Oxford: Elsevier, 2013.
- [46] I. Lindell, A. Sihvola, S. Tretyakov, and A. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. Boston: Artech House, 1994.
- [47] S. A. Tretyakov and A. A. Sochava, “Eigenwaves in uniaxial chiral omega media,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 6, pp. 701–705, Sept. 1993.
- [48] S. A. Tretyakov and A. A. Sochava, “Proposed composite material for nonreflecting shields and antenna radomes,” *Electronics Letters*, vol. 29, pp. 1048–1049, June 1993.
- [49] A. Lakhtakia, “An electromagnetic trinity from “negative permittivity” and “negative permeability,”” *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 23, pp. 813–818, June 2002.
- [50] Y. Radi and S. A. Tretyakov, “Electromagnetic phenomena in omega nihility media,” in *Proc. of The Sixth International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Metamaterials’ 2012)*, St. Petersburg, Russia, pp. 764–766, 2012.

- [51] V. S. Asadchy, Y. Ra'di, and S. A. Tretyakov, "Extreme electromagnetic properties with bianisotropic nihility," in *2015 9th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Metamaterials' 2015)*, pp. 19–21, Sept. 2015.
- [52] I. Liberal and N. Engheta, "Near-zero refractive index photonics," *Nature Photonics*, vol. 11, pp. 149–158, Mar. 2017.
- [53] A. A. Elsakka, V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, S. N. Tsvetkova, and S. A. Tretyakov, "Multifunctional cascaded metamaterials: Integrated transmitarrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, pp. 4266–4276, Oct. 2016.
- [54] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, "Total absorption of electromagnetic waves in ultimately thin layers," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, pp. 4606–4614, Sept. 2013.
- [55] B. V. Bokut', V. V. Gvozdev, and A. N. Serdyukov, "Peculiar waves in naturally gyrotropic media," *Journal of Applied Spectroscopy*, vol. 34, no. 4, pp. 460–465, 1981.
- [56] S. Tretyakov, A. Sihvola, and L. Jylhä, "Backward-wave regime and negative refraction in chiral composites," *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 3, pp. 107–115, Dec. 2005.
- [57] J. B. Pendry, "A chiral route to negative refraction," *Science*, vol. 306, pp. 1353–1355, Nov. 2004.
- [58] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, "Tailoring reflections from thin composite metamirrors," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, pp. 3749–3760, July 2014.
- [59] M. Yazdi, M. Albooyeh, R. Alaei, V. Asadchy, N. Komjani, C. Rockstuhl, C. R. Simovski, and S. Tretyakov, "A bianisotropic metasurface with resonant asymmetric absorption," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, pp. 3004–3015, July 2015.
- [60] V. S. Asadchy, "Wave propagation in metamaterial slabs with bi-anisotropic inclusions," Master's thesis, Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Belarus, 2013.
- [61] V. V. Fisanov, "Nonreciprocity displays in a bi-isotropic Tellegen medium," *Proceedings of TUSUR University*, vol. 2, no. 26, pp. 96–99, 2012.
- [62] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, "One-way transparent sheets," *Physical Review B*, vol. 89, p. 075109, Feb. 2014.
- [63] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ," *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, p. 509, 1968.
- [64] J. K. Gansel, M. Thiel, M. S. Rill, M. Decker, K. Bade, V. Saile, G. v. Freymann, S. Linden, and M. Wegener, "Gold helix photonic metamaterial as broadband circular polarizer," *Science*, vol. 325, pp. 1513–1515, Sept. 2009.
- [65] C. Pfeiffer, C. Zhang, V. Ray, L. J. Guo, and A. Grbic, "High performance bianisotropic metasurfaces: Asymmetric transmission of light," *Physical Review Letters*, vol. 113, p. 023902, July 2014.
- [66] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, "Arbitrary power-conserving field transformations with passive lossless omega-type bianisotropic metasurfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, pp. 3880–3895, Sept. 2016.

- [67] L. I. Mandelshtam, “Lectures on Some Problems of the Theory of Oscillations (1944),” in *Complete Collection of Works*, vol. 5, pp. 428–467, Moscow: Academy of Sciences, 1950.
- [68] L. I. Mandelshtam, “Group velocity in a crystal lattice,” *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 15, no. 475, p. 18, 1945.
- [69] D. V. Sivukhin, “The energy of electromagnetic waves in dispersive media,” *Optika i Spektroskopiya*, vol. 3, pp. 308–312, 1957.
- [70] V. E. Pafomov, “Transition radiation and Cerenkov radiation,” *Soviet Physics – JETP*, vol. 9, p. 1321, 1959.
- [71] W. Rotman, “Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media,” *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 10, pp. 82–95, Jan. 1962.
- [72] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures,” *Physical Review Letters*, vol. 76, pp. 4773–4776, June 1996.
- [73] J. B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens,” *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 3966–3969, Oct. 2000.
- [74] A. E. Culhaoglu, A. V. Osipov, and P. Russer, “Imaging by a double negative metamaterial slab excited with an arbitrarily oriented dipole,” *Radio Science*, vol. 49, pp. 68–79, Jan. 2014.
- [75] L. S. Dolin, “To the possibility of comparison of three-dimensional electromagnetic systems with nonuniform anisotropic filling,” *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniĭ. Radiofizika*, vol. 4, no. 5, pp. 964–967, 1961.
- [76] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, “Controlling electromagnetic fields,” *Science*, vol. 312, pp. 1780–1782, June 2006.
- [77] U. Leonhardt, “Optical conformal mapping,” *Science*, vol. 312, pp. 1777–1780, June 2006.
- [78] K. Guven, E. Saenz, R. Gonzalo, E. Ozbay, and S. Tretyakov, “Electromagnetic cloaking with canonical spiral inclusions,” *New Journal of Physics*, vol. 10, no. 11, p. 115037, 2008.
- [79] D. H. Werner and D.-H. Kwon, *Transformation Electromagnetics and Metamaterials*. London: Springer, 2015.
- [80] P. A. Belov, S. A. Tretyakov, and A. J. Viitanen, “Dispersion and reflection properties of artificial media formed by regular lattices of ideally conducting wires,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 16, pp. 1153–1170, Jan. 2002.
- [81] P. A. Belov, R. Marqués, S. I. Maslovski, I. S. Nefedov, M. Silveirinha, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, “Strong spatial dispersion in wire media in the very large wavelength limit,” *Physical Review B*, vol. 67, p. 113103, Mar. 2003.
- [82] S. I. Maslovski and M. G. Silveirinha, “Nonlocal permittivity from a quasistatic model for a class of wire media,” *Physical Review B*, vol. 80, p. 245101, Dec. 2009.
- [83] C. R. Simovski, P. A. Belov, A. V. Atrashchenko, and Y. S. Kivshar, “Wire metamaterials: Physics and applications,” *Advanced Materials*, vol. 24, pp. 4229–4248, Aug. 2012.

- [84] W. H. Bragg and W. L. Bragg, “The reflection of x-rays by crystals,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 88, no. 605, pp. 428–438, 1913.
- [85] V. P. Bykov, “Spontaneous emission in a periodic structure,” *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 35, p. 269, 1972.
- [86] V. P. Bykov, “Spontaneous emission from a medium with a band spectrum,” *Soviet Journal of Quantum Electronics*, vol. 4, no. 7, p. 861, 1975.
- [87] E. Yablonovitch, “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,” *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2059–2062, May 1987.
- [88] S. John, “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2486–2489, June 1987.
- [89] K. Busch, G. von Freymann, S. Linden, S. F. Mingaleev, L. Tkeshelashvili, and M. Wegener, “Periodic nanostructures for photonics,” *Physics Reports*, vol. 444, pp. 101–202, June 2007.
- [90] C. Huygens, *Traité de la Lumière*. Leiden: Pieter van der Aa, 1690.
- [91] I. V. Lindell, S. A. Tretyakov, and K. I. Nikoskinen, “Extended electromagnetic continuity condition and generalized Huygens’ principle,” *Electromagnetics*, vol. 20, no. 3, pp. 233–242, 2000.
- [92] N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, “Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction,” *Science*, vol. 334, pp. 333–337, Oct. 2011.
- [93] A. Alù, “Mantle cloak: Invisibility induced by a surface,” *Physical Review B*, vol. 80, p. 245115, Dec. 2009.
- [94] T. Niemi, A. O. Karilainen, and S. A. Tretyakov, “Synthesis of polarization transformers,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, pp. 3102–3111, June 2013.
- [95] V. S. Asadchy, A. Díaz-Rubio, A. Elsakka, M. Albooyeh, and S. A. Tretyakov, “Perfect multi-channel flat reflectors,” *arXiv:1610.04780 [physics]*, 2016.
- [96] A. Díaz-Rubio, V. Asadchy, A. Elsakka, and S. Tretyakov, “From the generalized reflection law to the realization of perfect anomalous reflectors,” *Science Advances*, vol. 3, p. e1602714, Aug. 2017.
- [97] C. L. Holloway, E. F. Kuester, J. A. Gordon, J. O’Hara, J. Booth, and D. R. Smith, “An overview of the theory and applications of metasurfaces: The two-dimensional equivalents of metamaterials,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 54, pp. 10–35, Apr. 2012.
- [98] N. Yu and F. Capasso, “Flat optics with designer metasurfaces,” *Nature Materials*, vol. 13, pp. 139–150, Feb. 2014.
- [99] S. B. Glybovski, S. A. Tretyakov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and C. R. Simovski, “Metasurfaces: From microwaves to visible,” *Physics Reports*, vol. 634, pp. 1–72, May 2016.
- [100] H. Lamb, “On the reflection and transmission of electric waves by a metallic grating,” *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 1, no. 1, pp. 523–546, 1897.

-
- [101] M. I. Kontorovich, V. Y. Petrunkin, N. A. Yesevkina, and M. I. Astrakhan, "The coefficient of reflection of a plane electromagnetic wave from a plane wire mesh," *Radio Engineering and Electronic Physics*, vol. 7, no. 2, pp. 222–231, 1962.
- [102] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*. New York: John Wiley and Sons, 2000.
- [103] I. Anderson, "On the theory of self-resonant grids," *The Bell System Technical Journal*, vol. 54, pp. 1725–1731, Dec. 1975.
- [104] F.-R. Yang, K.-P. Ma, Y. Qian, and T. Itoh, "A novel TEM waveguide using uniplanar compact photonic-bandgap (UC-PBG) structure," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp. 2092–2098, Nov. 1999.
- [105] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. J. Broas, N. G. Alexopolous, and E. Yablonovitch, "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp. 2059–2074, Nov. 1999.
- [106] C. A. Palmer and E. G. Loewen, *Diffraction Grating Handbook*. New York: Newport Corporation, 2005.
- [107] F. Hopkinson and D. Rittenhouse, "An optical problem, proposed by Mr. Hopkinson, and solved by Mr. Rittenhouse," *Transactions of the American Philosophical Society*, vol. 2, pp. 201–206, 1786.
- [108] N. Destouches, A. V. Tishchenko, J. C. Pommier, S. Reynaud, O. Parriaux, S. Tonchev, and M. A. Ahmed, "99% efficiency measured in the -1st order of a resonant grating," *Optics Express*, vol. 13, pp. 3230–3235, May 2005.
- [109] J. P. S. Wong, A. Epstein, and G. V. Eleftheriades, "Reflectionless wide-angle refracting metasurfaces," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, pp. 1293–1296, 2016.
- [110] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, "Synthesis of passive lossless metasurfaces using auxiliary fields for reflectionless beam splitting and perfect reflection," *Physical Review Letters*, vol. 117, p. 256103, Dec. 2016.
- [111] S. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics*. Boston: Artech House, 2003.
- [112] E. F. Kuester, M. A. Mohamed, M. Piket-May, and C. L. Holloway, "Averaged transition conditions for electromagnetic fields at a metafilm," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, pp. 2641–2651, Oct. 2003.
- [113] K. Achouri, M. A. Salem, and C. Caloz, "General metasurface synthesis based on susceptibility tensors," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, pp. 2977–2991, July 2015.
- [114] L. S. Rayleigh, "LVI. On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium," *Philosophical Magazine Series 5*, vol. 34, pp. 481–502, Dec. 1892.
- [115] J. C. M. Garnett, "Colours in metal glasses and in metallic films," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, vol. 203, pp. 385–420, Jan. 1904.
- [116] W. S. Weiglhofer, A. Lakhtakia, and J. C. Monzon, "Maxwell-garnett model for composites of electrically small uniaxial objects," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 6, pp. 681–684, Sept. 1993.

- [117] S. A. Tretyakov and F. Mariotte, “Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 9, pp. 1011–1025, Jan. 1995.
- [118] S. A. Tretyakov, F. Mariotte, C. R. Simovski, T. G. Kharina, and J. P. Heliot, “Analytical antenna model for chiral scatterers: Comparison with numerical and experimental data,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1006–1014, July 1996.
- [119] R. Marques, F. Mesa, J. Martel, and F. Medina, “Comparative analysis of edge- and broadside- coupled split ring resonators for metamaterial design - theory and experiments,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, pp. 2572–2581, Oct. 2003.
- [120] G. Mie, “Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen,” *Annalen der physik*, vol. 330, no. 3, pp. 377–445, 1908.
- [121] P. C. Waterman, “Symmetry, unitarity, and geometry in electromagnetic scattering,” *Physical Review D*, vol. 3, pp. 825–839, Feb. 1971.
- [122] S. Mühlig, C. Menzel, C. Rockstuhl, and F. Lederer, “Multipole analysis of meta-atoms,” *Metamaterials*, vol. 5, pp. 64–73, June 2011.
- [123] F. B. Arango and A. F. Koenderink, “Polarizability tensor retrieval for magnetic and plasmonic antenna design,” *New Journal of Physics*, vol. 15, no. 7, p. 073023, 2013.
- [124] M. Yazdi and N. Komjani, “Polarizability calculation of arbitrary individual scatterers, scatterers in arrays, and substrated scatterers,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 33, pp. 491–500, Mar. 2016.
- [125] R. Alaee, C. Rockstuhl, and I. Fernandez-Corbaton, “An electromagnetic multipole expansion beyond the long-wavelength approximation,” *arXiv:1701.00755 [physics]*, Jan. 2017.
- [126] A. J. Bahr and K. R. Clausing, “An approximate model for artificial chiral material,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 1592–1599, Dec. 1994.
- [127] T. D. Karamanos, A. I. Dimitriadis, and K. N. V, “Polarizability matrix extraction of a bianisotropic metamaterial from the scattering parameters of normally incident plane waves,” *Advanced Electromagnetics*, vol. 1, pp. 64–70, Nov. 2012.
- [128] X. X. Liu, Y. Zhao, and A. Alù, “Polarizability tensor retrieval for subwavelength particles of arbitrary shape,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, pp. 2301–2310, June 2016.
- [129] I. Sersic, C. Tuambilangana, T. Kampfrath, and A. F. Koenderink, “Magnetoelectric point scattering theory for metamaterial scatterers,” *Physical Review B*, vol. 83, p. 245102, June 2011.
- [130] P. Grahm, A. Shevchenko, and M. Kaivola, “Electric dipole-free interaction of visible light with pairs of subwavelength-size silver particles,” *Physical Review B*, vol. 86, p. 035419, July 2012.
- [131] M. Kerker, D.-S. Wang, and C. L. Giles, “Electromagnetic scattering by magnetic spheres,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 73, pp. 765–767, June 1983.
- [132] F. Monticone, N. M. Estakhri, and A. Alù, “Full control of nanoscale optical transmission with a composite metascreen,” *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 203903, May 2013.

- [133] C. Pfeiffer and A. Grbic, “Metamaterial Huygens’ surfaces: Tailoring wave fronts with reflectionless sheets,” *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 197401, May 2013.
- [134] J. Huang and J. A. Encinar, *Reflectarray Antennas*. Piscataway: IEEE Press, 2008.
- [135] S. Sun, K.-Y. Yang, C.-M. Wang, T.-K. Juan, W. T. Chen, C. Y. Liao, Q. He, S. Xiao, W.-T. Kung, G.-Y. Guo, L. Zhou, and D. P. Tsai, “High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient meta-surfaces,” *Nano Letters*, vol. 12, pp. 6223–6229, Dec. 2012.
- [136] A. Pors and S. I. Bozhevolnyi, “Plasmonic metasurfaces for efficient phase control in reflection,” *Optics Express*, vol. 21, pp. 27438–27451, Nov. 2013.
- [137] M. Kim, A. M. Wong, and G. V. Eleftheriades, “Optical Huygens’ metasurfaces with independent control of the magnitude and phase of the local reflection coefficients,” *Physical Review X*, vol. 4, p. 041042, Dec. 2014.
- [138] N. I. Landy, S. Sajuyigbe, J. J. Mock, D. R. Smith, and W. J. Padilla, “Perfect metamaterial absorber,” *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 207402, May 2008.
- [139] M. Diem, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, “Wide-angle perfect absorber/thermal emitter in the terahertz regime,” *Physical Review B*, vol. 79, p. 033101, Jan. 2009.
- [140] K. N. Rozanov, “Ultimate thickness to bandwidth ratio of radar absorbers,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, pp. 1230–1234, Aug. 2000.
- [141] E. Saenz, I. Semchenko, S. Khakhomov, K. Guven, R. Gonzalo, E. Ozbay, and S. Tretyakov, “Modeling of spirals with equal dielectric, magnetic, and chiral susceptibilities,” *Electromagnetics*, vol. 28, pp. 476–493, Sept. 2008.
- [142] I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, and A. L. Samofalov, “Helices of optimal shape for nonreflecting covering,” *The European Physical Journal Applied Physics*, vol. 49, p. 33002, Mar. 2010.
- [143] M. Decker, I. Staude, M. Falkner, J. Dominguez, D. N. Neshev, I. Brener, T. Pertsch, and Y. S. Kivshar, “High-efficiency dielectric Huygens’ surfaces,” *Advanced Optical Materials*, vol. 3, pp. 813–820, June 2015.
- [144] H. Tao, N. I. Landy, C. M. Bingham, X. Zhang, R. D. Averitt, and W. J. Padilla, “A metamaterial absorber for the terahertz regime: Design, fabrication and characterization,” *Optics Express*, vol. 16, pp. 7181–7188, May 2008.
- [145] G. R. Keiser, A. C. Strikwerda, K. Fan, V. Young, X. Zhang, and R. D. Averitt, “Decoupling crossover in asymmetric broadside coupled split-ring resonators at terahertz frequencies,” *Physical Review B*, vol. 88, p. 024101, July 2013.
- [146] A. L. Kitt, J. P. Rolland, and A. N. Vamivakas, “Visible metasurfaces and ruled diffraction gratings: A comparison,” *Optical Materials Express*, vol. 5, pp. 2895–2901, Dec. 2015.
- [147] N. Mohammadi Estakhri and A. Alù, “Wave-front transformation with gradient metasurfaces,” *Physical Review X*, vol. 6, p. 041008, Oct. 2016.
- [148] M. Neviere, “Electromagnetic study of transmission gratings,” *Applied Optics*, vol. 30, pp. 4540–4547, Nov. 1991.
- [149] E. Popov, L. Tsonev, and D. Maystre, “Gratings – general properties of the Littrow mounting and energy flow distribution,” *Journal of Modern Optics*, vol. 37, pp. 367–377, Mar. 1990.

- [150] Y. Ra'di, D. L. Sounas, and A. Alù, "Metagratings: Beyond the limits of graded metasurfaces for wave front control," *Physical Review Letters*, vol. 119, p. 067404, Aug. 2017.
- [151] M. Selvanayagam and G. V. Eleftheriades, "Discontinuous electromagnetic fields using orthogonal electric and magnetic currents for wavefront manipulation," *Optics Express*, vol. 21, pp. 14409–14429, June 2013.
- [152] J. Vehmas, S. Hrabar, and S. Tretyakov, "Omega transmission lines with applications to effective medium models of metamaterials," *Journal of Applied Physics*, vol. 115, p. 134905, Apr. 2014.
- [153] M. Albooyeh, R. Alaei, C. Rockstuhl, and C. Simovski, "Revisiting substrate-induced bianisotropy in metasurfaces," *Physical Review B*, vol. 91, p. 195304, May 2015.
- [154] M. Chen, E. Abdo-Sánchez, A. Epstein, and G. V. Eleftheriades, "Experimental verification of reflectionless wide-angle refraction via a bianisotropic Huygens' metasurface," *arXiv:1703.06669 [physics]*, Mar. 2017.
- [155] G. Lavigne, K. Achouri, C. Caloz, V. Asadchy, and S. Tretyakov, "Perfectly refractive metasurface using bianisotropy," *arXiv:1704.01641 [physics]*, Mar. 2017.

Часть III

Публикации автора

Публикация 1

V.S. Asadchy, I.A. Faniayeu, Y. Ra'di, and S.A. Tretyakov “Determining polarizability tensors for an arbitrary small electromagnetic scatterer”, *Photonics and Nanostructures: Fundamentals and Applications*, 12, issue 4, 298–304, (2014). [invited paper]

Вклад автора

Автор сформулировал идею на основе его дипломной работы, написанной под руководством Проф. И.В. Семченко. Аналитические вычисления были проделаны автором и проверены Ю. Ради и И.А. Фаняевым. Автор совместно с И.А. Фаняевым провели численное моделирование. Основная часть статьи была написана автором. Все со-авторы приняли участие в редактировании статьи. Результаты были получены под руководством Проф. С.А. Третьяковым.



Determining polarizability tensors for an arbitrary small electromagnetic scatterer

Viktar S. Asadchy^{a,b,*}, Igar A. Faniayeu^b, Younes Ra'di^a, Sergei A. Tretyakov^a

^aDepartment of Radio Science and Engineering, Aalto University, FI-00076 Aalto, Finland

^bDepartment of General Physics, Gomel State University, Sovyetskaya Street 104, 246019 Gomel, Belarus

Received 15 January 2014; received in revised form 1 April 2014; accepted 17 April 2014

Available online 27 April 2014

Abstract

In this paper, we present a method to retrieve tensor polarizabilities of general bi-anisotropic particles from their far-field responses to plane-wave illuminations. The necessary number of probing excitations and the directions where the scattered fields need to be calculated or measured have been found. When implemented numerically, the method does not require any spherical harmonic expansion nor direct calculation of dipole moments, but only calculations of co- and cross-polarized scattering cross sections for a number of plane-wave excitations. With this simple approach, the polarizabilities can be found also from experimentally measured cross sections. The method is exemplified considering two bi-anisotropic particles, a reciprocal omega particle and a non-reciprocal particle containing a ferrite inclusion coupled to metal strips.

© 2014 Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Bi-anisotropic particle; Polarizability; Dipole moments; Scattered fields

1. Introduction

Artificial materials (metamaterials) made of small inclusions (meta-atoms) positioned beside each other have become very popular, because with this concept it is possible to realize exotic electromagnetic properties which are not found in natural materials. These inclusions, so-called meta-atoms, which are electrically small (in comparison to the wavelength in the medium), in the sense of their electromagnetic response play the

same role as atoms do in natural materials. The averaged electric and magnetic properties of a metamaterial sample are determined by electric and magnetic properties of individual inclusions and by their mutual interactions. The meta-atoms can be characterized by their polarizabilities. The polarizabilities show how a single meta-atom behaves in responding to external electromagnetic fields. Knowing the electromagnetic properties of each building block of the metamaterial allows us to understand the electromagnetic properties of metamaterials as composite media. In particular, proper engineering of meta-atoms allows us to design metamaterials with required effective properties. There are several approaches to determination of effective parameters of a medium knowing the electric and magnetic moments of each

* Corresponding author at: Department of Radio Science and Engineering, Aalto University, FI-00076 Aalto, Finland.
Tel.: +358 504205846.

E-mail addresses: viktar.asadchy@aalto.fi,
picassonok@gmail.com (V.S. Asadchy).

building block of the medium, both for volumetric (bulk) samples and thin layers (metasurfaces), e.g. [1–6]. A method of calculating macroscopic parameters for reciprocal bianisotropic composites was proposed in [7]. In this paper, we discuss how the meta-atom polarizabilities can be retrieved from the knowledge of single meta-atom far-field scattering response to plane-wave excitations.

The spherical harmonic expansion theory introduced by Mie for a homogeneous sphere of any size and arbitrary refractive index is known as one of the main tools in deriving the polarizabilities of a single dielectric sphere [8–10]. Later, this theory was extended to particles of an arbitrary shape [11]. Recently, the extended theory has been used by many researchers to study the multipolar behavior of special inclusions, e.g. [12,13]. Using the generalized Mie theory and writing the scattered fields in terms of vector spherical harmonics, multipolar moments of an arbitrary scatterer can be calculated. However, this approach implies computationally heavy integrations of scattered fields over the sphere surrounding the particle that complicates the implementation of the method in numerical calculations. Furthermore, it appears problematic to use such methods for extracting polarizabilities from experimentally measured response of the particle.

In most cases when the particle is electrically small, electric and magnetic dipolar moments are the only significant and important moments in the Mie expansion. This assumption allows us to dramatically simplify the scattering-based polarizability retrieval and propose a much simpler method for extracting polarizability tensors of an arbitrary small scatterer from its response in the far zone. This technique for the polarizability extraction is based on the assumption that in the far zone the contributions to the scattered fields from electric and magnetic dipoles dominate over those from higher-order multipole moments of the particle. The validity of this assumption can be tested by numerical evaluation of the scattering pattern or, experimentally, by repeating the measurements with several orientations of the particle. Let us note that for the needs of designing metasurfaces and metamaterials the knowledge of higher-order polarizabilities is usually not required (the plane-wave reflection and transmission coefficients from regular metasurfaces as well as the effective parameters of metamaterials are defined by dipolar responses of the inclusions). However, in the present technique the particles are tested in the free-space environment where the multipole moments may contribute to the measured quantities, and only this leads to the limitation of the method applicability to

particles with predominately dipolar response. This limitation can be lifted if the particle is tested in a closed waveguide environment, where the fundamental-mode reflected and transmitted fields depend only on the particle dipole moments.

To extract one specific polarizability component of the scatterer, our method implies determination of the scattered fields only in two special directions. This significantly simplifies the realization of the method in numerical calculations. Furthermore, the discrete and minimal number of directions in which the scattered fields must be probed allows us to utilize the method also experimentally. This method for the first time was proposed in [14] for helical particles possessing bi-anisotropic electromagnetic coupling. In the present paper, we generalize the polarizability retrieval method so that it can be utilized for arbitrary small particles with the most general bi-anisotropic properties. The method can be considered as a generalization of the approach used in [15] for determination of the polarizabilities of small chiral particles from their co- and cross-polarized scattering cross sections.

In the most general case, assuming that the induced dipole moments in the particle depend linearly on the applied fields, the dipolar moments induced in the particle relate to the incident fields (at the location of the particle) by the polarizability tensors as:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \bar{\alpha}_{ee} \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}} + \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_{\text{inc}}, \\ \mathbf{m} &= \bar{\alpha}_{me} \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}} + \bar{\alpha}_{mm} \cdot \mathbf{H}_{\text{inc}}. \end{aligned} \quad (1)$$

These relations hold for bi-anisotropic particles of all known classes: reciprocal chiral and omega, non-reciprocal Tellegen and “moving” particles, and any combination of these [16,17]. For a special case of anisotropic particles without electromagnetic coupling (e.g., small dielectric spheres) the relations are simplified taking into account that $\bar{\alpha}_{em} = \bar{\alpha}_{me} = 0$.

The structure of the paper is as follows. In Section 2, we formulate the basic idea and derive the proper expressions for the polarizabilities of a general bi-anisotropic particle (assuming the particle is electrically small). In Section 3, we implement the method for two different particles: a reciprocal omega particle and a non-reciprocal particle possessing “moving” and chiral electromagnetic couplings.

2. Basic formulation

2.1. Polarizabilities of a bi-anisotropic particle

In order to determine the polarizabilities of an arbitrary particle, we analyze the far-field response of

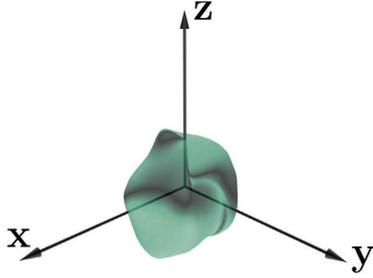


Fig. 1. An arbitrary particle in the center of a Cartesian coordinate system.

the particle to incident plane waves. We start from writing the relations for the polarizabilities of the particle in terms of the dipole moments induced by a set of probing fields. An important issue is the choice of the alignment of the particle with respect to the center of the coordinate system from which the far-field response of the particle is determined (see Fig. 1). The proper choice is that when the induced electric and magnetic dipole moments of the particle are located at the coordinate origin. If this condition is not satisfied, the higher order multiple moments start to gain importance and one should take them into account, otherwise, the accuracy of the polarizability retrieval method will decrease. Usually, since electrically small size of the particle is assumed, setting the origin to the geometrical centre of the particle is the proper choice.

The particle is situated in free space with the characteristic impedance η_0 . As an example, here we write the formulas for the case when the incident plane waves illuminating the particle propagate along the z_0 -axis. It will be shown that the directions can be chosen arbitrarily. Obviously, choosing the z_0 -directed incident waves, one can find only the components of the polarizability tensors in the x_0y_0 -plane. The other components can be determined similarly using incident waves propagating along the x_0 and y_0 axes. Taking into account that the incident plane waves are transverse and propagate along the z_0 -axis, Eq. (1) simplify to:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{ee}^{11} & \alpha_{ee}^{12} \\ \alpha_{ee}^{21} & \alpha_{ee}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{inc1} \\ E_{inc2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{em}^{11} & \alpha_{em}^{12} \\ \alpha_{em}^{21} & \alpha_{em}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{inc1} \\ H_{inc2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{me}^{11} & \alpha_{me}^{12} \\ \alpha_{me}^{21} & \alpha_{me}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{inc1} \\ E_{inc2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{mm}^{11} & \alpha_{mm}^{12} \\ \alpha_{mm}^{21} & \alpha_{mm}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{inc1} \\ H_{inc2} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Hereafter we use numerical indices 1, 2, 3, representing the x_0 , y_0 and z_0 projections, respectively. It can be seen from (2) that to determine any polarizability component, it is insufficient to know the response of the

particle to only one incident wave. The simplest way to find the component is illumination of the particle by two incident plane waves with the following polarization states:

$$\mathbf{E}_{inc} = \eta_0 H_0 \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{H}_{inc} = \pm H_0 \mathbf{y}_0, \quad (3)$$

in which the upper and lower signs correspond to waves propagating in $+z_0$ and $-z_0$ directions, respectively, and H_0 is the magnitude of the incident magnetic field. Here, for simplicity, we assume that the two incident waves have equal amplitudes and phases at the location of the particle. Although in practice it is difficult to generate two incident waves with precisely equal phases, the problem can be solved similarly with the assumption that the waves in (3) have not only different propagation directions, but also different amplitudes and phases, meaning that this assumption is not limiting. Substituting (3) in (2), we get 8 equations:

$$\begin{aligned} p_1^\pm &= \alpha_{ee}^{11} \eta H_0 \pm \alpha_{em}^{12} H_0, \\ p_2^\pm &= \alpha_{ee}^{21} \eta H_0 \pm \alpha_{em}^{22} H_0, \\ m_1^\pm &= \alpha_{me}^{11} \eta H_0 \pm \alpha_{mm}^{12} H_0, \\ m_2^\pm &= \alpha_{me}^{21} \eta H_0 \pm \alpha_{mm}^{22} H_0, \end{aligned} \quad (4)$$

where the double signs correspond to the double signs in (3). Next, the simple solution of the equations with regard to the polarizability components reads:

$$\begin{aligned} \alpha_{ee}^{11} &= \frac{1}{2\eta H_0} (p_1^+ + p_1^-), & \alpha_{em}^{12} &= \frac{1}{2H_0} (p_1^+ - p_1^-), \\ \alpha_{ee}^{21} &= \frac{1}{2\eta H_0} (p_2^+ + p_2^-), & \alpha_{em}^{22} &= \frac{1}{2H_0} (p_2^+ - p_2^-), \\ \alpha_{me}^{11} &= \frac{1}{2\eta H_0} (m_1^+ + m_1^-), & \alpha_{mm}^{12} &= \frac{1}{2H_0} (m_1^+ - m_1^-), \\ \alpha_{me}^{21} &= \frac{1}{2\eta H_0} (m_2^+ + m_2^-), & \alpha_{mm}^{22} &= \frac{1}{2H_0} (m_2^+ - m_2^-). \end{aligned} \quad (5)$$

In order to derive the other 8 polarizability components in the x_0y_0 -plane, we choose the incidence in the form:

$$\mathbf{E}_{inc} = \eta_0 H_0 \mathbf{y}_0, \quad \mathbf{H}_{inc} = \pm H_0 \mathbf{x}_0. \quad (6)$$

Likewise, for these two different incident waves, we can write 8 equations for the polarizabilities according to (2):

$$\begin{aligned} \bar{p}_1^\pm &= \alpha_{ee}^{12} \eta H_0 \pm \alpha_{em}^{11} H_0, \\ \bar{p}_2^\pm &= \alpha_{ee}^{22} \eta H_0 \pm \alpha_{em}^{21} H_0, \\ \bar{m}_1^\pm &= \alpha_{me}^{12} \eta H_0 \pm \alpha_{mm}^{11} H_0, \\ \bar{m}_2^\pm &= \alpha_{me}^{22} \eta H_0 \pm \alpha_{mm}^{21} H_0, \end{aligned} \quad (7)$$

where we use notations with bars in order to distinguish the induced dipole moments for different polarization states in (3) and (6). The double sign in (7) corresponds to the double sign in (6). Similarly, we can derive expressions for the polarizability components:

$$\begin{aligned}\alpha_{ee}^{12} &= \frac{1}{2\eta H_0}(\bar{p}_1^+ + \bar{p}_1^-), & \alpha_{em}^{11} &= \frac{1}{2H_0}(\bar{p}_1^+ - \bar{p}_1^-), \\ \alpha_{ee}^{22} &= \frac{1}{2\eta H_0}(\bar{p}_2^+ + \bar{p}_2^-), & \alpha_{em}^{21} &= \frac{1}{2H_0}(\bar{p}_2^+ - \bar{p}_2^-), \\ \alpha_{me}^{12} &= \frac{1}{2\eta H_0}(\bar{m}_1^+ + \bar{m}_1^-), & \alpha_{mm}^{11} &= \frac{1}{2H_0}(\bar{m}_1^+ - \bar{m}_1^-), \\ \alpha_{me}^{22} &= \frac{1}{2\eta H_0}(\bar{m}_2^+ + \bar{m}_2^-), & \alpha_{mm}^{21} &= \frac{1}{2H_0}(\bar{m}_2^+ - \bar{m}_2^-).\end{aligned}\quad (8)$$

Thus, we have determined 16 polarizability components of the particle in terms of the induced dipole moments by probing plane waves. The other 20 components one can derive in the same way illuminating the particle by waves propagating along the x_0 and y_0 axes. In the next section, we determine the induced dipole moments in the particle from the far-zone scattered fields.

2.2. Induced electric and magnetic dipole moments

A scatterer with induced oscillating electric and magnetic multipoles radiates energy in all directions. Here, we study the case of an electrically small particle (the size of the particle is small compared to the wavelength of the incident waves) that allows us to take into account only the lowest multipoles, i.e. the electric and magnetic dipoles. The scattered far fields from an electrically small particle are defined by the induced dipole moments in the form [18]:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{sc} &= \frac{k^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-jkr} \left[(\mathbf{n} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{n} - \frac{1}{c\mu_0} \mathbf{n} \times \mathbf{m} \right], \\ \mathbf{H}_{sc} &= \frac{1}{\eta_0} \mathbf{n} \times \mathbf{E}_{sc},\end{aligned}\quad (9)$$

where \mathbf{n} is the unit vector in the direction of observation, r is the distance between the particle and the observation point, $k = \omega/c$ is the wave number in surrounding space and the time-dependence $e^{j\omega t}$ is understood. Since it is required to find only the x_0 and y_0 projections of the electric and magnetic dipole moments (according to (5) and (8)), we choose the observation direction to be along $+z_0$ and $-z_0$ (however, this choice is not compulsory). Taking this into account, we can rewrite the scattered electric field in (9) as:

$$\begin{aligned}z\mathbf{E}_{sc} &= \gamma \left[\left(p_1 + \frac{1}{\eta_0} m_2 \right) \mathbf{x}_0 + \left(p_2 - \frac{1}{\eta_0} m_1 \right) \mathbf{y}_0 \right], \\ -z\mathbf{E}_{sc} &= \gamma \left[\left(p_1 - \frac{1}{\eta_0} m_2 \right) \mathbf{x}_0 + \left(p_2 + \frac{1}{\eta_0} m_1 \right) \mathbf{y}_0 \right],\end{aligned}\quad (10)$$

where $\gamma = (k^2/4\pi\epsilon_0 r) e^{-jkr}$ is a parameter introduced for convenience. Although these formulas are for the case of the incidence (3), similar formulas can be written also (with notations in bars) for the incidence defined in (6). Combining Eqs. (10), we find formulas for calculation of electric and magnetic dipole moments:

$$\begin{aligned}p_1^\pm &= \frac{1}{2\gamma} (zE_{sc1}^\pm + -zE_{sc1}^\pm), \\ p_2^\pm &= \frac{1}{2\gamma} (zE_{sc2}^\pm + -zE_{sc2}^\pm), \\ m_1^\pm &= \frac{\eta_0}{2\gamma} (-zE_{sc2}^\pm - zE_{sc2}^\pm), \\ m_2^\pm &= \frac{\eta_0}{2\gamma} (zE_{sc1}^\pm - -zE_{sc1}^\pm).\end{aligned}\quad (11)$$

At this step, we are ready to write general formulas for calculating all the polarizability components in the $x_0 y_0$ -plane. First, we consider the case when the incident fields equal $\mathbf{E}_{inc} = \eta_0 H_0 \mathbf{x}_0$, $\mathbf{H}_{inc} = \pm H_0 \mathbf{y}_0$. Then, substituting (11) in (5), we write the expressions for the polarizability components:

$$\begin{aligned}\alpha_{ee}^{11} &= \frac{1}{4\gamma\eta H_0} [zE_{sc1}^+ + -zE_{sc1}^+ + zE_{sc1}^- + -zE_{sc1}^-], \\ \alpha_{em}^{12} &= \frac{1}{4\gamma H_0} [zE_{sc1}^+ + -zE_{sc1}^+ - zE_{sc1}^- - -zE_{sc1}^-], \\ \alpha_{ee}^{21} &= \frac{1}{4\gamma\eta H_0} [zE_{sc2}^+ + -zE_{sc2}^+ + zE_{sc2}^- + -zE_{sc2}^-], \\ \alpha_{em}^{22} &= \frac{1}{4\gamma H_0} [zE_{sc2}^+ + -zE_{sc2}^+ - zE_{sc2}^- - -zE_{sc2}^-], \\ \alpha_{me}^{11} &= \frac{1}{4\gamma H_0} [-zE_{sc2}^+ - zE_{sc2}^+ + -zE_{sc2}^- - zE_{sc2}^-], \\ \alpha_{mm}^{12} &= \frac{\eta_0}{4\gamma H_0} [-zE_{sc2}^+ - zE_{sc2}^+ - -zE_{sc2}^- + zE_{sc2}^-], \\ \alpha_{me}^{21} &= \frac{1}{4\gamma H_0} [zE_{sc1}^+ - -zE_{sc1}^+ + zE_{sc1}^- - -zE_{sc1}^-], \\ \alpha_{mm}^{22} &= \frac{\eta_0}{4\gamma H_0} [zE_{sc1}^+ - -zE_{sc1}^+ - zE_{sc1}^- + -zE_{sc1}^-].\end{aligned}\quad (12)$$

To clarify the notation here we can use an example. $-zE_{sc1}^+$ denotes the \mathbf{x}_0 projection of the scattered electric field in the $-z_0$ direction if the scatterer is illuminated by the incident wave $\mathbf{E}_{inc} = \eta_0 H_0 \mathbf{x}_0$, $\mathbf{H}_{inc} = +H_0 \mathbf{y}_0$.

Next, we study the case when the incident fields are defined as $\mathbf{E}_{inc} = \eta_0 H_0 \mathbf{y}_0$, $\mathbf{H}_{inc} = \pm H_0 \mathbf{x}_0$. Likewise, the

expressions for the other 8 polarizability components can be found:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ee}^{12} &= \frac{1}{4\gamma\eta H_0} \left[z\bar{E}_{sc1}^+ + -z\bar{E}_{sc1}^+ + z\bar{E}_{sc1}^- + -z\bar{E}_{sc1}^- \right], \\
 \alpha_{em}^{11} &= \frac{1}{4\gamma H_0} \left[z\bar{E}_{sc1}^+ + -z\bar{E}_{sc1}^+ - z\bar{E}_{sc1}^- - -z\bar{E}_{sc1}^- \right], \\
 \alpha_{ee}^{22} &= \frac{1}{4\gamma\eta H_0} \left[z\bar{E}_{sc2}^+ + -z\bar{E}_{sc2}^+ + z\bar{E}_{sc2}^- + -z\bar{E}_{sc2}^- \right], \\
 \alpha_{em}^{21} &= \frac{1}{4\gamma H_0} \left[z\bar{E}_{sc2}^+ + -z\bar{E}_{sc2}^+ - z\bar{E}_{sc2}^- - -z\bar{E}_{sc2}^- \right], \\
 \alpha_{me}^{12} &= \frac{1}{4\gamma H_0} \left[-z\bar{E}_{sc2}^+ - z\bar{E}_{sc2}^+ + -z\bar{E}_{sc2}^- - z\bar{E}_{sc2}^- \right], \\
 \alpha_{mm}^{11} &= \frac{\eta_0}{4\gamma H_0} \left[-z\bar{E}_{sc2}^+ - z\bar{E}_{sc2}^+ - -z\bar{E}_{sc2}^- + z\bar{E}_{sc2}^- \right], \\
 \alpha_{me}^{22} &= \frac{1}{4\gamma H_0} \left[z\bar{E}_{sc1}^+ - -z\bar{E}_{sc1}^+ + z\bar{E}_{sc1}^- - -z\bar{E}_{sc1}^- \right], \\
 \alpha_{mm}^{21} &= \frac{\eta_0}{4\gamma H_0} \left[z\bar{E}_{sc1}^+ - -z\bar{E}_{sc1}^+ - z\bar{E}_{sc1}^- + -z\bar{E}_{sc1}^- \right].
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

It is seen from (12) and (13) that to calculate a polarizability component, both the amplitudes and phases of the incident and scattered waves are required. This is in fact an inevitable property of all scattering-based polarizability retrieval methods (e.g. [12,13]). Although it does not complicate the use of the method in numerical calculations, it can imply certain difficulties for experimental measurements. In practice, precise measurement of the phase of waves is difficult and can be accomplished only with some uncertainty. This limits the accuracy of the method in experimental implementation.

From (12) and (13) one can see that to extract one specific polarizability component of the particle by this method, we need to probe (or measure) the scattered fields only in two directions (at any arbitrary point in far-field). In order to find all 16 polarizability components, it is sufficient to know the scattered fields in two directions and to use only four different plane-wave illuminations. In the next section, we show an example of implementation of this method for two different particles, one reciprocal and the other one non-reciprocal.

3. Polarizability retrieval applied to reciprocal and non-reciprocal bi-anisotropic particles

Here, we utilize the method for extracting polarizabilities of two bi-anisotropic particles that have been

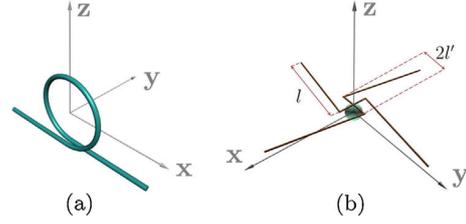


Fig. 2. (a) The omega particle and the related coordinate system. (b) The non-reciprocal particle.

previously used as building blocks for metasurfaces possessing novel and exotic electromagnetic properties [19,20]. In this paper we describe the method of extracting the polarizabilities in detail. The analyzed particles are electrically small, therefore, the present method can be applied. We determine the scattered fields by full-wave simulations using Ansoft High Frequency Structure Simulator. However, one can calculate the scattered fields using other approaches, e.g., based on the method of moments (MoM) or finite element method (FEM), or measure the far-fields experimentally. The first example, which we consider here, is a reciprocal omega particle [16] shown in Fig. 2a. It was previously shown that this kind of inclusions can be utilized in thin composite metamirrors (full-reflection layers) which allow full control over phase of reflection [19]. The dimensions of the particle under study are as follows: The radius of the loop is $r = 7.45$ mm, the half-length of the electric dipole is $d = 18.1$ mm, the radius of the wire is $r_0 = 0.5$ mm, and the pitch is 1.45 mm. The material of the particle is PEC. In the defined coordinate system only four polarizability components of the particle are significant [16]: α_{ee}^{11} , α_{mm}^{22} , α_{em}^{12} , and α_{me}^{21} . As it is seen from (5), we can find all these components using two incident waves with the polarization states defined by (3). In order to determine the electric and magnetic dipolar moments in (5), we probe the fields scattered by the particle in the $+\mathbf{z}_0$ and $-\mathbf{z}_0$ directions, as it is dictated by (11). Next, using the final formulas (12), we plot the polarizability components of the particle versus frequency (see Fig. 3).

As it is seen, at the resonance frequency of the particle electric and magnetic polarizabilities become purely imaginary while the electromagnetic polarizabilities are real. It was expected, since all the reactances are compensated and only dissipative terms remain for the particle at resonance. The condition $\alpha_{em}^{12} = -\alpha_{me}^{21}$ holds for the particle, as it must be in accordance with the Onsager–Casimir principle [16]. Also it can be seen from Fig. 3 that the electric and

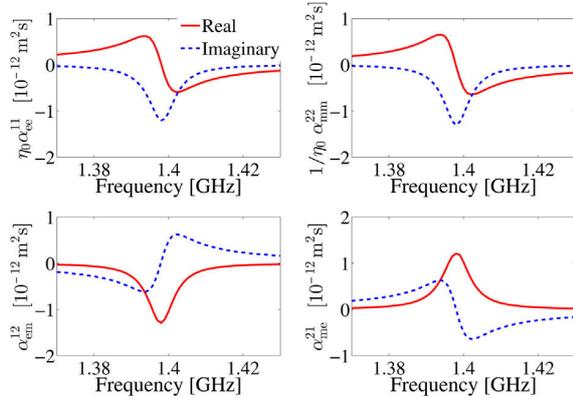


Fig. 3. Polarizabilities of the omega particle, normalized to the free-space impedance.

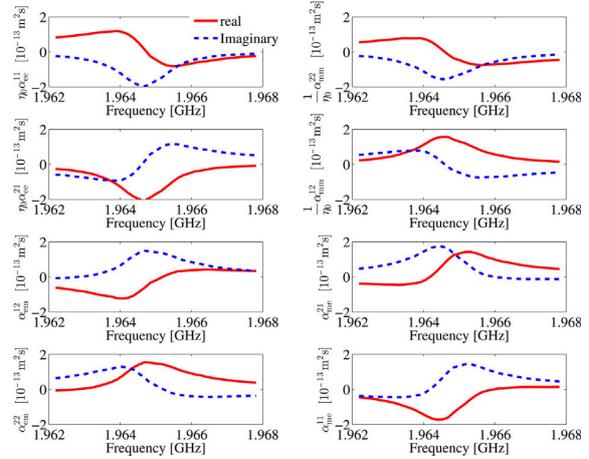


Fig. 4. Polarizabilities of the non-reciprocal particle.

magnetic polarizabilities satisfy the balance condition $\eta_0\alpha_{ee}^{11} = \alpha_{mm}^{22}/\eta_0$. This corresponds to the case of extreme response of balanced bi-anisotropic particles [21], and it was the design requirement in [19].

As another example, we analyze a non-reciprocal particle possessing “moving” and chiral electromagnetic couplings (see Fig. 2b). The name “moving” for the electromagnetic coupling of this particle is given due to its similarity with electromagnetic coupling in the constitutive relations for a medium which truly moves [22,23]. The analyzed non-reciprocal particle exhibits also reciprocal electromagnetic coupling because of its chiral shape. A planar array of these particles acts as a non-reciprocal one-way transparent ultimately thin layer [20]. The layer is transparent from one side while from the opposite side the layer acts as a twist-polarizer in transmission. A ferrite sphere magnetized by external bias field is the non-reciprocal element in the particle. The ferrite sphere with the radius $a = 1.65$ mm is coupled to metal elements with the dimensions $l = 18$ mm and $l' = 3$ mm. The radius of the copper wire is $\delta = 0.05$ mm. The ferrite material is yttrium iron garnet: The relative permittivity $\epsilon_r = 15$, the dielectric loss tangent $\tan \delta = 10^{-4}$, the saturation magnetization $M_S = 1780$ G, and the full resonance linewidth $\Delta H = 0.2$ Oe. The $+z_0$ internal bias field is $H_b = 9626$ A/m, corresponding to the desired resonance frequency. In the defined coordinate system, significant polarizabilities of the particle are those in the x_0y_0 -plane. In the same way as for the omega particle, we find the normalized polarizabilities for the moving-chiral particle (see Fig. 4). One can see from Fig. 4 that the Onsager–Casimir relation $\alpha_{em}^{22} = -\alpha_{me}^{11}$ and $\alpha_{em}^{12} = \alpha_{me}^{21}$ holds for the particle [16].

4. Conclusions

Here, we have presented a method which allows us to find all polarizability tensor components for an electrically small arbitrary bi-anisotropic particle with any complex shape and internal structure. We have assumed that only dipolar moments are significant in the particle, that is, that the particle is electrically small. In comparison to other known methods, this method requires less complicated calculations. To determine one specific polarizability component of the particle, the method requires probing of the particle response only by plane waves in two directions. For determining all the 36 tensor components it is sufficient to find the scattered fields only in 6 directions for 12 different incidences. The scattering response is measured only in the far zone and only in a few directions (6 for the most general particle). Due to simplicity of the method, the method can be utilized also experimentally. In order to demonstrate and illustrate the concept, we have derived formulas for 16 polarizability components. One can similarly derive the formulas for the other 20 components. In the paper, the polarizability retrieval method has been applied for two specific bi-anisotropic particles, to give particular examples. The method can be used to determine and optimize single inclusions in metamaterials and metasurfaces with the goal to achieve desired electromagnetic properties of the whole structure.

References

[1] L. Lewin, The electrical constants of a material loaded with spherical particles, *Radio Commun. Eng.* 94 (1947) 65–68.

- [2] A. Sihvola, *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*, 1st ed., IEEE Publishing, London, 1999.
- [3] S.A. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics*, Artech House Publishers, Norwood, 2003.
- [4] E.F. Kuester, M.A. Mohamed, C.L. Holloway, Averaged transition conditions for electromagnetic field at a metafilm, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 51 (2003) 2641–2651.
- [5] Y. Zhao, N. Engheta, A. Alù, Homogenization of plasmonic metasurfaces modeled as transmission-line loads, *Metamaterials* 5 (2011) 90–96.
- [6] T. Niemi, A. Karilainen, S. Tretyakov, Synthesis of polarization transformers, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 61 (2013) 3102–3111.
- [7] A. Ishimaru, L. Seung-Woo, Y. Kuga, V. Jandhyala, Generalized constitutive relations for metamaterials based on the quasi-static Lorentz theory, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 51 (2003) 2550–2557.
- [8] G. Mie, Beiträge zur optik trüber medien speziell kolloidaler metallösungen, *Ann. Phys.* 330 (1908) 377–445.
- [9] L.V. Lorenz, Sur la lumière réfléchie et réfractée par une sphère transparente, *Oeuvres Scientifiques*, Librairie Lehman et Stage, Copenhagen, 1898405–529.
- [10] C.F. Bohren, D.R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, 1st ed., Wiley, New York, 1983.
- [11] P.C. Waterman, Symmetry, unitarity, and geometry in electromagnetic scattering, *Phys. Rev. D* 3 (1971) 825–839.
- [12] S. Mühlig, C. Menzel, C. Rockstuhl, F. Lederer, Multipole analysis of meta-atoms, *Metamaterials* 5 (2010) 64–73.
- [13] F.B. Arango, A.F. Koenderink, Polarizability tensor retrieval for magnetic and plasmonic antenna design, *New J. Phys.* 15 (2013) 073023.
- [14] V.S. Asadchy, I.A. Faniayeu, Simulation of the electromagnetic properties of one-turn and double-turn helices with optimal shape, which provides radiation of a circularly polarized wave, *J. Adv. Res. Phys.* 2 (2011) 011107.
- [15] S.A. Tretyakov, F. Mariotte, C.R. Simovski, T.G. Kharina, J.-P. Heliot, Analytical antenna model for chiral scatterers: comparison with numerical and experimental data, *IEEE Trans. Antennas Propag.* 44 (1996) 1006–1014.
- [16] A.N. Serdyukov, I.V. Semchenko, S.A. Tretyakov, A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials: Theory and Applications*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 2001.
- [17] S.A. Tretyakov, A.H. Sihvola, A.A. Sochava, C.R. Simovski, Magnetolectric interactions in bi-anisotropic media, *J. Electromagn. Waves Appl.* 12 (1998) 481–497.
- [18] J.D. Jackson, *Radiating Systems, Multipole Fields and Radiation*, 3rd ed., Wiley, New York, 1999407–455.
- [19] Y. Ra'di, V.S. Asadchy, S.A. Tretyakov, Tailoring Reflections from Thin Composite Metamirrors (2013), arXiv:1401.1677.
- [20] Y. Ra'di, V.S. Asadchy, S.A. Tretyakov, One-way transparent sheets, *Phys. Rev. B* 89 (2014) 075109.
- [21] Y. Ra'di, S.A. Tretyakov, Balanced and optimal bi-anisotropic particles: maximizing power extracted from electromagnetic fields, *New J. Phys.* 15 (2013) 053008.
- [22] C.T. Tai, A study of electrodynamics of moving media, *Proc. IEEE* 52 (1964) 685–689.
- [23] S.A. Tretyakov, Nonreciprocal composite with the material relations of the transparent absorbing boundary, *Microwave Opt. Technol. Letters* 19 (1998) 365–368.

Публикация 2

M. Albooyeh, V.S. Asadchy, R. Alaei, S.M. Hashemi, M. Yazdi, M.S. Mirmoosa, C. Rockstuhl, C.R. Simovski, and S.A. Tretyakov “Purely bianisotropic scatterers”, *Physical Review B*, 94, issue 24, 245428(1–7) (2016).

Вклад автора

Первоначальная идея работы принадлежит Проф. С.А. Третьякову. Результаты Параграфа II и Дополнительных Материалов А были получены М. Албуе и С. Мирмуса. М. Албуе предложил рассеиватель в Параграфе IIIА. Автор предложил чисто-бианизотропный рассеиватель в Параграфе IIIВ, провёл соответствующие численные расчёты и подготовил Параграф IV. Результаты моделирования в Параграфе IIIА были получены автором, М. Албуе, Р. Алае, С.М. Хашеми и М. Яжди. Основная часть статьи была написана М. Албуе и автором. Все со-авторы приняли участие в редактировании статьи. Результаты были получены под руководством Проф. С.А. Третьякова и Проф. К.Р. Симовского.

Purely bianisotropic scatterers

M. Albooyeh,^{1,2} V. S. Asadchy,¹ R. Alaei,^{3,4} S. M. Hashemi,⁵ M. Yazdi,⁶ M. S. Mirmoosa,¹
C. Rockstuhl,^{3,7} C. R. Simovski,¹ and S. A. Tretyakov¹

¹Department of Radio Science and Engineering, Aalto University, P.O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland

²Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Irvine, California 92617, USA

³Institute of Theoretical Solid State Physics, Karlsruhe Institute of Technology, 76131 Karlsruhe, Germany

⁴Max Planck Institute for the Science of Light, Erlangen, Germany

⁵Department of Electrical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

⁶Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

⁷Institute of Nanotechnology, Karlsruhe Institute of Technology, 76021 Karlsruhe, Germany

(Received 16 September 2016; published 22 December 2016)

The polarization response of molecules or meta-atoms to external electric and magnetic fields, which defines the electromagnetic properties of materials, can either be direct (electric field induces electric moment and magnetic field induces magnetic moment) or indirect (magnetolectric coupling in bianisotropic scatterers). Earlier studies suggest that there is a fundamental bound on the indirect response of all passive scatterers: It is believed to be always weaker than the direct one. In this paper, we prove that there exist scatterers which overcome this bound substantially. Moreover, we show that the amplitudes of electric and magnetic polarizabilities can be negligibly small as compared to the magnetolectric coupling coefficients. However, we prove that if at least one of the direct-excitation coefficients vanishes, magnetolectric coupling effects in passive scatterers cannot exist. Our findings open a way to a new class of electromagnetic scatterers and composite materials.

DOI: 10.1103/PhysRevB.94.245428

I. INTRODUCTION

The emergence of man-made composites (metamaterials and metasurfaces) has enabled exotic devices for light manipulations. The response of these effectively homogeneous artificial structures to the electromagnetic fields is engineered by proper design of individual scatterers as their building blocks (meta-atoms). Various meta-atoms have been actively studied, see e.g., Refs. [1–5]. For linear scatterers and in the limit of dipole approximation, the relations between the local electric \mathbf{E}_{loc} and magnetic \mathbf{H}_{loc} fields and the induced electric and magnetic dipole moments \mathbf{p} and \mathbf{m} read [6]:

$$\mathbf{p} = \bar{\bar{\alpha}}_{ee} \cdot \mathbf{E}_{\text{loc}} + \bar{\bar{\alpha}}_{em} \cdot \mathbf{H}_{\text{loc}}, \quad \mathbf{m} = \bar{\bar{\alpha}}_{me} \cdot \mathbf{E}_{\text{loc}} + \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \cdot \mathbf{H}_{\text{loc}}, \quad (1)$$

where the double bar signs mark tensor (dyadic) quantities. In the above equations, the polarizability tensors $\bar{\bar{\alpha}}_{ee}$ and $\bar{\bar{\alpha}}_{mm}$ represent the *direct* electric and magnetic couplings between the applied field and the corresponding induced dipole moment. On the other hand, the bianisotropic polarizability tensor $\bar{\bar{\alpha}}_{me}$ ($\bar{\bar{\alpha}}_{em}$) measures the *indirect* coupling between the applied electric (magnetic) field and the induced magnetic (electric) dipole moment.

Some fundamental restrictions on the attainable values of the polarizabilities are well known. If the scatterer is reciprocal, then the Onsager-Casimir principle (see, e.g., Ref. [7,8]) dictates that $\bar{\bar{\alpha}}_{ee} = \bar{\bar{\alpha}}_{ee}^T$, $\bar{\bar{\alpha}}_{mm} = \bar{\bar{\alpha}}_{mm}^T$, and $\bar{\bar{\alpha}}_{me} = -\bar{\bar{\alpha}}_{em}^T$, where superscript “T” denotes the transpose operation. Furthermore, for all passive scatterers the imaginary part of the six-dyadic $\bar{\bar{\alpha}} - \bar{\bar{\alpha}}^T$ is positive definite (see, e.g., Refs. [8]), where the six-dyadic $\bar{\bar{\alpha}}$ is formed by the four polarizabilities in (1) as

$$\bar{\bar{\alpha}} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{\alpha}}_{ee} & \bar{\bar{\alpha}}_{em} \\ \bar{\bar{\alpha}}_{me} & \bar{\bar{\alpha}}_{mm} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

The causality requirement leads to Kramers-Kronig relations for the polarizabilities and to sum rules [8].

Here we discuss fundamental limitations on the relative strength of direct and indirect coupling phenomena, measured by the absolute values of the polarizabilities and coupling coefficients. For simplicity of writing and in view of particular examples which we will study, we will mainly use the scalar versions of the linear relations (1), considering the polarization responses only along one direction. In particular, we consider relative magnitudes of the products $\alpha_{em}\alpha_{me}$ and $\alpha_{ee}\alpha_{mm}$. Note that the passivity limitation on the imaginary part of the six-dyadic $\bar{\bar{\alpha}} - \bar{\bar{\alpha}}^T$ of lossy particles (it is positive definite) [8] for the case of scalar parameters leads to the condition [7,9] $\text{Im}\{\alpha_{em}\alpha_{me}\} < \text{Im}\{\alpha_{ee}\alpha_{mm}\}$, but the real parts or the absolute values of these products are not restricted by passivity.

In naturally occurring molecules and particles, the magnetolectric coupling effects are very small as compared with the direct polarization effects, suggesting that $|\alpha_{em}\alpha_{me}| \ll |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|$. However, by properly engineering meta-atoms it is possible to significantly enhance the coupling effects. This enables new unprecedented effects. Here, we focus on the question if the coupling effects can be even stronger than the direct polarization, that is, if it is possible to create a scatterer such that $|\alpha_{em}\alpha_{me}| > |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|$.

Based on known results, it is expected that the indirect coupling effects cannot be stronger than the direct ones [3,4,7,10,11]. In earlier studies, it was shown that the polarizabilities of metal spirals close to the fundamental resonance obey the relation [10,11]

$$|\alpha_{em}\alpha_{me}| = |\alpha_{ee}\alpha_{mm}| \quad (3)$$

(see also in Ref. [4]). Later, it was shown that this equality is not a general restriction and examples of resonant spirals for which $|\alpha_{em}\alpha_{me}| < |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|$ holds were shown [12]. However, to the

best of our knowledge, no results where the opposite inequality would hold are known. Moreover, in more recent studies [3], it is stated that in a small scatterer the magnetoelectric coupling cannot exceed the direct polarization effects, so that for all linear passive scatterers

$$|\alpha_{em}\alpha_{me}| \leq |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|. \quad (4)$$

However, this statement of Ref. [3] implies the presumption that the scatterer is modeled as a single-resonant *RLC* circuit. In such scatterers, both induced electric and magnetic dipole moments are formed by the same current distribution and have nearly the same frequency dispersion close to the fundamental resonance.

Here, we show that once we relax this presumption, we can largely overcome this fundamental bound. On the other hand, we establish a new constraint for a general linear passive dipole scatterer. We prove that indirect magnetoelectric coupling coefficients (bianisotropy parameters) may be different from zero only if both of the direct coupling coefficients $\bar{\alpha}_{ee}$ and $\bar{\alpha}_{mm}$ are simultaneously nonzero.

II. NECESSARY CONDITIONS FOR THE PRESENCE OF INDIRECT COUPLINGS

Let us first apply the energy conservation law to a general lossless bianisotropic scatterer (linear response is assumed). Equating the power extracted by the scatterer from the incident fields and the power which it re-radiates back into surrounding space, we can write the following relation between its polarizability tensors (see, e.g., Refs. [3,13]):

$$\frac{i}{2}(\bar{\alpha}^\dagger - \bar{\alpha}) = \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} \bar{\alpha}^\dagger \cdot \bar{\alpha}, \quad (5)$$

where k is the wave number of the incident wave and ϵ_0 is the permittivity of the host medium that is assumed to be isotropic and dielectric only, \dagger denotes the conjugate transpose operator, and the 6×6 polarizability dyadic is defined in (A2). The time-harmonic dependency in the form of $e^{-i\omega t}$ is assumed. From (A1) and (A2), the following expressions for the polarizability tensor of a lossless scatterer follow (see Appendix A):

$$\frac{\bar{\alpha}_{ee}^\dagger - \bar{\alpha}_{ee}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{ee}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{ee} + \bar{\alpha}_{me}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{me}], \quad (6)$$

$$\frac{\bar{\alpha}_{mm}^\dagger - \bar{\alpha}_{mm}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{mm}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{mm} + \bar{\alpha}_{em}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{em}]. \quad (7)$$

If we now assume that $\bar{\alpha}_{ee}$ is exactly zero, then we see from (A3) that $\bar{\alpha}_{me}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{me} = \bar{0}$. From here it follows that $\bar{\alpha}_{me} = \bar{\alpha}_{em} = \bar{0}$ (see Appendix A). The same result can be obtained from (A5) if a vanishing magnetic tensor $\bar{\alpha}_{mm}$ is assumed. Similar reasoning leads to the conclusion that the same result is valid also for lossy (dissipative) scatterers. It can be understood from observing that for lossy scatterers relations (A3) and (A5) contain additional positive terms in the right-hand side, which represent the dissipated power.

Therefore, we conclude that if at least one of the direct coupling tensors vanishes, the indirect coupling tensors must be zero accordingly. However, from the above considerations it does not follow that the indirect magnetoelectric coupling

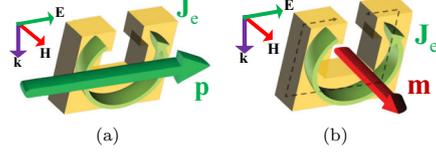


FIG. 1. (a),(b) A metal split-ring resonator in free space. At the main resonance, the induced electric and magnetic dipole moments are related to the same nearly uniform current distribution.

coefficients cannot be stronger as compared to the direct ones, as long as both direct polarizabilities are not exactly zero. It is important to study if there are possibilities to design scatterers which overcome the inequality (4).

III. COUNTEREXAMPLES WHICH BREAK THE INEQUALITY $|\alpha_{em}\alpha_{me}| \leq |\alpha_{ee}\alpha_{mm}|$

A. Split-ring resonators

As a representative example, let us consider a scatterer that exhibits bianisotropic coupling of the so-called omega type [8]: a split-ring resonator (Fig. 1).

The resonator has a square shape with the outer edge equal to 110 nm and the square cross section with the side of 30 nm. The gap is 30 nm. The material is gold [14]. Based on the semianalytical approach developed in Ref. [15], we extract the main polarizability components of this scatterer excited by the illumination shown in Fig. 1. Figure 2(a) depicts magnitudes of the main components of the polarizability tensors and Fig. 2(b) shows the products of the direct and the indirect terms, respectively.

Close to the resonance, where the current around the ring is nearly uniform (the conduction current is continued in the gap as a displacement current with the same phase), its polarizabilities agree with the theory of Ref. [11] and obey the relation (3). Based on the earlier studies [3], it can be expected that when the frequency deviates from the resonant range, limitation (4) should continue to hold. However, at frequencies near 325 THz, the indirect coupling coefficient α_{em} clearly exceeds both direct ones (normalized by the free space impedance η_0) more than 2.5 times. In this frequency range, the current induced in the resonator is strongly nonuniform: The current in the middle part of the scatterer is directed oppositely to the displacement current in the gap and the external

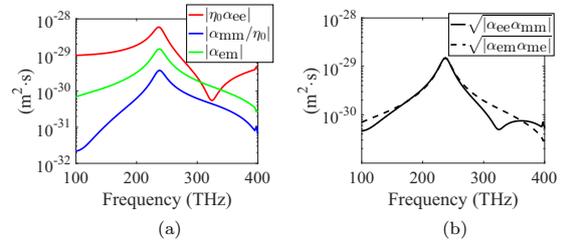


FIG. 2. Numerically obtained magnitudes of the main polarizability components of the split-ring resonator versus frequency.

electric field excites predominantly a magnetic dipole moment. Likewise, the external magnetic field excites a strong electric dipole moment. We conclude that beyond the frequency range of the fundamental resonance, where the *RLC* model is not applicable, the limitation (4) does not hold.

B. Dimers

Although the studied example scatterer overcomes the previously established limitation (4), the indirect coupling coefficients α_{em} and α_{me} are still of the same order as that of the direct ones $\eta_0\alpha_{ee}$ and α_{mm}/η_0 . In order to further enhance the indirect coupling and suppress the direct polarization effects, we push the idea of multimode scatterers to the limit by designing a nanodimer whose two constituents have electric polarizabilities of the opposite signs. Despite the fact that dimer scatterers have been intensively studied (see, e.g., Refs. [5,16,17]), their potentials for enhancing bianisotropic coupling as compared to the direct ones appear not to be realized. Commonly, previous works (see, e.g., Ref. [5]) were devoted to designing dimers that have no excited electric dipole moment under illumination of an incident plane wave (e.g., to realize scattering cancellation cloaking [18]):

$$\mathbf{p} = \bar{\alpha}_{ee} \cdot \mathbf{E}_{inc} + \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_{inc} \approx 0. \quad (8)$$

However, this condition is drastically different from our goal to minimize the direct coupling. Indeed, Eq. (8) implies that the indirect coupling should be of the same order as the direct one.

In this work, we aim to design a scatterer such that its electromagnetic response is almost solely defined by the indirect coupling (a “purely bianisotropic scatterer”). Neglecting the direct coupling coefficients, we can write the dipole moments induced in such a scatterer as follows:

$$\mathbf{p} \approx \bar{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_{inc}, \quad \mathbf{m} \approx \bar{\alpha}_{me} \cdot \mathbf{E}_{inc}. \quad (9)$$

To exactly meet the equality in (9) is impossible due to the constraint established above.

We design the nanodimer as a system of two closely spaced, very small (compared to the wavelength) dielectric spheres with the relative permittivity ϵ_1 and ϵ_2 and equal radii $r = 21.4$ nm (see Fig. 3).

The distance between the centers of the spheres is $3r = 64.2$ nm. Without loss of generality, we assume that the

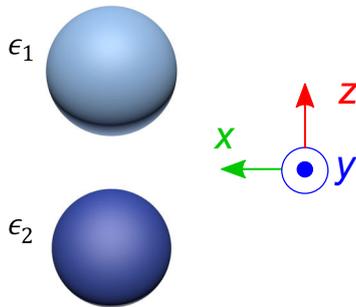


FIG. 3. Illustration of a nanodimer.

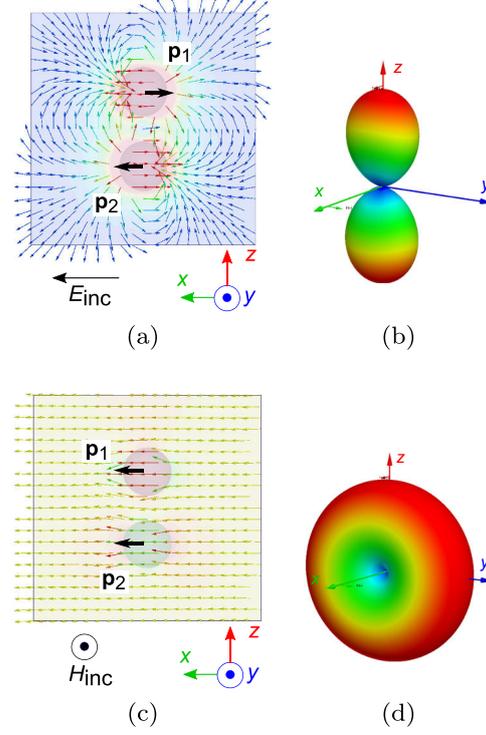


FIG. 4. Distribution of the electric field scattered by the nanodimer with the polarizabilities given by (9). The dimer is excited by external (a),(b) electric field and (c),(d) magnetic field. (b),(d) The corresponding patterns of the scattering amplitude.

nanodimer is located in free space. We choose $\epsilon_1 = 0.4$ and $\epsilon_2 = 2$ at the operational frequency, so that the electric polarizabilities of the spheres in the quasistatic approximation [1] have equal amplitudes but opposite signs (see Appendix B). The magnetic polarizabilities of both spheres in the quasistatic approximation can be neglected.

In order to analyze the dimer polarizabilities, we excite it by a combination of two plane waves propagating along the z axis in the opposite directions, forming a standing wave. When the dimer is positioned in the antinode of the electric field $\mathbf{E}_{ext} = 2\mathbf{E}_{inc}$ [see Fig. 4(a)], where the external magnetic field is zero, the induced electric dipole moments in the two spheres \mathbf{p}_1 and \mathbf{p}_2 compensate each other, ensuring near-zero direct coupling coefficient α_{ee} of the total dimer system.

On the other hand, this configuration of the opposite electric dipoles forms an electric quadrupole moment and a magnetic dipole moment [which, according to (9), corresponds to the nonzero indirect coupling coefficient α_{me}]. Figure 4(b) depicts the radiation pattern of the nanodimer under this excitation in terms of the scattering amplitude $f = \lim_{r \rightarrow \infty} E_{sc}(r) \cdot r$. The result corresponds to the typical pattern of combined electric quadrupole and magnetic dipole moments.

Next, we position the nanodimer in the antinode of the magnetic field of the standing wave $\mathbf{H}_{ext} = 2\mathbf{H}_{inc}$ as shown in Fig. 4(c). Importantly, in this configuration the induced

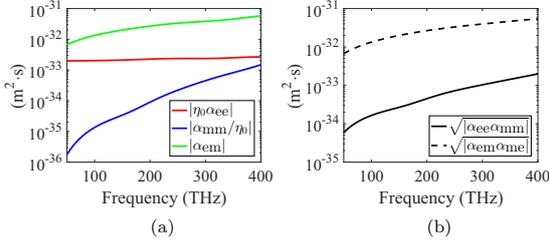


FIG. 5. Numerically obtained magnitudes of the main polarizability components of the nonresonant purely bianisotropic nanodimer.

magnetic moment in the dimer corresponding to the direct coupling is negligibly small. There are two reasons for that. Firstly, the spheres have a small intrinsic magnetic response because we work far from their magnetic Mie resonances. Secondly, the external magnetic field due to the Faraday law creates circulation of the electric field around the center of the dimer. Due to the opposite electric polarizabilities of the nanodimer spheres, this circulating external electric field excites *noncirculating* electric dipoles directed along the same direction as is shown in Fig. 4(c). Therefore, the total magnetic response at excitation by magnetic fields is almost completely suppressed, and the scatterer radiates as a pure electric dipole with the corresponding radiation pattern shown in Fig. 4(d) (electric quadrupole moment is also very small).

In order to quantitatively analyze the response of the nanodimer, we determine its main polarizability components excited by illumination by waves propagating along the z axis. Figure 5(a) shows the extracted polarizabilities of the nanodimer and Fig. 5(b) depicts the product of the direct and indirect terms.

Notice that in a very wide frequency range the magneto-electric coupling coefficient is at least one order of magnitude stronger than both electric and magnetic ones, so that the limitation (4) is largely exceeded (more than 27 times). Thus, the nanodimer exhibits properties of a nearly pure bianisotropic scatterer and can be described by (9).

Although this example is simple and vivid, because of a small size compared to the wavelength and the nonresonant scattering regime, the dimer is weakly excited by incident illumination, which may preclude its use in potential applications. To enhance the strength of the nanodimer response and hence make it practical, we have demonstrated a design solution for a dimer operating near the Mie resonances of its two inclusions (see Appendix B).

The unique property of pure bianisotropic response implies several exciting consequences. For example, such a nanodimer has an equivalent response (along its axis) to that of Kerker's magnetoelectric sphere with $\epsilon = \mu$ [2]. In this regime, the backscattering from the dimer is zero for any polarization of the incident wave, as is seen from Eqs. (9). Moreover, the forward scattered wave has always the same polarization as that of the incident wave.

Another interesting property of purely bianisotropic scatterers is predominantly lateral scattering. Indeed, if a dimer is illuminated with a plane wave propagating along the x

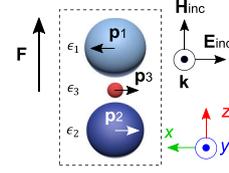


FIG. 6. Illustration of the modified purely bianisotropic scatterer. The configuration ensures that for a specific incidence direction a lateral force $\mathbf{F} \perp \mathbf{k}$ acting on the cluster occurs.

axis (see Fig. 3) with the electric field polarized along the y axis, the scattering pattern has a shape similar to that depicted in Fig. 4(b) and is characterized by very weak forward and backward scattering and strong side scattering along the $+z$ and $-z$ directions. This effect of strong lateral scattering can find important applications for engineering optical forces which is discussed in the following.

IV. LATERAL OPTICAL FORCES WITH PURELY BIANISOTROPIC SCATTERERS

Indeed, it is possible to modify the nanodimer so that the scattering is directed predominantly in one lateral direction. Let us consider a dimer configuration depicted in Fig. 6, where we have added an additional sphere in the center of the dimer.

This additional sphere is a small metallic nanoparticle which is at its plasmonic resonance, i.e., $\epsilon_3 \approx -2$. In our conceptual consideration we neglect without loss of generality the effects of interaction between the plasmonic particle and the nanodimer spheres. Under the excitation shown in Fig. 6, an electric dipole moment \mathbf{p}_3 will be induced in the plasmonic particle along the x axis, while the induced electric dipole moments \mathbf{p}_1 and \mathbf{p}_2 in the dimer will form an effective magnetic moment along the y axis. Tuning the dimensions of the plasmonic nanoparticle and its loss factor, one can balance the induced effective magnetic moment with the electric moment \mathbf{p}_3 so that they have the same amplitude and phase. In this case, these two orthogonal dipole moments form a Huygens' pair whose scattering pattern has a null along the $+z$ or $-z$ direction. Therefore, due to the conservation of linear momentum in the system, the nanocluster, illuminated by a wave along the y direction will experience a lateral force along the z direction. Such an effect of side optical forces can be interesting in micromanipulation (so-called optical tweezers) and fabrication.

V. CONCLUSION

In summary, we have proved that nonzero indirect coupling coefficients in a passive scatterer exist only if both direct coupling effects are present at least as very weak effects. Based on several examples, we have shown that the earlier published considerations do not impose any limit on the strength of the indirect coupling coefficients compared to the direct ones. Moreover, we have demonstrated that the indirect coupling can be largely enhanced in specifically designed dimer scatterers. Such dimers possess unique, almost purely bianisotropic response and exhibit unprecedented effects, for example, lateral optical forces.

This result confirms the nearly pure bianisotropic response of the nanodimer. The frequency shift from 417 THz to 350 THz can be explained by the mutual interaction of the spheres. Compared to the case of small spheres in the main paper, this nanodimer exhibits about three orders of magnitude stronger electromagnetic response.

APPENDIX A: PROOF THAT PASSIVE PURELY BIANISOTROPIC SCATTERERS DO NOT EXIST

In the main text, we state that if we assume that the electric and magnetic polarizabilities $\bar{\alpha}_{ee}$ and $\bar{\alpha}_{mm}$ of a dipolar scatterer are exactly zero, then the magnetoelectric polarizabilities $\bar{\alpha}_{em}$ and $\bar{\alpha}_{me}$ must also be zero. To prove that, we first employ the relations for the extracted and scattered powers by the scatterer in terms of the dipolar moments. Then, we consider the fact that these two must be equal when there is no absorption loss. From these considerations, we can write the relation between the polarizability tensors as:

$$\frac{i}{2}(\bar{\alpha}^\dagger - \bar{\alpha}) = \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} \bar{\alpha}^\dagger \cdot \bar{\alpha}, \quad (\text{A1})$$

where \dagger is the conjugate transpose operator and

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{ee} & \bar{\alpha}_{em} \\ \bar{\alpha}_{me} & \bar{\alpha}_{mm} \end{bmatrix}. \quad (\text{A2})$$

From (A1) and (A2) we derive the following expressions for the polarizability dyadics of a lossless particle:

$$\frac{\bar{\alpha}_{ee}^\dagger - \bar{\alpha}_{ee}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{ee}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{ee} + \bar{\alpha}_{me}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{me}], \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\bar{\alpha}_{me}^\dagger - \bar{\alpha}_{em}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{ee}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{em} + \bar{\alpha}_{me}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{mm}], \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\bar{\alpha}_{mm}^\dagger - \bar{\alpha}_{mm}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{em}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{em} + \bar{\alpha}_{mm}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{mm}], \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\bar{\alpha}_{em}^\dagger - \bar{\alpha}_{me}}{2} = -i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} [\bar{\alpha}_{em}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{ee} + \bar{\alpha}_{mm}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{me}]. \quad (\text{A6})$$

Next, let us assume that both electric and magnetic polarizabilities of the scatterer are zero, i.e., $\bar{\alpha}_{ee} = \bar{\alpha}_{mm} = 0$. Then, from (A3) and (A5) it follows that

$$\bar{\alpha}_{me}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{me} = \bar{0}, \quad (\text{A7})$$

$$\bar{\alpha}_{em}^\dagger \cdot \bar{\alpha}_{em} = \bar{0}. \quad (\text{A8})$$

If we consider $\bar{\alpha}_{em}$ and $\bar{\alpha}_{me}$ as three-dimensional matrices:

$$\bar{\alpha}_{em} = \begin{bmatrix} \alpha_{em}^{xx} & \alpha_{em}^{xy} & \alpha_{em}^{xz} \\ \alpha_{em}^{yx} & \alpha_{em}^{yy} & \alpha_{em}^{yz} \\ \alpha_{em}^{zx} & \alpha_{em}^{zy} & \alpha_{em}^{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

and

$$\bar{\alpha}_{me} = \begin{bmatrix} \alpha_{me}^{xx} & \alpha_{me}^{xy} & \alpha_{me}^{xz} \\ \alpha_{me}^{yx} & \alpha_{me}^{yy} & \alpha_{me}^{yz} \\ \alpha_{me}^{zx} & \alpha_{me}^{zy} & \alpha_{me}^{zz} \end{bmatrix}, \quad (\text{A10})$$

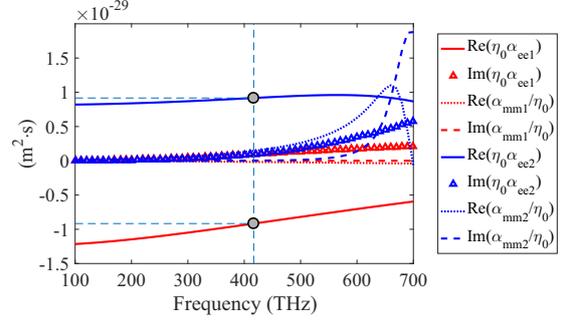


FIG. 7. Analytical polarizabilities of spheres with $\epsilon_1 = -0.6$ and $\epsilon_2 = 10$ at frequencies near the Mie resonances. At 417 THz, the real parts of the electric polarizabilities have equal amplitudes but opposite signs, while their imaginary parts are negligible.

then from (A7) and (A8) we obtain the following two sets of equations:

$$\begin{aligned} |\alpha_{em}^{xx}|^2 + |\alpha_{em}^{yx}|^2 + |\alpha_{em}^{zx}|^2 &= 0, \\ |\alpha_{em}^{xy}|^2 + |\alpha_{em}^{yy}|^2 + |\alpha_{em}^{zy}|^2 &= 0, \\ |\alpha_{em}^{xz}|^2 + |\alpha_{em}^{yz}|^2 + |\alpha_{em}^{zz}|^2 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

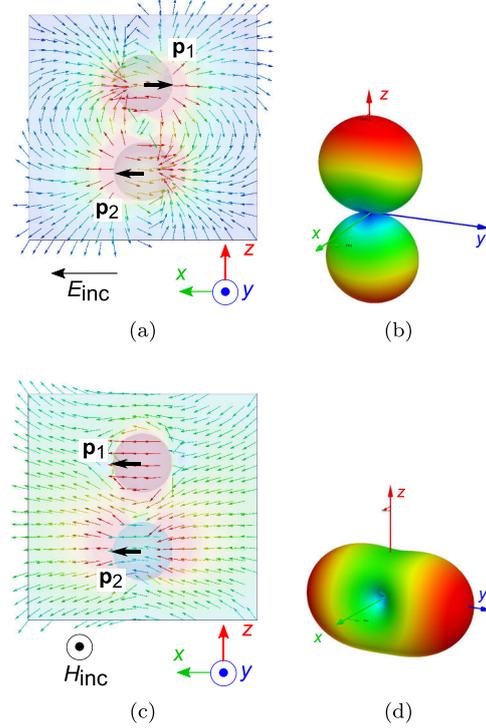


FIG. 8. Distribution of the electric field scattered by the nanodimer at 350 THz. The dimer is excited by external (a),(b) electric field and (c),(d) magnetic field. (b),(d) The corresponding patterns of the scattering amplitude.

and

$$\begin{aligned} |\alpha_{me}^{xx}|^2 + |\alpha_{me}^{yx}|^2 + |\alpha_{me}^{zx}|^2 &= 0, \\ |\alpha_{me}^{xy}|^2 + |\alpha_{me}^{yy}|^2 + |\alpha_{me}^{zy}|^2 &= 0, \\ |\alpha_{me}^{xz}|^2 + |\alpha_{me}^{yz}|^2 + |\alpha_{me}^{zz}|^2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

Now from (A11) and (A12) one can conclude that if $\bar{\alpha}_{ee} = \bar{\alpha}_{mm} = 0$, then there is no possibility to have nonzero $\bar{\alpha}_{em}$ and $\bar{\alpha}_{me}$, i.e.,

$$\text{if } \{\bar{\alpha}_{ee} = \bar{\alpha}_{mm} = 0\} \implies \{\bar{\alpha}_{em} = \bar{\alpha}_{me} = 0\}. \quad (\text{A13})$$

This conclusion is applied to any dipolar scatterer.

APPENDIX B: DIELECTRIC SPHERES CLOSE TO THE MIE RESONANCES

The electric polarizabilities of the spheres within the quasistatic approximation read

$$\alpha_{ee1,2} = \frac{4}{3}\pi r^3 \epsilon_0 \frac{3(\epsilon_{1,2} - 1)}{\epsilon_{1,2} + 2} \quad (\text{B1})$$

and their magnetic polarizabilities can be neglected. In the main text, we presented a scatterer system of two dielectric spheres whose magnetoelectric polarizability is stronger than both electric and magnetic polarizabilities. The individual electric α_{ee} and magnetic α_{mm} dipole polarizabilities of a dielectric sphere can be determined by [19]:

$$\alpha_{ee} = \frac{6\pi i \epsilon}{k^3} a_1, \quad \alpha_{mm} = \frac{6\pi i \mu}{k^3} b_1, \quad (\text{B2})$$

where $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ is the host medium wave number, μ and ϵ are the permeability and permittivity of the host medium, a_1 and b_1 are the dipolar terms of the scattering Mie coefficients for a sphere of an arbitrary size in a uniform host medium. The scattering Mie coefficients of all the multipoles excited in the sphere are denoted by [20]:

$$a_n = \frac{\mu m^2 j_n(mx) [x j_n(x)]' - \mu_p j_n(x) [mx j_n(mx)]'}{\mu m^2 j_n(mx) [x h_n^{(1)}(x)]' - \mu_p h_n^{(1)}(x) [mx j_n(mx)]'}, \quad (\text{B3})$$

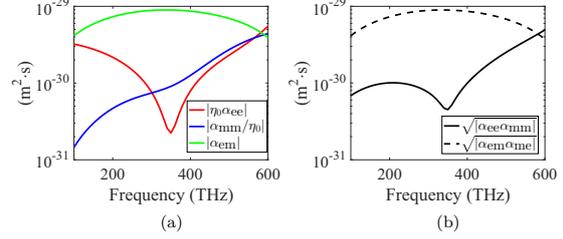


FIG. 9. Numerically obtained magnitudes of the main polarizability components of the purely bianisotropic nanodimer operating close to the Mie resonances of its inclusions.

and

$$b_n = \frac{\mu_p j_n(mx) [x j_n(x)]' - \mu j_n(x) [mx j_n(mx)]'}{\mu_p j_n(mx) [x h_n^{(1)}(x)]' - \mu h_n^{(1)}(x) [mx j_n(mx)]'}. \quad (\text{B4})$$

Here, $x = \omega\sqrt{\mu\epsilon}D/2$, $m = \sqrt{\frac{\mu_p \epsilon_p}{\mu \epsilon}}$, μ_p and ϵ_p are the permeability and permittivity of the sphere particle, respectively. In these relations D is the sphere diameter, j_n and $h_n^{(1)}$ are the spherical Bessel functions of the first and third kind, respectively, and sign “ r ” denotes the derivative with respect to the argument.

We choose the radii of the spheres $r = 65$ nm and the distance between their centers $3r = 195$ nm, and calculate the polarizabilities using the full-wave Mie theory. To prevent strong magnetic response from the spheres, we choose the operational frequency far enough from the nearest magnetic resonance of the spheres occurring at 696 THz. Next, we choose the permittivities of the spheres $\epsilon_1 = -0.6$ and $\epsilon_2 = 10$ such that at the frequency 417 THz their electric polarizabilities have equal amplitudes but opposite signs $\text{Re}(\alpha_{ee1}) = -\text{Re}(\alpha_{ee2})$. Figure 7 depicts the analytically calculated polarizabilities of such spheres.

Due to this property, the external electric/magnetic field induces magnetic/electric dipole moment in the nanodimer as shown in Figs. 8(a) and 8(c). The scattering patterns for these two cases are presented in Figs. 8(b) and 8(d). Close to 350 THz, the direct coupling coefficients are suppressed, while the indirect coupling coefficient is strong [see Figs. 9(a) and 9(b)].

- [1] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (Wiley, New York, 1983).
- [2] M. Kerker, D. S. Wang, and C. L. Giles, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 765 (1983).
- [3] I. Sersic, C. Tuambilangana, T. Kampfrath, and A. F. Koenderink, Magnetolectric point scattering theory for metamaterial scatterers, *Phys. Rev. B* **83**, 245102 (2011).
- [4] I. Sersic, M. A. Van de Haar, F. B. Arango, and A. F. Koenderink, Ubiquity of Optical Activity in Planar Metamaterial Scatterers, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 223903 (2012).
- [5] P. Grahn, A. Shevchenko, and M. Kaivola, Electric dipole-free interaction of visible light with pairs of subwavelength-size silver particles, *Phys. Rev. B* **86**, 035419 (2012).

- [6] S. A. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics* (Artech House, London, 2003).
- [7] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, and A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Artech House, Boston and London, 1994).
- [8] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 2001).
- [9] M. G. Silveirinha and S. I. Maslovski, Comment on “Repulsive Casimir Force in Chiral Metamaterials,” *Phys. Rev. Lett.* **105**, 189301 (2010).

- [10] S. A. Tretyakov, C. R. Simovski, and A. A. Sochava, The relation between co- and cross-polarizabilities of small conductive bianisotropic particles, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials*, edited by A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov, and A. Vinogradov, NATO ASI Series High Technology, Vol. 28 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1997), pp. 271–280.
- [11] S. A. Tretyakov, F. Mariotte, C. R. Simovski, T. G. Kharina, and J.-P. Heliot, Analytical antenna model for chiral scatterers: Comparison with numerical and experimental data, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **44**, 1006 (1996).
- [12] S. A. Tretyakov, A. A. Sochava, and C. R. Simovski, Influence of chiral shapes of individual inclusions on the absorption in chiral composite coatings, *Electromagnetics* **16**, 113 (1996).
- [13] P. A. Belov, S. I. Maslovski, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, A condition imposed on the electromagnetic polarizability of a bianisotropic lossless scatterer, *Tech. Phys. Lett.* **29**, 718 (2003).
- [14] P. B. Johnson and R. W. Christy, Optical constants of the noble metals, *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
- [15] V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Y. Ra'di, and S. A. Tretyakov, Determining polarizability tensors for an arbitrary small electromagnetic scatterer, *Phot. Nano. Fund. Appl.* **12**, 298 (2014).
- [16] A. N. Grigorenko, A. K. Geim, H. F. Gleeson, Y. Zhang, A. A. Firsov, I. Y. Khrushchev, and J. Petrovic, Nanofabricated media with negative permeability at visible frequencies, *Nature (London)* **438**, 335 (2005).
- [17] B. Kante, K. O'Brien, A. Niv, X. Yin, and X. Zhang, Proposed isotropic negative index in three-dimensional optical metamaterials, *Phys. Rev. B* **85**, 041103 (2012).
- [18] P.-Y. Chen, J. Soric, and A. Alù, Invisibility and cloaking based on scattering cancellation, *Adv. Mater.* **24**, OP281 (2012).
- [19] G. W. Mulholland and R. D. Mountain, Coupled dipole calculation of extinction coefficient and polarization ratio for smoke agglomerates, *Combust. Flame* **119**, 56 (1999).
- [20] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (Wiley, New York, 1983).

Публикация 3

V.S. Asadchy, Y. Ra'di, J. Vehmas, and S.A. Tretyakov “Functional metamirrors using bianisotropic elements”, Physical Review Letters, 114, issue 9, 095503, 1–5 (2015).

Вклад автора

Проф. С.А. Третьяков предложил идею и руководил теоретическими расчётами и моделированием. Автор провёл теоретический анализ, моделирование, изготовление прибора, измерение ближнего поля и написал статью. Ё. Вехмас и Проф. С.А. Третьяков руководили измерениями. Все со-авторы приняли участие в редактировании статьи.



Functional Metamirrors Using Bianisotropic Elements

V. S. Asadchy,^{1,2,*} Y. Ra'di,¹ J. Vehmas,¹ and S. A. Tretyakov¹

¹*Department of Radio Science and Engineering, Aalto University, P.O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland*

²*Department of General Physics, Francisk Skorina Gomel State University, 246019 Gomel, Belarus*

(Received 5 December 2014; revised manuscript received 23 January 2015; published 6 March 2015)

Conventional mirrors obey the simple reflection law that a plane wave is reflected as a plane wave, at the same angle. To engineer spatial distributions of fields reflected from a mirror, one can either shape the reflector or position some phase-correcting elements on top of a mirror surface. Here we show, both theoretically and experimentally, that full-power reflection with general control over the reflected wave phase is possible with a single-layer array of deeply subwavelength inclusions. These proposed artificial surfaces, metamirrors, provide various functions of shaped or nonuniform reflectors without utilizing any mirror. This can be achieved only if the forward and backward scattering of the inclusions in the array can be engineered independently, and we prove that it is possible using electrically and magnetically polarizable inclusions. The proposed subwavelength inclusions possess desired reflecting properties at the operational frequency band, while at other frequencies the array is practically transparent. The metamirror concept leads to a variety of applications over the entire electromagnetic spectrum, such as optically transparent focusing antennas for satellites, multifrequency reflector antennas for radio astronomy, low-profile conformal antennas for telecommunications, and nanoreflectarray antennas for integrated optics.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.095503

PACS numbers: 81.05.Xj, 42.15.Dp, 42.25.Gy, 68.49.-h

Conventional mirrors, known since the dawn of civilization [1], obey the simple law of reflection: the reflection angle is equal to the incidence angle. This follows from the fact that the total tangential electric field at the ideal mirror surface is zero; thus, the phase of the electric field in the reflected wave is the opposite to that in the incident wave. If a reflector can be engineered to enable general control over the reflection phase, it is possible to change the direction of the reflected waves at will [2]. Developments in the field of antennas enabled creation of reflectarrays [3], layers with any desired phase of reflection at microwaves. Conceptually, reflectarrays are conventional mirrors, modified by some additional phase-shifting elements positioned close to fully reflecting surfaces. Since most reflectarrays incorporate a metal ground plane, the transmission through them is completely blocked and reflection amplitude can be very high if low-loss materials are used. On the other hand, the presence of a metal ground plane forbids transmission at all practically important frequencies and limits application possibilities. The use of metal meshes or frequency selective surfaces as back reflectors of reflectarrays does not allow one to overcome this drawback and implies, respectively, a very broadband reflection region or poor transmission above the resonant band [4]. If it will become possible to create arrays of small particles that fully reflect incident electromagnetic waves but allow full control over the reflection phase, all of the limitations due to the presence of a conventional mirror will be removed.

Clearly, such subwavelength structural layers possess electromagnetic properties that are not available in natural materials, and potential realizations require the use of

artificial materials, called metamaterials. The past few years have witnessed remarkable progress in the development of single-layer planar metamaterials having deeply subwavelength thicknesses. Such two-dimensional composites, so-called metasurfaces [2,5], have demonstrated the capability to arbitrarily manipulate the reflected and transmitted wave fronts. While metasurfaces tailoring wave fronts in transmission [5–12] usually consist of subwavelength inclusions and are transparent outside of the operating frequency band, most metasurfaces manipulating reflection are metal backed and detectable over the entire frequency range [13–19]. To the best of our knowledge, the only work on phase-controlling reflecting structures without a ground plane utilizes a multilayer electrically thick structure [20]. The difficulties in extending the well-understood techniques for phase control in transmission to control of the reflection phase follow from the fact that the physical phenomena behind manipulation of wave fronts in transmission and reflection are crucially different. Transmission wave front control can be accomplished by using an array of various so-called Huygens elements (zero backward scattering inclusions) that scatter waves with adjustable phase in the forward direction [8–12]. To control the wave front of reflection, the inclusions in the array should be engineered in such a way that they re-radiate waves in the backward direction with different phases, while in the forward direction they scatter waves with the same phase, opposite to that of the incident plane wave.

In this Letter we introduce and experimentally validate a new concept of nonuniform metamirrors, ultrathin engineered structures providing full control of reflected wave

fronts independently for the two sides of the metamirror. Because of the lack of a ground plane and deeply subwavelength dimensions of the inclusions, the designed metamirrors are practically invisible at frequencies outside of the operational band. The proposed metamirrors are formed by single planar arrays of specifically shaped resonant bianisotropic inclusions [21,22] possessing both electric and magnetic responses, as well as magnetoelectric coupling.

Consider a metasurface consisting of a single planar periodic array of identical subwavelength inclusions polarizable both electrically and magnetically. An incident plane wave impinges on the array normally to its surface along the z direction (see Ref. [23]). Since the array period is small compared to the wavelength, the electric and magnetic moments induced in the inclusions can be modeled as surface-averaged electric and magnetic currents. The induced currents radiate secondary plane waves in the backward and forward directions. As shown in Ref. [21], it is convenient to describe the properties of a metasurface in terms of the collective polarizabilities α of its unit cell of the area S . The electric fields of the backward and forward scattered plane waves from the metasurface illuminated by an incident plane wave are given by

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{back}} &= -\frac{j\omega}{2S}(\alpha_e \pm 2\alpha_{\text{me}} - \alpha_m)\mathbf{E}_{\text{inc}}, \\ \mathbf{E}_{\text{forw}} &= -\frac{j\omega}{2S}(\alpha_e + \alpha_m)\mathbf{E}_{\text{inc}}, \end{aligned} \quad (1)$$

where ω is the angular frequency, α_e , α_m , and α_{me} are, respectively, the electric, magnetic, and so-called magnetoelectric polarizabilities of the unit cell, normalized to the impedance of free space. The upper and lower signs in the equation correspond to the two different cases when the metamirror is illuminated from the $+z$ and $-z$ directions, respectively. The polarizability quantities characterize the electric and magnetic responses of the inclusions as well as their mutual interactions in the array. The magnetoelectric polarizability α_{me} measures the capability of the inclusion to acquire electric polarization under the influence of an external magnetic field. Such property, inherent in bianisotropic inclusions [22], enables additional freedom in metasurface engineering. Here we use the physical effect of bianisotropic coupling to allow realization of independent control of reflection and transmission using only small resonant particles. While all the particles are at resonance and create the same forward-scattered fields, different field coupling strength ensures the desired differences in reflection properties. This scenario allows realization of arbitrary (limited only by the power conservation) reflection and transmission properties of the structure.

It should be stressed here that the complete phase control of reflection can be achieved by exploiting an array of anisotropic particles with zero α_{me} and nonzero α_e and α_m

polarizabilities, such as simple electric and magnetic dipoles. However, the design of such an array becomes very challenging since the inclusions of these two types must operate in a metamirror at nonresonant frequencies [21] and be adjusted individually and very precisely, taking into account their mutual interactions.

Zero transmission through the metasurface is achieved when the inclusions collectively radiate a secondary wave in the forward direction that destructively interferes with the incident wave $\mathbf{E}_{\text{forw}} = -\mathbf{E}_{\text{inc}}$. To ensure full reflection with any desired phase ϕ , the backscattered wave must be such that $\mathbf{E}_{\text{back}} = e^{j\phi}\mathbf{E}_{\text{inc}}$. In order to efficiently manipulate wave fronts of reflection from metamirrors, we adjust the phase of reflection from each inclusion individually, preserving the unity value for the reflected-wave amplitude and identical phase (opposite to the phase of the incident wave) of the forward scattered fields. This feature dramatically distinguishes the metamirror concept from the designs utilizing a ground plane [13–17]. Figure 1 illustrates the effect of controllable asymmetric scattering. In this example, an array of inclusions radiates waves in the backward direction with a linearly varying phase.

To demonstrate the potential and flexibility of the proposed metamirror concept, we consider two example structures: a metamirror anomalously reflecting normally incident waves and a reflecting metalens (a single-layer focusing sheet). Although the proposed concept is generic and can be applied over the entire electromagnetic spectrum, we design and experimentally measure structures operating in the microwave frequency band. The designed

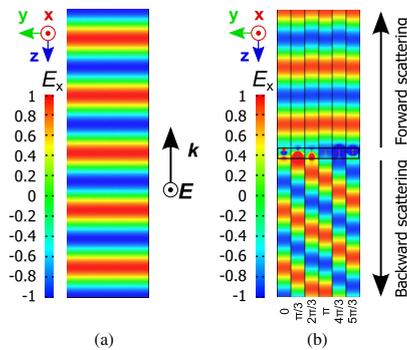


FIG. 1 (color online). The results of full-wave simulations of the individual inclusions of a metamirror which totally reflects normally incident waves at an angle $\theta = 45^\circ$ from the normal. (a) Field distribution of an incident wave normally impinging on the metamirror surface. (b) Distribution of the copolarized electric field of the scattered waves from each inclusion. The forward scattered waves from the individual inclusions have identical phases opposite to the phase of the incident wave, which yields zero transmission. In the backward direction the inclusions radiate with discrete phase shifts from 0 to $5\pi/3$, clearly revealing anomalous reflection.

prototypes can be subsequently pushed to the infrared and even the optical range by downscaling the sizes of the structural inclusions, modifying their geometry, and taking into consideration the properties of materials at different frequencies. Recent progress in designing low-loss electromagnetic inclusions for the visible range [24] opens up a promising way to realize the proposed structures for light bending. In our design we are content with the case of metamirrors operating with incident waves of a single linear polarization. The polarization-insensitive regime in the metamirrors can be achieved by the use of inclusions possessing uniaxial symmetry [21].

First, we design a metamirror to efficiently reflect normally incident plane waves to an arbitrarily chosen angle $\theta = 45^\circ$ from the normal. Based on the principle of phased arrays, the reflected wave front is deflected to an angle θ if the metasurface provides a linear phase variation spanning the 2π range with the periodicity $d = \lambda / \sin \theta$, where λ is the operating wavelength. In our design we use copper wire inclusions embedded in Rohacell-51HF ($\epsilon_r = 1.065$, $\tan \delta = 0.0008$) foam of 5 mm thickness [see Fig. 2(a)]. The dielectric substrate is needed only for mechanical support of small conductive inclusions. Each period d is discretized into 6 unit cells consisting of

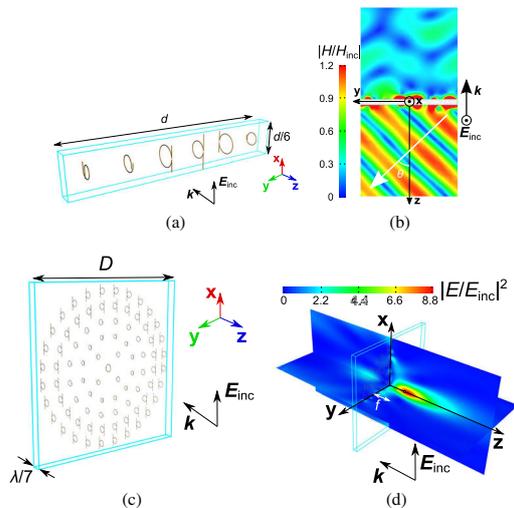


FIG. 2 (color online). (a) The period of a metamirror consisting of 6 subwavelength copper inclusions that provide a linear phase variation of the reflection spanning a 2π range. The blue box denotes the dielectric substrate. (b) Magnetic field distribution (normalized to the magnetic field of the incident wave) of the transmitted (the $-z$ half-space) and the reflected (the $+z$ half-space) waves. (c) A metalens composed of 6 concentric arrays of the designed subwavelength inclusions. The dielectric substrate is denoted by the blue box. (d) Power density distribution (normalized to the incident power density) of the transmitted (the $-z$ half-space) and the reflected (the $+z$ half-space) waves.

different subwavelength inclusions providing discrete phase shifts from 0 to 2π (see Ref. [23]). All of the inclusions have nonzero magnetoelectric polarizability α_{me} due to the fact that they incorporate electrically polarizable straight wires connected to magnetically polarizable wire loops. The required polarizabilities α_e , α_m , and α_{me} of the inclusions were found based on Eq. (1). In order to determine the shape and dimensions of practically realizable inclusions with the required polarizabilities, we utilize an approach based on scattering cross sections [25]. All of the dimensions of the inclusions and a description of their electromagnetic polarizability can be found in Ref. [23].

The simulated scattering properties of the individual inclusions of the metamirror are shown in Fig. 1(b). The operating frequency of 5 GHz is chosen. At this frequency the periodicity along the y axis is $d = \lambda / \sin 45^\circ = 84.9$ mm. Along the x axis the unit cells are positioned with the periodicity $d/6 = 14.1$ mm. An incident plane wave impinges on the metamirror from the $+z$ direction with the electric field parallel to the x axis. Figure 2(b) illustrates the simulated magnetic field distribution of the reflected (backward scattered wave) and transmitted waves (interference of the incident and forward scattered waves). Only 8% of the incident power is transmitted and 6% is absorbed by the material of the inclusions. The high reflectance of 86% and the pure wave front rotation confirm remarkable functionality of the metamirror. The reflection level can be further improved by optimizing the inclusions taking into account the mutual interaction of inclusions of different types. The half-power bandwidth of the proposed metamirror is 0.25 GHz or 5%, which can be considered quite broad taking into account the subwavelength thickness $t = \lambda/7$ of the designed structure. The frequency stability of the metamirror performance as well as its functionality for incident waves from the $-z$ direction are presented in Ref. [23]. It should be stressed that the proposed metamirror based on the wire inclusions is only a conceptual prototype and can be improved by using inclusions of other types [24,26,27] with the properties dictated by Eq. (1).

Another example demonstrating the universality of nonuniform metamirrors is focusing metasurfaces showing extremely strong wave-gathering ability. The metamirror concept opens a new route towards engineering a conceptually new kind of lens, one consisting of an ultimately thin single layer of subwavelength inclusions providing near-diffraction-limit focusing of electromagnetic energy at a chosen point. Subwavelength sizes of the inclusions that radiate as dipoles provide homogeneous phase variation along the surface and enable focusing at extremely short distances. We have designed a single-layer metalens composed of 6 concentric arrays of subwavelength inclusions with the dimensions described in Ref. [23] [see Fig. 2(c)]. The diameter of the lens is $D = 2.8\lambda$, and the effective thickness of the structure (thickness of the inclusions) is $t = \lambda/7$. The mechanically supporting

dielectric is a styrofoam plate ($\epsilon_r = 1.03$, $\tan \delta = 0.0001$) of 10 mm thickness. Realization of the desired lens response requires certain reflection phase variations along the surface ensuring that the scattered fields from all the inclusions constructively interfere at the desired point. Without loss of generality, we content ourselves with the case when the metalens confines energy on its axial line at a focal distance f . The required phase of reflection ϕ for an inclusion located at a distance r from the center is

$$\phi(r) = \phi_0 + \frac{\omega}{c} \sqrt{r^2 + f^2}, \quad (2)$$

where c is the speed of light and ϕ_0 is an additional constant phase that can be chosen arbitrarily. Equation (2) shows that a metalens with a smaller focal distance requires faster phase variations along the surface. In order to have enough smooth phase gradient to allow surface homogenization, we choose the focal length of $f = 0.6\lambda$ for a metalens consisting of wire inclusions of $\lambda/7$ size. The relation between the phase ϕ and coordinate r of the inclusions of a metalens operating at 5 GHz is specified in Ref. [23].

An incident plane wave impinges on the metalens from the $+z$ direction with the electric field along the x axis. Figure 2(d) shows the simulated power distribution of the reflection and transmission from the metalens. The metalens effectively reflects the wave and focuses it tightly near the diffraction limit to a spot of only $2.8\lambda \times 0.9\lambda$ size ($1/e^2$ beamwidth). The extremely strong focusing ability of the designed metalens provides the focal length of only $f = 0.65\lambda$ and high energy gain of 8.8 in the spot. The unprecedentedly short focal length of our metalens is significantly smaller than those of conventional and other metamaterial-based lenses [7,8,28]. The f number (the ratio of the focal length to the aperture diameter of a lens f/D) for the designed metalens comes to 0.23 and can be further decreased by increasing the aperture, which in this example is only 2.8λ . Such a small f number of the metalens allows gathering more power and generally provides a brighter image. It should be noted that the metalens possesses asymmetrical focusing properties with respect to the propagation direction of incident waves (see Ref. [23]). An additional weak spot behind the metalens seen in Fig. 2(d) is caused by imperfections in the inclusions shape that affect the near-zone fields.

The operation of the two proposed metamirrors was verified by conducting measurements inside a parallel-plate waveguide. The measurement characterization is described in detail in Ref. [23]. The electric field distribution of the incident and reflected waves from the metamirror reflecting normally incident waves at an angle $\theta = 45^\circ$ are shown in Figs. 3(a) and 3(b), respectively. The metalens operating in free space and described in Figs. 2(c) and 2(d) cannot be modeled in a waveguide due to the axial symmetry of the

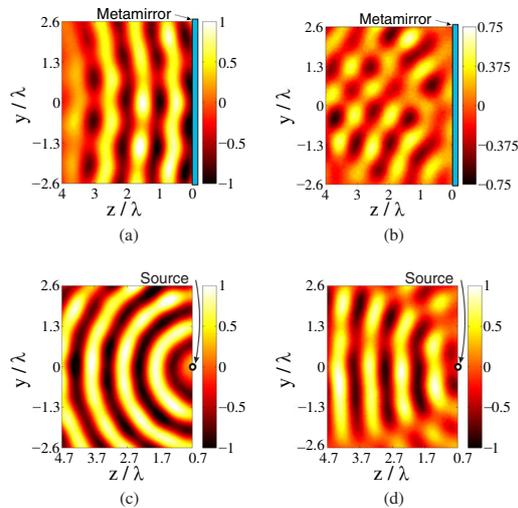


FIG. 3 (color online). Distribution of the measured (a) incident and (b) reflected copolarized electric field in the waveguide for a metamirror reflecting normally incident waves at an angle $\theta = 45^\circ$. The source in (a) and (b) is located at point $z = 14\lambda$. Distribution of the measured (c) incident and (d) reflected copolarized electric field for a metalens in the waveguide. The metalens in (c) and (d) is positioned at point $z = 0$.

lens. Therefore, we manufacture a metalens with mirror symmetry along the xz plane focusing reflected waves in the line parallel to the x axis in the focal plane. To analyze the metalens, we position the source of an incident cylindrical wave in its focal plane (at a distance of $f = 0.65\lambda = 39$ mm). Based on the reciprocity principle, the metalens illuminated by an incident cylindrical wave from the focal point [shown in Fig. 3(c)] totally reflects a wave with a plane wave front [shown in Fig. 3(d)].

The above examples clearly demonstrate that arrays of small inclusions can fully reflect electromagnetic waves with any desired phase distribution. Control over the reflection amplitude can be realized simply by adjusting the loss parameter of the inclusions' material. Providing full control of reflected wave fronts, metamirrors are nearly transparent outside of the operational frequency band (see Ref. [23]). This unique feature leads to a variety of exciting applications over the entire electromagnetic spectrum. At microwaves, being practically transparent at infrared and visible frequencies, metamirrors have a clear potential for breakthroughs in the design of antennas for various applications, in particular, for satellites and radio astronomy. For example, the proposed layer can work as a large parabolic reflector for radio waves, while being deposited on a flat surface of a thin transparent film, dramatically simplifying deployment, or even on solar-cell panels of a satellite, not disturbing the panel operation. In radio astronomy as well as in satellite technologies, it will

become possible to realize multifrequency or multibeam antennas using a parallel stack of such layers, each tuned to emulate parabolic reflectors at different frequencies and, if needed, with different focal points. Another exciting possibility is to exploit the extremely small focal distance of the proposed metalens, for instance, realizing extremely low-profile conformal antennas for mobile communications (the metasurface does not have to be flat and can be conformal to any object). The proposed concept may be scaled down to shorter wavelengths for a broad range of applications in nanophotonics and integrated optics. In particular, the proposed focusing metamirrors will open up new opportunities for micro- and nanoscale wavelength demultiplexing and nanosensing. Metalenses with the unprecedentedly small f/D ratio provide huge concentration of optical energy that can be used for enhancing sensitivity of imaging and probing instruments at nanoscale.

This work was supported in part by the Nokia Foundation. The authors thank Professor N. Engheta for useful discussions concerning scattering properties of the designed metamirrors and M. Albooyeh for help with postprocessing of the simulated results.

*Corresponding author.
viktar.asadchy@aalto.fi

- [1] J. M. Enoch, History of mirrors dating back 8000 years, *Optom. Vis. Sci.* **83**, 775 (2006).
- [2] N. Yu and F. Capasso, Flat optics with designer metasurfaces, *Nat. Mater.* **13**, 139 (2014).
- [3] D. M. Pozar, S. D. Targonski, and H. D. Syrigos, Design of millimeter wave microstrip reflectarrays, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **45**, 287 (1997).
- [4] N. Misran, R. Cahill, and V. F. Fusco, RCS reduction technique for reflectarray antennas, *Electron. Lett.* **39**, 1630 (2003).
- [5] A. V. Kildishev, A. Boltasseva, and V. M. Shalaev, Planar photonics with metasurfaces, *Science* **339**, 1232009 (2013).
- [6] N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction, *Science* **334**, 333 (2011).
- [7] X. Ni, S. Ishii, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, Ultrathin, planar, Babinet-inverted plasmonic metalenses, *Light Sci. Appl.* **2**, e72 (2013).
- [8] F. Monticone, N. M. Estakhri, and A. Alù, Full Control of Nanoscale Optical Transmission with a Composite Metascreen, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 203903 (2013).
- [9] C. Pfeiffer and A. Grbic, Metamaterial Huygens' Surfaces: Tailoring Wave Fronts with Reflectionless Sheets, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 197401 (2013).
- [10] C. Pfeiffer, N. K. Emani, A. M. Shaltout, A. Boltasseva, V. M. Shalaev, and A. Grbic, Efficient light bending with isotropic metamaterial Huygens' surfaces, *Nano Lett.* **14**, 2491 (2014).
- [11] F. Wang, Q.-H. Wei, and H. Htoon, Generation of steep phase anisotropy with zero-backscattering by arrays of coupled dielectric nano-resonators, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 121112 (2014).
- [12] C. Pfeiffer and A. Grbic, Controlling Vector Bessel Beams with Metasurfaces, *Phys. Rev. Applied* **2**, 044012 (2014).
- [13] S. Sun, K.-Y. Yang, C.-M. Wang, T.-K. Juan, W. T. Chen, C. Y. Liao, Q. He, S. Xiao, W.-T. Kung, G.-Y. Guo, L. Zhou, and D. P. Tsai, High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient meta-surfaces, *Nano Lett.* **12**, 6223 (2012).
- [14] A. Pors, M. G. Nielsen, R. L. Eriksen, and S. I. Bozhevolnyi, Broadband focusing flat mirrors based on plasmonic gradient metasurfaces, *Nano Lett.* **13**, 829 (2013).
- [15] A. Pors and S. I. Bozhevolnyi, Plasmonic metasurfaces for efficient phase control in reflection, *Opt. Express* **21**, 27438 (2013).
- [16] M. Farmahini-Farahani and H. Mosallaei, Birefringent reflectarray metasurface for beam engineering in infrared, *Opt. Lett.* **38**, 462 (2013).
- [17] M. Esfandyarpour, E. C. Garnett, Y. Cui, M. D. McGehee, and M. L. Brongersma, Metamaterial mirrors in optoelectronic devices, *Nat. Nanotechnol.* **9**, 542 (2014).
- [18] M. Kim, A. M. H. Wong, and G. V. Eleftheriades, Optical Huygens' Metasurfaces with Independent Control of the Magnitude and Phase of the Local Reflection Coefficients, *Phys. Rev. X* **4**, 041042 (2014).
- [19] M. Veysi, C. Guclu, O. Boyraz, and F. Capolino, Thin anisotropic metasurfaces for simultaneous light focusing and polarization manipulation, *J. Opt. Soc. Am. B* **32**, 318 (2015).
- [20] C. Saeidia and D. Weide, Wideband plasmonic focusing metasurfaces, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 053107 (2014).
- [21] Y. Radi, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, Tailoring reflections from thin composite metamirrors, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **62**, 3749 (2014).
- [22] A. N. Serdyukov, I. V. Semchenko, S. A. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science, Amsterdam, 2001).
- [23] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.114.095503> for additional information on the design and measurement characterization of the proposed metamirrors.
- [24] S. Campione, L. I. Basilio, L. K. Warne, and M. B. Sinclair, Tailoring dielectric resonator geometries for directional scattering and Huygens' metasurfaces, *Opt. Express* **23**, 2293 (2015).
- [25] V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Y. Radi, and S. A. Tretyakov, Determining polarizability tensors for an arbitrary small electromagnetic scatterer, *Photon. Nanostr. Fundam. Appl.* **12**, 298 (2014).
- [26] G. R. Keiser, A. C. Strikwerda, K. Fan, V. Young, X. Zhang, and R. D. Averitt, Decoupling crossover in asymmetric broadside coupled split-ring resonators at terahertz frequencies, *Phys. Rev. B* **88**, 024101 (2013).
- [27] Y. Cheng, H. Yang, Z. Cheng, and B. Xiao, A planar polarization-insensitive metamaterial absorber, *Photon. Nanostr. Fundam. Appl.* **9**, 8 (2011).
- [28] J. Neu, B. Krolla, O. Paul, B. Reinhard, R. Beigang, and M. Rahm, Metamaterial-based gradient index lens with strong focusing in the THz frequency range, *Opt. Express* **18**, 27748 (2010).

Supplementary material for the paper
“Functional metamirrors using bianisotropic
elements”

Viktar Asadchy, Younes Ra'di, Joni Vehmas, and Sergei Tretyakov

1 Phase variations along the surface of the proposed metamirrors

In the main text, we introduce metamirrors formed by single planar periodical arrays of sub-wavelength inclusions polarizable both electrically and magnetically. The geometry of a generic metamirror at the related coordinate system is illustrated in Fig. 1(a).

The metamirror reflecting normally incident plane waves at an angle $\theta = 45^\circ$ requires periodic phase variations from 0 to 2π . In our design each period d of the metamirror is discretized into 6 unit cells consisting of different sub-wavelength inclusions providing discrete phase shifts. The required phase variations at the metamirror surface within one period d are plotted in Fig. 1(b). The metalens, described in the main text, is composed of 6 concentric arrays of sub-wavelength inclusions. The required phase variations of the inclusions is plotted in Fig. 1(c).

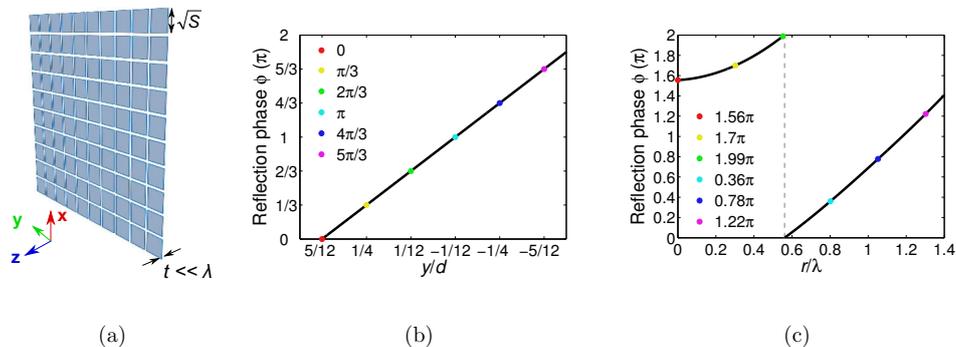


Figure 1: (a) An illustration of a generic, optically thin metamirror. (b) The solid curve shows the required phase variations at the metamirror surface within one period d . The dots of different colors show the phase that is provided by the different designed inclusions. (c) The solid curve shows the required phase variations at the metalens surface versus the distance to the center of the lens r . The dots of different colors show the phase that is provided by the designed inclusions in the different concentric arrays.

2 Inclusions of the proposed metamirrors

In order to ensure full control over reflected wave phase, we exploit inclusions possessing both electric and magnetic response, as well as magnetoelectric coupling. Such properties can be achieved in particular with copper inclusions shown in Fig. 2. They incorporate electrically polarizable straight wires (with the lengths l_1 and l_2) connected to magnetically polarizable wire loops (with the radii R_1 and R_2). An external electric field along the x -axis excites an electric dipole moment in the straight wires. Moreover, due to the connection between the straight wires and the loop, the external electric field excites also a magnetic moment in the loop. This feature of the inclusions is called magnetoelectric

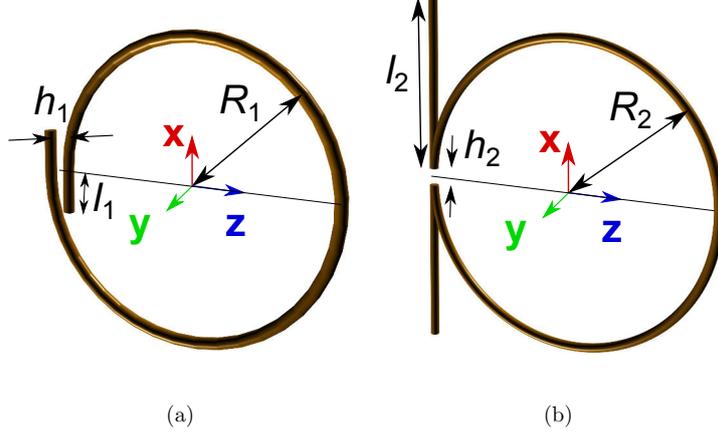


Figure 2: Two types of bianisotropic omega inclusions: (a) So-called twisted omega inclusion (hereinafter, first type); (b) Inclusion with shape of the letter Ω (hereinafter, second type).

coupling, i.e. electric and magnetic responses of the inclusions are coupled. Likewise, an external magnetic field along the y -axis excites a magnetic moment in the loop and an electric dipole moment in the straight wires. The magnetoelectric coupling effect opens up an additional degree of freedom for designing metasurfaces with extreme properties, in particular, metamirrors. The loops of the inclusions, in addition to the magnetic response, are also electrically polarizable along the x -axis. Therefore, the electric polarizability of the whole particle equals to either the sum (the inclusion in Fig. 2(a)) or the difference (the inclusion in Fig. 2(b)) of the polarizabilities of the straight wire and loop parts, which leads to different electromagnetic response. The inclusions of the first type (Fig. 2(a)) effectively reflect waves with the phase from $-\pi/2$ to $+\pi/2$. The inclusions of the second type (Fig. 2(b)) allow one to cover the reflected wave phases from $\pi/2$ to $3\pi/2$.

In our experimental samples we use copper wires of the diameter of 0.55 mm. The capacitive gaps $h_1 = 0.8$ mm and $h_2 = 0.4$ mm are identical in all the inclusions of the studied metamirrors. All the other dimensions as well as locations of the inclusions are given in Table 1 and Table 2.

Table 1: Dimensions of the inclusions and their locations within the period of the metamirror.

Location along the y -axis within the period d	Type of an inclusion	Loop radius, mm	Length of the straight wires, mm	Phase of the backscattered wave
$-5d/12$	First	$R_1 = 2.79$	$l_1 = 1.29$	$5\pi/3$
$-d/4$	Second	$R_2 = 3.43$	$l_2 = 3.49$	$4\pi/3$
$-d/12$	Second	$R_2 = 2.88$	$l_2 = 5.42$	π
$d/12$	Second	$R_2 = 3.35$	$l_2 = 4.01$	$2\pi/3$
$d/4$	First	$R_1 = 3.01$	$l_1 = 1.00$	$\pi/3$
$5d/12$	First	$R_1 = 2.28$	$l_1 = 2.84$	0

Table 2: Dimensions of the inclusions and their locations in the metalens. The first six inclusions correspond to the inclusions in Fig. 2(c) in the main text.

Distance to the center of the lens r , mm	Type of an inclusion	Loop radius, mm	Length of the straight wires, mm	Phase of the backscattered wave, $^\circ$	Position of the straight wires
0	First	$R_1 = 3.45$	$l_1 = 0.57$	280	$-z$ half-space
18	First	$R_1 = 2.66$	$l_1 = 1.50$	306	$-z$ half-space
33	First	$R_1 = 2.27$	$l_1 = 2.87$	0	$-z$ half-space
48	First	$R_1 = 3.19$	$l_1 = 0.83$	65	$+z$ half-space
63	Second	$R_2 = 3.45$	$l_2 = 5.26$	140	$+z$ half-space
78	Second	$R_2 = 3.49$	$l_2 = 5.04$	218	$-z$ half-space
93	First	$R_1 = 2.66$	$l_1 = 1.50$	306	$-z$ half-space
108	First	$R_1 = 2.50$	$l_1 = 1.90$	27	$+z$ half-space
123	Second	$R_2 = 3.77$	$l_2 = 3.55$	113	$+z$ half-space
138	Second	$R_2 = 3.33$	$l_2 = 5.79$	207	$-z$ half-space
153	First	$R_1 = 3.16$	$l_1 = 0.88$	285	$-z$ half-space
168	First	$R_1 = 2.44$	$l_1 = 2.09$	19	$+z$ half-space

3 Experimental realization

The operation of the two proposed metamirrors was verified by conducting measurements inside a parallel-plate waveguide. The sub-wavelength inclusions of the metamirrors can be represented as coupled vertical electric and horizontal magnetic dipoles. According to the image theory, by placing a one-dimensional array of such inclusions inside a parallel-plate waveguide with the height equal to the array period, we can effectively emulate the two-dimensional scenario in free space where the structure is infinitely periodic in the vertical x -direction. The incident waves with the x -oriented electric field are generated by a vertical coaxial feed, as described in more detail in the next section. At the operating frequency of the metamirrors only transverse electromagnetic (TEM) waves, with the electric and magnetic fields orthogonal to the propagation direction, can propagate without attenuation in the waveguide. The spatial distribution of the x -component (the other components are negligible with the described incidence and geometry) of the electric field inside the waveguide is measured through a copper mesh embedded in the bottom plate using a movable coaxial probe positioned under the mesh. The mesh does not significantly disturb the field distribution inside the waveguide since the mesh period is much smaller than the wavelength. In order to visualize the reflected (back-scattered) fields from a metamirror, we have conducted two sets of measurements. In the first set, we measure the field distribution of an incident wave propagating in the empty waveguide. The second set implies measurement of the total electric field (incident and reflected) in

the waveguide in the presence of the metamirror. Consequently, the reflected field values can be found by subtracting the incident fields in the first measurement from the total fields in the second measurement.

First, we analyze the metamirror reflecting normally incident plane waves to an angle $\theta = 45^\circ$ from the normal. The manufactured metamirror (Fig. 3(a)) is positioned at a distance of 80 cm (about 14 operating wavelengths) from the feed (Fig. 3(c)). At this

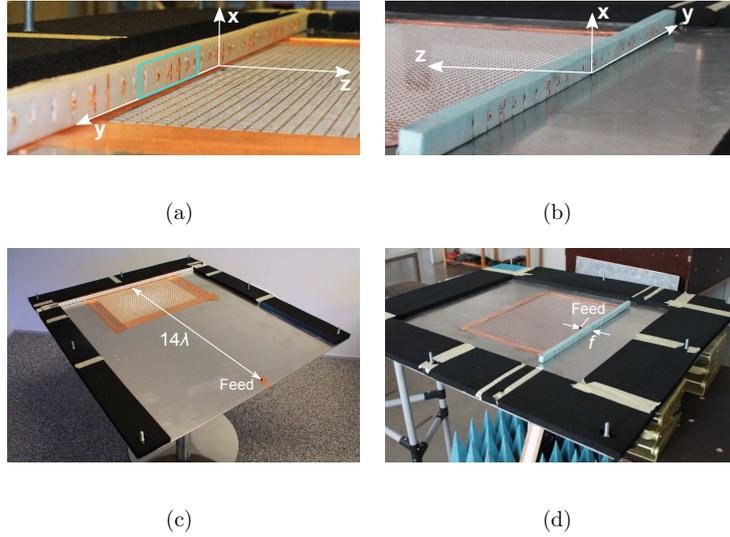


Figure 3: Experimental realization. (a) Fabricated metamirror for changing direction of the reflection wavefronts. The blue box shows the period of the metamirror along the x and y -axis. (b) Fabricated metalens consisted of 23 sub-wavelength inclusions. (c-d) Experimental setups for metamirrors in (a) and (b), respectively. The top metal plates of the waveguides are removed.

distance, cylindrical waves radiated by the feed can be considered as nearly plane waves. The electric field distribution of the incident, total and extracted reflected waves from

the metamirror at a frequency 5.2 GHz are shown in Fig. 4(a)–4(c). Figures 4(d)–4(f)

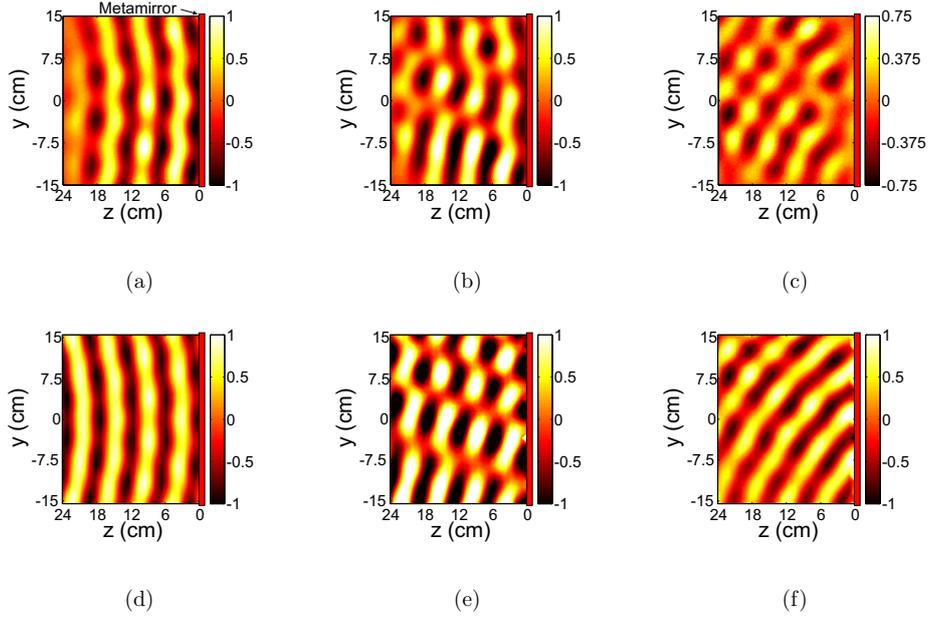


Figure 4: Experimental verification of the anomalous reflection. (a-c) Distribution of the measured co-polarized electric field in the waveguide for a metamirror reflecting normally incident waves at an angle $\theta = 45^\circ$. (a) The field distribution of an incident wave in the empty waveguide. (b) The field distribution in the presence of the metamirror (interference of the incident and reflected waves). (c) The field distribution of the reflected wave. (e-f) Corresponding electric field distributions from full-wave numerical simulations of the measurements in a waveguide. The source of incident cylindrical waves is located at point $z = 14\lambda$.

show the corresponding field distributions achieved with full-wave numerical simulations of the experimental setup at the frequency 5 GHz. The metamirror totally reflects a normally incident plane wave from the $+z$ -direction (Figs. 4(a) and 4(d)) to an angle

$\theta = 45^\circ$ from the normal (Figs. 4(c) and 4(f)). The measured and simulated results are in good agreement and manifest the desired functionality of the metamirror predicted by our theory. The reduced amplitude of the reflected wavefront, as seen from Fig. 4(e), can be caused by insufficient sensitivity of the measuring probe and the presence of non-zero horizontal components of the total electric field in the waveguide. The small difference of the optimal operating frequencies for the measured and simulated data can be explained by inaccuracies in the dimensions of the manufactured inclusions.

The metalens shown in Fig. 6 of the main text cannot be studied in a planar waveguide due to the axial symmetry of the lens. Therefore, we manufacture a metalens with mirror symmetry along the xz -plane focusing reflected waves into a line parallel to the x -axis in the focal plane (Fig. 3(b)). In the waveguide scenario we increase the number of the inclusions of the lens to 23 (see Table 2). To analyze the metalens, we position the feed in the focal plane as shown in Fig. 3(d) (at the distance of $f = 0.65\lambda = 39$ mm). Based on the reciprocity principle, the metalens illuminated by an incident cylindrical wave from the feed should reflect a plane wave. Similarly to the previous case, the electric field distributions are plotted in Figs. 5(a)–5(f). An incident cylindrical wave radiated from the focal point of the metalens (Figs. 5(a) and 5(d)) is totally reflected with a plane wavefront (Figs. 5(c) and 5(f)). The measured and simulated data confirm the desired performance of the metalens. The above examples clearly demonstrate that arrays of small inclusions can fully reflect electromagnetic waves with any desired phase distribution.

4 Metamirror fabrication and measurement characterization

The inclusions of the metamirrors were manually manufactured of copper wires with 0.55 mm diameter and embedded in the supporting material. The first example metamirror consisted of 54 inclusions of six different types (described in Table 1) positioned periodically along the y -axis as shown in Fig. 3(a). The distance between the adjacent inclusions was 14.14 mm. The metalens consisted of 23 inclusions (see Table 2) having mirror symmetry along the x -axis. The location of each inclusion is specified in Table 2.

A parallel-plate waveguide with the dimensions 80 cm \times 90 cm (along the y and z -axis, respectively) had the height of 14.1 mm and 15 mm for the cases of the anomalously reflecting metamirror and the metalens, respectively. The waveguide was fed with a stationary vertical coaxial feed. The inner conductor of the feed was connected to the bottom plate and the outer conductor to the top plate. The feed was positioned in the first and the second experimental setups at a distance of 80 cm and 39 mm from the metamirror, respectively. The manufactured one-dimensional metamirrors were positioned parallel to the edge of the waveguide at distances from the feed described in the previous section. The vertical coaxial probe positioned about 5 mm under the mesh measured near fields penetrated through the mesh. The 25 cm \times 35 cm copper mesh had the period of 5 mm and the strip width of 1 mm. In the first experimental setup the mesh was located directly in front of the metamirror. In the second experimental setup the center of the mesh was positioned at a distance of 161 mm from the metalens. Microwave absorbing material

blocks of 10 cm width were placed at the edges of the waveguide to reduce reflections. The stationary coaxial feed was connected to port 1 of Agilent Technologies' E8363A vector network analyzer, while the probe was connected to port 2. A field scanning system including the vector network analyzer and a PC connected to two moving platforms (along y - and z -directions) manufactured by Physik Instrumente was used to scan the field under the mesh in the horizontal plane. The scanning system measured transmission coefficient from port 1 to port 2 S_{21} automatically with the step of 2.5 mm. The scanned area 30 cm \times 24 cm (120 \times 96 measurement points) was positioned in the center of the metal mesh. The spatial distribution of the transmission coefficient represents distribution of the x -component of the electric field.

5 Frequency bandwidth of the proposed metamirrors and the response to illumination from the opposite side

The criterion for the frequency bandwidth of the metamirror was chosen based on the half-power bandwidth of the desired reflection signal level. The upper and lower bounds of the operational band were defined as the frequencies at which one half of the incident power is reflected. The plots in Figs. 6(a) and 6(b) demonstrate that even at the edges of the operational frequency band the metamirror efficiently tilts the wavefront of reflection at the angle of 45 degrees.

The operation of both proposed metamirrors for illumination from the opposite direction ($-z$ -direction) is illustrated in Figs. 6(c) and 6(d).

6 Operation of the proposed metamirrors outside of the operational frequency band

A unique feature of the proposed metamirrors lies in the ability to be nearly transparent outside of the operational frequency band. The plot in Fig. 7(a) demonstrates reflection and transmission properties of the metamirror tilting the reflection wavefront at an angle of 45 degrees. One can see that outside of the frequency range from 4.45 GHz to 5.55 GHz the metamirror transmits more than 90% of the incident power. Polarization transformations do not occur at all the frequencies.

The finite size of the metalens does not allow to measure both reflection and transmission coefficients. In order to estimate transparency of the metalens outside of the operational frequency range, we measured the total scattered power. Outside of the frequency range from 4.37 GHz to 5.54 GHz the metalens scatters less than 10% of the incident power. The plots in Figs. 7(b) and 7(c) demonstrate wave propagation through the metalens at these boundary frequencies. It is seen that the metalens does not distort the field distribution of an incident wave being nearly transparent at these frequencies.

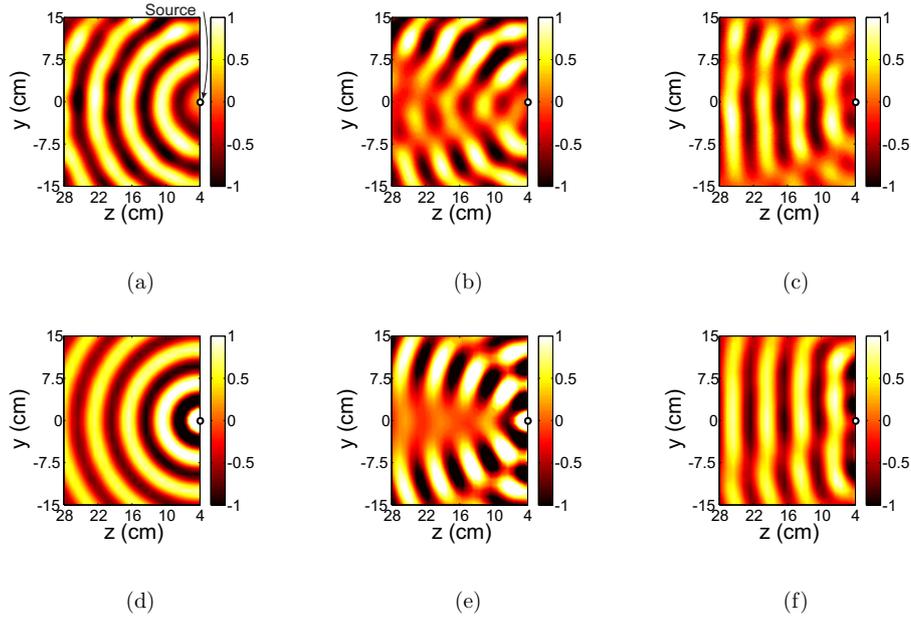


Figure 5: Experimental verification of the metalens operation. (a-c) Distribution of the measured co-polarized electric field for a metalens in the waveguide. (a) The field distribution of an incident cylindrical wave radiated by the feed in the empty waveguide. The feed is positioned at the focal point of the lens. (b) The field distribution in the presence of the metalens (interference of the cylindrical incident and plane reflected waves). (c) The field distribution of the reflected wave. (e-f) Corresponding electric field distributions from full-wave numerical simulations of the measurements in a waveguide. The metalens is positioned at point $z = 0$.

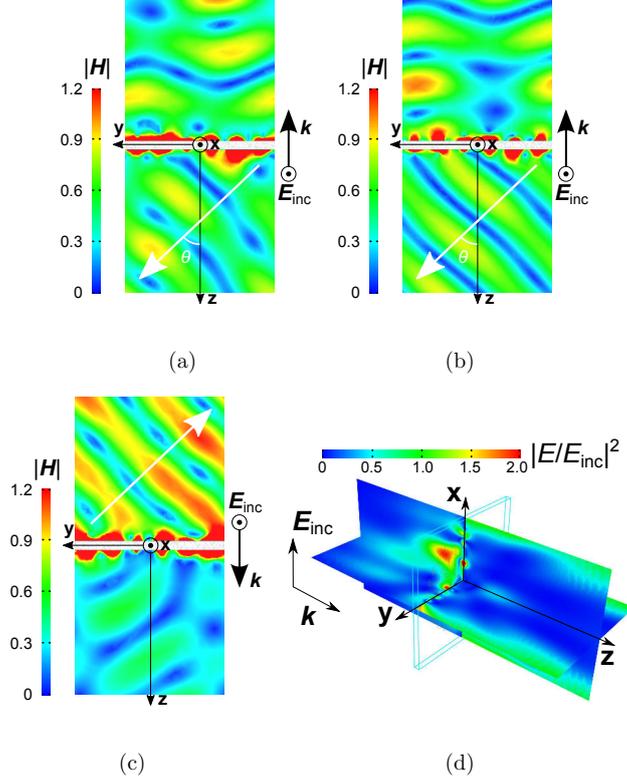
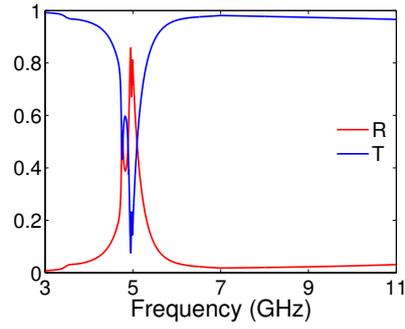
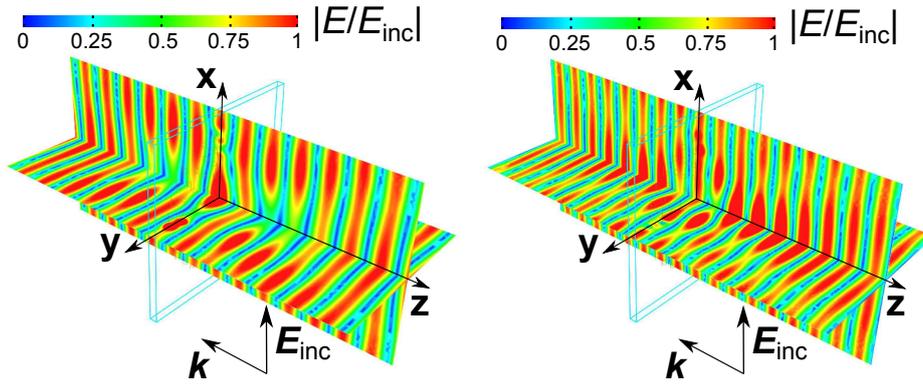


Figure 6: (a-b) Magnetic field distribution (normalized to the magnetic field of the incident wave) of the transmitted (the $-z$ half-space) and reflected (the $+z$ half-space) waves. (a) Operation at 4.87 GHz (lower bound). (b) Operation at 5.12 GHz (upper bound). (c) Magnetic field distribution (normalized to the magnetic field of the incident wave) of the transmitted (the $+z$ half-space) and reflected (the $-z$ half-space) waves at 5 GHz. The structure operates nearly identically for illumination of its both sides. (d) Power density distribution (normalized to the incident power density) of the transmitted (the $+z$ half-space) and reflected (the z half-space) waves. The power intensity maps are depicted on two orthogonal cross-section planes (the xz and yz -planes). The focusing effect is drastically decreased for illumination from the opposite side.



(a)



(b)

(c)

Figure 7: (a) Full-wave simulations results for the first proposed metamirror (infinite periodic structure). The red and blue curves represent the reflection and transmission coefficients (power quantities) of the structure, respectively. (b-c) Distribution of total electric field (normalized to the electric field of the incident wave). (b) Operation at 4.37 GHz (lower bound). (c) Operation at 5.54 GHz (upper bound).

Публикация 4

V.S. Asadchy, M. Albooyeh, and S.A. Tretyakov “Optical metamirror: all-dielectric frequency-selective mirror with fully controllable reflection phase”, *Journal of the Optical Society of America B*, 33, issue 2, A16–A20 (2016). [invited paper]

Вклад автора

М. Албуе предложил идею для статьи и провёл аналитические расчёты в Параграфе 2. Автор спроектировал метаповерхность, провёл численное моделирование и интерпретацию результатов. Все со-авторы приняли участие в редактировании статьи. Результаты были получены под руководством Проф. С.А. Третьякова.

Optical metamirror: all-dielectric frequency-selective mirror with fully controllable reflection phase

VIKTAR ASADCHY, MOHAMMAD ALBOOYEH,* AND SERGEI TRETYAKOV

Department of Radio Science and Engineering, Aalto University, P.O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland
*Corresponding author: mohammad.albooyeh@gmail.com

Received 31 August 2015; revised 29 October 2015; accepted 29 October 2015; posted 5 November 2015 (Doc. ID 249003);
published 8 December 2015

Light control in conventional optical components relies on gradual phase changes along the light path. New artificial composites, so-called metasurfaces, offer possibilities for abrupt phase variations over the subwavelength scale. These functionalities pave the way for fundamentally new phenomena, such as anomalous refraction and reflection. Whereas full manipulation of refracted light can be attained with translucent dielectric Huygens' composites, known means of full control of reflected beams still require reflector-backed structures which block light propagation at all spectrum. In this work, we demonstrate the first design of an all-dielectric frequency-selective mirror, a so-called metamirror, which provides desired high-efficiency manipulation of reflected light (in our example, realizing a focusing reflector) at the telecommunication wavelength of 1.5 μm , being practically transparent at other frequencies. The results can lead to a variety of new devices for telecommunications, integrated and nano-optics, and light energy harvesting. © 2015 Optical Society of America

OCIS codes: (160.3918) Metamaterials; (160.4236) Nanomaterials; (120.5700) Reflection; (120.5710) Refraction; (290.0290) Scattering.

<http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.33.000A16>

1. INTRODUCTION

Since ancient times people have been interested in finding and creating materials with useful optical properties. Engineering the dielectric permittivity and adjusting the shape of material samples have enabled creation of basic optical elements, such as lenses, optical plates, and mirrors. However, this approach does not provide general light control. Because light is an electromagnetic wave with electric and magnetic field components, its propagation in a material is characterized by both electric and magnetic material responses. Therefore, to engineer optical elements with general possible properties, it is essential to also achieve magnetic polarization in matter.

Creation of perceptible magnetic response in conventional materials at optical frequencies is impossible due to the small contribution of the electron's spin at high frequencies [1]. An effective solution to this constraint has been provided by contemporary artificial composite materials, called metamaterials [2]. Such composites consist of a host medium with embedded resonant inclusions, for example, metallic nanoparticles. At the resonance of the inclusions, the properties of the metamaterial drastically change and can be engineered. Recently it was demonstrated that thin metamaterial layers (metasurfaces; see, e.g., [3]), realized as arrays of optical resonators with

spatially varying phase response and subwavelength period, can pave the way to fundamentally new phenomena in light-matter interaction, such as anomalous reflection and refraction [4]. While efficient and complete manipulation of refracted light has been recently accomplished with dielectric Huygens' films [5,6], known designs of anomalously reflecting structures are metal-backed and absolutely impenetrable in the whole visible and infrared range [7–11]. Mirror-free reflecting metasurfaces could drastically increase application possibilities, paving the way for multifunctional and multifrequency devices which combine several independent metasurfaces operating at different frequencies.

Recently, a conceptually different design of frequency-selective metamirrors was proposed, based on the use of bianisotropic metal resonators [12,13]. These metamirrors provide high-efficiency and full control over the reflected wavefronts in a specific frequency range in microwaves, remaining transparent and invisible outside of this range. Metamirrors can find a variety of important and unique applications in microwaves; however, for applications in optics, new approaches to practical realizations need to be found.

Down-scaling the metasurfaces' elements working in microwaves to gain the same properties in optics has always been

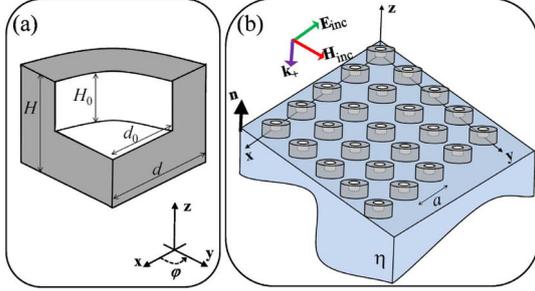


Fig. 1. (a) One quarter of a bianisotropic silicon omega nanoparticle. The particle can be completed by rotation of the sketched part around the z -axis. The asymmetry of the particle in the z -direction provides its bianisotropic response. (b) A periodic planar array of the particles in Fig. 1(a) located on top of a substrate with the normalized (to free space) characteristic impedance η .

challenging [14–17]. These challenges are twofold. First, they must be regarded within manufacturing limitations. For example, arrays of conducting bianisotropic wire elements as in [13] are feasible only at microwave frequencies. It is quite problematic to manufacture arrays of curved metal wires for operation in optics. Second, most of the known optical metasurfaces with metal inclusions operate at the resonance and are inevitably lossy due to the presence of free carriers in metals [18,19], and therefore the magnetic response saturates due to the plasmonic properties of metals [14,15,20].

Quite recently, a low-loss alternative solution for the excitation of magnetic response in metasurfaces has been proposed [21–27]. The proposed solution is based on the use of resonances in high-index dielectric nanoparticles as elements of metasurfaces. Indeed, the possibility of using magnetic resonant mode provides an extra degree of freedom in the design. Furthermore, as proposed in [13], one more degree of freedom in metasurface design can be achieved by introducing bianisotropic response (magnetolectric coupling) (electric response of a material to the magnetic excitation and vice versa, i.e., magnetic response of a material to an external electric field). A design solution utilizing bianisotropic, so-called omega [28] response, from an all-dielectric nano-element was proposed in [29]. It was shown that an asymmetrically drilled dielectric cylinder [see Fig. 1(a)] provides asymmetric bianisotropic response.

In this study, we exploit the advantages of all-dielectric metasurfaces with bianisotropic elements in order to find a design solution for the realization of metamirrors' concept [13] in optics. As an example, we design a frequency-selective lens containing a single periodic array of bianisotropic nanoblocks proposed in [29].

2. THEORY

Let us consider a dense planar periodic array of dipole resonant bianisotropic particles [29] located in the xy -plane and on top of an isotropic substrate with the normalized (to free space) characteristic impedance η [see Fig. 1(b)]. This metasurface

is normally illuminated by a plane wave propagating along the $-z$ -direction. The constitutive material relations for a general bianisotropic metasurface, which refer the induced electric \mathbf{p} and magnetic \mathbf{m} dipole moments in the inclusions to the incident fields, are given by [28,30]

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= \hat{\hat{\alpha}}_e \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}} + \hat{\hat{\alpha}}_{\text{em}} \cdot \mathbf{H}_{\text{inc}}, \\ \mathbf{m} &= \hat{\hat{\alpha}}_{\text{me}} \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}} + \hat{\hat{\alpha}}_m \cdot \mathbf{H}_{\text{inc}},\end{aligned}\quad (1)$$

where $\hat{\hat{\alpha}}_e$, $\hat{\hat{\alpha}}_{\text{em}}$, $\hat{\hat{\alpha}}_{\text{me}}$, and $\hat{\hat{\alpha}}_m$ are the collective electric, electro-magnetic, magneto-electric, and magnetic polarizability tensors of the unit cell, which are normalized to the impedance of free space.

We assume that the array period of the proposed metasurface is small compared to the wavelength; therefore, the induced moments on the metasurface can be modeled by surface-averaged currents [31–33]. The electric fields of the reflected and transmitted waves from this current sheet located on the substrate are given by [34]

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_r &= \left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right)\mathbf{E}_{\text{inc}} + \frac{i\omega}{\eta+1}[\eta\mathbf{p}_t - \mathbf{n} \times \mathbf{m}_t], \\ \mathbf{E}_t &= \left(\frac{2}{\eta+1}\right)\mathbf{E}_{\text{inc}} + \frac{i\omega}{\eta+1}[\mathbf{p}_t + \mathbf{n} \times \mathbf{m}_t],\end{aligned}\quad (2)$$

where ω is the angular frequency, \mathbf{p}_t and \mathbf{m}_t are the tangential components of the dipole moments, and the time dependence is assumed to be $e^{-i\omega t}$. Moreover, \mathbf{n} is the unit vector normal to the metasurface plane [see Fig. 1(b)]. The omega inclusions are isotropic in the plane of the metasurface, i.e., the xy -plane.

Expressions for the radiated fields (2) illustrate that two sets of waves are created in this configuration: the reflected and transmitted plane waves due to the media contrast and the secondary plane waves radiated by the induced electric and magnetic currents of the metasurface. While the first set represents well-known Fresnell's expressions for an interface,

$$\mathbf{E}_r^{\text{subs}} = \left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right)\mathbf{E}_{\text{inc}}, \quad \mathbf{E}_t^{\text{subs}} = \left(\frac{2}{\eta+1}\right)\mathbf{E}_{\text{inc}}, \quad (3)$$

the second set of the secondary waves from the inclusions can be represented as follows [30,34],

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{back}} &= \frac{i\omega}{S(\eta+1)}[\eta\alpha_e + (\eta+1)\alpha_{\text{me}} - \alpha_m]\mathbf{E}_{\text{inc}}, \\ \mathbf{E}_{\text{forw}} &= \frac{i\omega}{S(\eta+1)}[\alpha_e + \alpha_m]\mathbf{E}_{\text{inc}},\end{aligned}\quad (4)$$

where S is the unit cell area and α_e , α_{me} , and α_m are the individual (free-space) polarizabilities of single omega inclusions in the xy -plane. In the transition from Eqs. (1) and (2) to Eq. (4) we used a condition held for all omega-type inclusions made from a single piece of metal or dielectric: $\alpha_{\text{me}} = -\alpha_{\text{em}}$.

In order to provide zero transmission from the proposed configuration, a destructive interference of the transmitted wave through the substrate and the forward scattered wave by the metasurface is required, that is, $\mathbf{E}_{\text{forw}} = -\mathbf{E}_t^{\text{subs}}$. Moreover, full reflection with a desired phase ϕ is possible, if $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_r^{\text{subs}} + \mathbf{E}_{\text{back}} = e^{-i\phi}\mathbf{E}_{\text{inc}}$.

It can be noticed from Eqs. (2) and (4) that besides the electric and magnetic polarizabilities, there are two more

degrees of freedom to engineer the reflected and transmitted waves, that is, the substrate characteristic impedance and the magneto-electric coupling characterized by α_{me} . As was shown in [12], design of a metamirror consisting of only electric and magnetic dipolar inclusions implies many practical difficulties. In that case, the inclusions must operate in a metamirror at their nonresonant frequencies and be adjusted individually and very precisely, taking into account their mutual interactions. The additional degrees of freedom associated with the magneto-electric coupling in the present design provide straightforward practical solution for full control of the amplitude and phase of the reflection from the metasurface. In the next section, we show that, keeping the unit amplitude of reflection, its phase can be tuned by changing the dimensions of the omega inclusions.

3. FOCUSING METAMIRROR

In this section, we use the proposed bianisotropic omega elements [see Fig. 1(a)] in order to demonstrate the design of an all-dielectric frequency-selective focusing metamirror. An omega bianisotropy is referred to the case when the induced electric and magnetic dipole moments in particles (or material) are orthogonal to one another and the response of the particles is reciprocal. It is shown in [29] that if an omega inclusion is properly designed, its higher-order responses to electromagnetic waves can be neglected in a specific frequency range and it can be considered as a magneto-electric dipole radiator. In order to obtain a reflecting metalens, we construct a single planar array of such inclusions that fulfils the following requirements. First, there should be no transmitted wave at the resonance. Second, the reflected waves from the array must constructively interfere at a certain point (focal point) in front of the metasurface at the resonance frequency. We consider a symmetric metalens which confines electromagnetic waves on its axial line. The required phase distribution of the reflected field at distance r from the lens center is given by

$$\phi(r) = \phi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{r^2 + f^2}. \quad (5)$$

Here, f is the focal distance, λ is the operational wavelength, and ϕ_0 is an arbitrary constant phase.

First, we have to choose a proper material of the omega inclusions. Indeed, the selected material should have as small losses as possible in the operational wavelengths, in order to provide the maximum focusing efficiency. Moreover, we have confined ourselves to work within the dipole regime of the particle response and, therefore, the proposed elements of the metasurface must be as small as possible. This implies that higher indices of refraction are preferred for the material under selection. In order to meet these requirements, we have chosen silicon, which has very low loss (~ 0) and a high refractive index ($n \sim 3.5$) at optical frequencies [35,36].

We select the operational wavelength of $\lambda = 1550$ nm, which is within the range of optical communication systems. Next, in order to avoid grating lobes, we need to design an array with the period $a \leq \lambda / (1 + |\cos \theta|)$, where θ is the angle between the direction of the incident wave and the surface of the array [37]. Since the incidence is normal to the metasurface

($\theta = 90^\circ$), to avoid grating lobes, the period should be less than the wavelength $a \leq \lambda$. We select the period of $a = 970$ nm, which satisfies this condition ($a/\lambda \approx 0.6$). Since the size of the resonant elements at the chosen frequency is fixed, it is not possible to further decrease the array period. Indeed, one can choose another material with a higher refractive index [38–40] in order to further decrease the sizes of the array elements and the array period. However, in this work we are only aiming at the demonstration of the concept of an all-dielectric reflecting metalens and we are not intending to give the optimized design. Therefore, we have chosen amorphous silicon, the most commonly used material with nearly dispersionless refractive index $n \approx 3.5$ in the working frequency range. The substrate material is glass with the refractive index of $n \approx 1.5$.

The next step in the design procedure is to provide phase variations of 2π using an array of the proposed omega elements. This is a common practice in reflectarray design that by varying a physical parameter of the phasing element we can achieve the desired phase range [41,42]. For instance, in our example, we fix the heights H and H_0 of the inclusion to 300 nm and 150 nm, respectively, and vary the radii d and d_0 , in order to attain the required phase range. The variation ranges of the radii are selected to be $(100 < d < 400)$ nm and $(50 < d_0 < 400)$ nm. Notice, varying the radii of the omega inclusions is easier and more practical than changing their heights in the sense of manufacturing difficulties [43]. The results for the obtained reflection phase for different values of d and d_0 are plotted in Fig. 2.

At this step, we have all elements for the design of the proposed metamirror. We need to select the required physical parameters of the phasing elements, i.e., the radii of the omega particles based on Eq. (5) and data from Fig. 2. We select six different phase steps to be distributed over the metamirror surface and choose the focal length $f = 7\lambda$, in order to have enough smooth phase gradient to allow surface homogenization.

In order to shorten the calculation time in a commercial full-wave solver (HFSS), we decreased the dimension of the problem preserving the concept of the metamirror. We utilize the

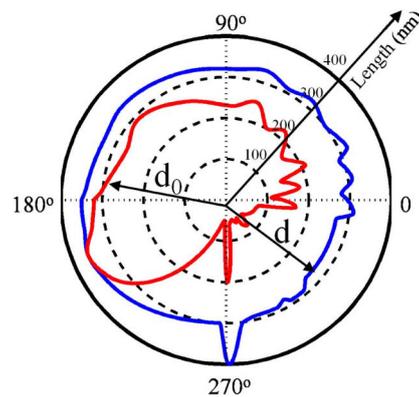


Fig. 2. Obtained reflection phase versus the inner and outer radii d_0 and d of the omega particle. The heights H_0 and H are fixed to 300 and 150 nm, while the array period is fixed to $a = 970$ nm. The reflection amplitude is higher than 0.95 for all the cases.

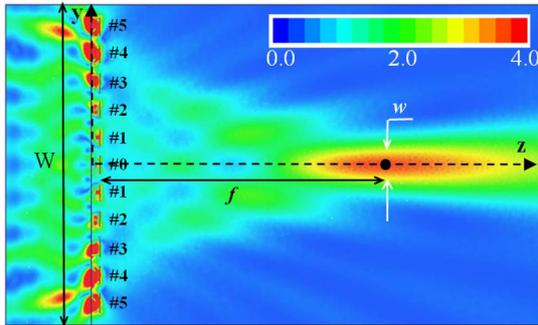


Fig. 3. Distribution of the power density of the reflected and transmitted waves through the structure (normalized to the power density of the incident wave) at the resonance frequency ($\lambda = 1550$ nm). The array is infinitely repeated in the x -direction, while it is composed of 11 elements in the y -direction.

periodic boundary condition in one direction (x -direction in Fig. 3) and perform the calculation with six phasing steps, which results in 11 omega particles in the other direction (y -direction). Consequently, we construct a metasurface with an infinite length in the x -direction.

The required phases and the physical parameters of the elements are given in Table 1.

The performance of the designed optical metamirror is demonstrated in Fig. 3. The parasitic transmission at the resonance is about 20% (the ratio between the transmitted and incident power through the cross section of the metalens), which is partially due to the diffraction from the metalens's edges. The focal distance of the metamirror appears at $f \approx 7\lambda$, as it was designed. Smaller focal distance could be achieved for a metasurface with a smaller period. The width of the focal spot w to the array width W in the y -direction is $w/W = 0.056$ (see in Fig. 3). Thus, we have designed the promised focusing lens which operates at its reflection regime and it is composed of all-dielectric materials. The last step is to demonstrate its transparency out of its resonance band.

As we discussed earlier, our proposed reflecting metalens does not contain any metal reflector and it is based on the control of the reflection phase of each element in the metasurface. Therefore, the electromagnetic waves beyond its resonance frequency band can safely pass through the metamirror. This is very useful in the case of multifunction and multifrequency designs and when it is required to have a system operating

Table 1. Required Physical Parameters of the Omega Particles of the Proposed Metalens^a

Phasing Step No.	Required Phase ϕ (deg)	d_0 (nm)	d (nm)
0	300	80	300
1	310	60	280
2	340	70	270
3	29	190	310
4	96	230	320
5	180	300	340

^aThe elements' heights and the array period are given in the caption of Fig. 2.

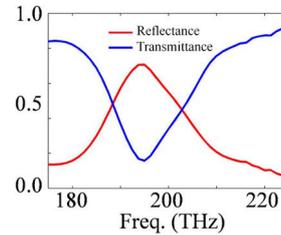


Fig. 4. Reflectance ($|r|^2$) and transmittance ($|t|^2$) of the proposed metalens around its resonance band.

at one frequency and others at some other frequencies, while these systems do not influence the operations of each other. Figure 4 shows the reflectance and transmittance of the designed metamirror at frequencies outside of the resonance.

As is clear from Fig. 4, most of the electromagnetic energy is transmitted through the proposed metalens outside of the resonance band. This discussion concludes the present study of optical metamirrors. We may present other examples of reflecting devices by using the concept of metamirrors. However, this may be a discussion connected to following experimental studies where we probably will use materials with higher indices of refraction than that of silicon. With these materials, more efficient designs of various metamirrors in optics are possible.

4. CONCLUSION

We have combined two newly developed concepts in the study of metasurfaces, i.e., frequency-selective metamirrors and all-dielectric metasurfaces, in order to find a practical design solution for realizing metamirrors in the optical range. As a result, we have shown an example of a reflecting metalens with the functionalities that were earlier achieved only at microwave frequencies. For this purpose, we have used the advantageous properties of all-dielectric metasurfaces in order to translate the recently proposed design from microwave to optical frequency ranges. In our proposed design, properly balanced and phased electric and magnetic dipole moments are excited due to resonances of properly shaped dielectric cylinders. The designed metamirror does not block the electromagnetic waves out of the resonance band, opening a possibility for realization of multilayer multifunctional metasurfaces. This is due to the absence of a metal reflector in the metamirror structure, which is a basic concept previously developed in the design of microwave metamirrors. Another aspect in our design is the use of magneto-electric coupling to obtain the required reflection phase, which is achieved by appropriately selecting the particle shape.

We hope that this study will open a new path in the design of optical reflecting devices. The next step along this route would be the optimization of the design to have a better control on the specifications of the reflecting devices. One way is to use materials with higher refractive indices than that of silicon. This choice provides a possibility to use smaller-size array elements and hence finer tuning of the reflection phase distribution in the metamirror plane.

Funding. Academy of Finland (287894); Nokia Foundation (201610246).

Acknowledgment. The authors would like to thank Mr. Rasoul Alaei for preliminary discussions and the literature review he conducted.

REFERENCES

- L. D. Landau and E. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media* (Pergamon, 1984).
- V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ," *Phys. Usp.* **10**, 509–514 (1968).
- N. Yu and F. Capasso, "Flat optics with designer metasurfaces," *Nat. Mater.* **13**, 139–150 (2014).
- N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, "Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction," *Science* **334**, 333–337 (2011).
- M. Decker, I. Staude, M. Falkner, J. Dominguez, D. N. Neshev, I. Brener, T. Pertsch, and Y. S. Kivshar, "High-efficiency dielectric Huygens' surfaces," *Adv. Opt. Mater.* **3**, 813–820 (2015).
- Y. F. Yu, A. Y. Zhu, R. Paniagua-Dominguez, Y. H. Fu, B. Luk'yanchuk, and A. I. Kuznetsov, "High-transmission dielectric metasurface with 2π phase control at visible wavelengths," *Laser Photonics Rev.* **9**, 412–418 (2015).
- S. Sun, K.-Y. Yang, C.-M. Wang, T.-K. Juan, W. T. Chen, C. Y. Liao, Q. He, S. Xiao, W.-T. Kung, G.-Y. Guo, L. Zhou, and D. P. Tsai, "High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient metasurfaces," *Nano Lett.* **12**, 6223–6229 (2012).
- M. Kim, A. M. H. Wong, and G. V. Eleftheriades, "Optical Huygens' metasurfaces with independent control of the magnitude and phase of the local reflection coefficients," *Phys. Rev. X* **4**, 041042 (2014).
- A. Pors and S. I. Bozhevolnyi, "Plasmonic metasurfaces for efficient phase control in reflection," *Opt. Express* **21**, 27438–27451 (2013).
- G. Zheng, H. Mühlenbernd, M. Kenney, G. Li, T. Zentgraf, and S. Zhang, "Metasurface holograms reaching 80 percent efficiency," *Nat. Nanotechnol.* **10**, 308–312 (2015).
- Y. Yang, W. Wang, P. Moitra, I. I. Kravchenko, D. P. Briggs, and J. Valentine, "Dielectric meta-reflectarray for broadband linear polarization conversion and optical vortex generation," *Nano Lett.* **14**, 1394–1399 (2014).
- Y. Ra'di, V. Asadchy, and S. Tretyakov, "Tailoring reflections from thin composite metamirrors," *IEEE Trans. Antennas Propag.* **62**, 3749–3760 (2014).
- V. Asadchy, Y. Ra'di, J. Vehmas, and S. Tretyakov, "Functional metamirrors using bianisotropic elements," *Phys. Rev. Lett.* **114**, 095503 (2015).
- M. Klein, C. Enkrich, M. Wegener, C. Soukoulis, and S. Linden, "Single-slit split-ring resonators at optical frequencies: limits of size scaling," *Opt. Lett.* **31**, 1259–1261 (2006).
- J. Zhou, T. Koschny, M. Kafesaki, E. Economou, J. Pendry, and C. Soukoulis, "Saturation of the magnetic response of split-ring resonators at optical frequencies," *Phys. Rev. Lett.* **95**, 223902 (2005).
- S. Linden, C. Enkrich, G. Dolling, M. W. Klein, J. Zhou, T. Koschny, C. M. Soukoulis, S. Burger, F. Schmidt, and M. Wegener, "Photonic metamaterials: magnetism at optical frequencies," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **12**, 1097–1105 (2006).
- A. Krasnok, S. Makarov, M. Petrov, R. Savelev, P. Belov, and Y. Kivshar, "Towards all-dielectric metamaterials and nanophotonics," *Proc. SPIE* **9502**, 950203 (2015).
- B. Lahiri, S. G. McMeekin, A. Z. Khokhar, R. M. De La Rue, and N. P. Johnson, "Magnetic response of split ring resonators (SRRs) at visible frequencies," *Opt. Express* **18**, 3210–3218 (2010).
- C. Menzel, E. Hebestreit, R. Alaei, M. Albooyeh, S. Mühlig, S. Burger, C. Rockstuhl, C. Simovski, S. Tretyakov, and F. Lederer, "Extreme coupling: a route towards local magnetic metamaterials," *Phys. Rev. B* **89**, 155125 (2014).
- S. Tretyakov, "On geometrical scaling of split-ring and double-bar resonators at optical frequencies," *Metamaterials* **1**, 40–43 (2007).
- S. Liu, M. B. Sinclair, T. S. Mahony, Y. C. Jun, S. Campione, J. Ginn, D. A. Bender, J. R. Wendt, J. F. Ihlefeld, and P. G. Clem, "Optical magnetic mirrors without metals," *Optica* **1**, 250–256 (2014).
- A. Ahmadi and H. Mosallaei, "Physical configuration and performance modeling of all-dielectric metamaterials," *Phys. Rev. B* **77**, 045104 (2008).
- A. B. Evlyukhin, C. Reinhardt, A. Seidel, B. S. Luk'yanchuk, and B. N. Chichkov, "Optical response features of Si-nanoparticle arrays," *Phys. Rev. B* **82**, 045404 (2010).
- A. E. Krasnok, A. E. Miroshnichenko, P. A. Belov, and Y. S. Kivshar, "All-dielectric optical nanoantennas," *Opt. Express* **20**, 20599–20604 (2012).
- J. C. Ginn, I. Brener, D. W. Peters, J. R. Wendt, J. O. Stevens, P. F. Hines, L. I. Basilio, L. K. Warne, J. F. Ihlefeld, and P. G. Clem, "Realizing optical magnetism from dielectric metamaterials," *Phys. Rev. Lett.* **108**, 097402 (2012).
- P. Moitra, B. A. Slovick, W. Li, I. I. Kravchenko, D. P. Briggs, S. Krishnamurthy, and J. Valentine, "Large-scale all-dielectric metamaterial perfect reflectors," *ACS Photonics* **2**, 692–698 (2015).
- R. Paniagua-Dominguez, Y. F. Yu, A. E. Miroshnichenko, L. A. Krivitsky, Y. H. Fu, V. Valuckas, L. Gonzaga, Y. T. Toh, A. Y. S. Kay, B. Luk'yanchuk, and A. I. Kuznetsov, "Generalized Brewster-Kerker effect in dielectric metasurfaces," <http://arxiv.org/abs/1506.08267> (2015).
- A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science, 2001).
- R. Alaei, M. Albooyeh, A. Rahimzadegan, M. S. Mirmoosa, Y. Kivshar, and C. Rockstuhl, "All-dielectric bianisotropic nanoantennas," <http://arxiv.org/abs/1508.06965> (2015).
- T. Niemi, A. Karilainen, and S. Tretyakov, "Synthesis of polarization transformers," *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61**, 3102–3111 (2013).
- S. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics* (Artech House, 2003).
- C. L. Holloway, E. F. Kuester, J. Gordon, J. O. Hara, J. Booth, and D. R. Smith, "An overview of the theory and applications of metasurfaces: the two-dimensional equivalents of metamaterials," *IEEE Antennas Propag. Mag.* **54**(2), 10–35 (2012).
- M. Albooyeh, D. Morits, and C. Simovski, "Electromagnetic characterization of substrated metasurfaces," *Metamaterials* **5**, 178–205 (2011).
- M. Albooyeh, "Electromagnetic characterization of metasurfaces," doctoral dissertation (Aalto University, 2015).
- M. J. Weber, *Handbook of Optical Materials* (CRC Press, 2002), Vol. **19**.
- C. D. Salzberg and J. J. Villa, "Infrared refractive indexes of silicon germanium and modified selenium glass," *J. Opt. Soc. Am.* **47**, 244–246 (1957).
- W. Stutzman and G. Thiele, *Antenna Theory and Design* (Wiley, 1998).
- S. Liu, J. F. Ihlefeld, J. Dominguez, E. F. Gonzales, J. E. Bower, D. B. Burckel, M. B. Sinclair, and I. Brener, "Realization of tellurium-based all dielectric optical metamaterials using a multi-cycle deposition-etch process," *Appl. Phys. Lett.* **102**, 161905 (2013).
- M. Choi, S. H. Lee, Y. Kim, S. B. Kang, J. Shin, M. H. Kwak, K.-Y. Kang, Y.-H. Lee, N. Park, and B. Min, "A terahertz metamaterial with unnaturally high refractive index," *Nature* **470**, 369–373 (2011).
- H. S. Nalwa, *Handbook of Low and High Dielectric Constant Materials and Their Applications* (Academic, 1999).
- J. Huang, *Reflectarray Antennas* (Wiley Online Library, 2005).
- M. Albooyeh, N. Komjani, and M. S. Mahani, "A circularly polarized element for reflectarray antennas," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* **8**, 319–322 (2009).
- S. Franssila, *Introduction to Microfabrication* (Wiley Online Library, 2005).

Публикация 5

V.S. Asadchy, I.A. Faniayeu, Y. Ra'di, S.A. Khakhomov, I.V. Semchenko, and S.A. Tretyakov
“Broadband reflectionless metasheets: frequency-selective transmission and perfect absorption”,
Physical Review X, 5, issue 3, 031005(1–10) (2015).

Вклад автора

Первоначальная идея работы принадлежит автору и в последствии была развита Проф. С.А. Третьяковым. Теоретический анализ и проектирование метаповерхности были в большей степени проведены автором. Результаты численного моделирования были получены автором и И.А. Фаняевым. Эксперимент и обработка результатов были проведены И.А. Фаняевым в Гомельском университете им. Франциска Скорины под руководством Проф. И.В. Семченко и С.А. Хахомова. Эквивалентная электрическая цепь на Рис. 7 была получена Ю. Ради. Статья была в большей степени написана автором. Все со-авторы приняли участие в редактировании статьи. Результаты были получены под руководством Проф. С.А. Третьякова.

Broadband Reflectionless Metasheets: Frequency-Selective Transmission and Perfect Absorption

V. S. Asadchy,^{1,2,*} I. A. Faniayeu,^{2,3} Y. Ra'di,¹ S. A. Khakhomov,² I. V. Semchenko,² and S. A. Tretyakov¹

¹*Department of Radio Science and Engineering, Aalto University,
P. O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland*

²*Department of General Physics, Francisk Skorina Gomel State University, 246019 Gomel, Belarus*

³*Research Institute of Electronics, Shizuoka University 3-5-1 Johoku,
Naka-ku, Hamamatsu 432-8011, Japan*

(Received 23 February 2015; published 14 July 2015)

Energy of propagating electromagnetic waves can be fully absorbed in a thin lossy layer, but only in a narrow frequency band, as follows from the causality principle. On the other hand, it appears that there are no fundamental limitations on broadband matching of thin resonant absorbing layers. However, known thin absorbers produce significant reflections outside of the resonant absorption band. In this paper, we explore possibilities to realize a thin absorbing layer that produces no reflected waves in a very wide frequency range, while the transmission coefficient has a narrow peak of full absorption. Here we show, both theoretically and experimentally, that a thin resonant absorber, invisible in reflection in a very wide frequency range, can be realized if one and the same resonant mode of the absorbing array unit cells is utilized to create both electric and magnetic responses. We test this concept using chiral particles in each unit cell, arranged in a periodic planar racemic array, utilizing chirality coupling in each unit cell but compensating the field coupling at the macroscopic level. We prove that the concept and the proposed realization approach also can be used to create nonreflecting layers for full control of transmitted fields. Our results can have a broad range of potential applications over the entire electromagnetic spectrum including, for example, perfect ultracompact wave filters and selective multifrequency sensors.

DOI: 10.1103/PhysRevX.5.031005

Subject Areas: Metamaterials, Optics, Plasmonics

I. INTRODUCTION

Total absorption of electromagnetic radiation requires elimination of all wave propagation channels: reflection, transmission, and scattering. Here, we study electrically thin absorbing sheets, which are of prime importance for many applications, for example, wave filtering, radar cross-section reduction, energy harvesting, sensing, and thermal emission control. It is known that incident electromagnetic energy can be nearly fully absorbed in thin layers [1–4], but only in a narrow frequency band. The absorption bandwidth of any passive layer obeys a fundamental limitation, as follows from the causality principle [5–7]. In fact, the maximal bandwidth of absorption is proportional to the layer thickness [5]. This limitation can be overcome only by using active (pumped by some external power source) structures.

On the other hand, apparently it has not been noticed before that there is no such fundamental limitation on

the frequency range in which the *reflection* from a thin resonant absorbing layer can be made negligible. Conceptually, we do not see any reason why it would be impossible to realize a thin layer that fully absorbs the incident power in a narrow frequency band and allows the wave to freely pass through at other frequencies, thus producing no reflections at all (within the band where the layer remains electrically thin and the inclusions forming the absorber remain electrically small). The existence of such a structure does not contradict known fundamental limitations. Indeed, the classical limitation on matching bandwidth [8] applies only to lossless matching networks. The limitation on the absorption bandwidth [5] holds only for absorbers containing an impenetrable mirror. Thus, these restrictions are not applicable for the proposed lossy structure lacking a ground plane. The limitations on periodical arrays [7] concern only the transmission properties. Obviously, exploitation of the opportunity to design a resonant absorber, which is transparent outside of the absorption band, could open up a number of novel possibilities in applications, for example, in ultrathin filters for wave trapping, selective multifrequency bolometers, and sensors. Such an all-frequencies-matched resonant absorber would be “invisible” from the illuminated sides, still acting as a band-stop filter in transmission. To the best

*Corresponding author.
viktar.asadchy@aalto.fi

Published by the American Physical Society under the terms of the *Creative Commons Attribution 3.0 License*. Further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the published article's title, journal citation, and DOI.

of our knowledge, such wideband matched thin resonant absorbers are not known. The main goal of this paper is to explore the possibility to realize such structures.

In fact, most of the known designs of thin absorbers contain a continuous metal ground plane (a mirror) behind the absorbing layer [1–4]. The mirror obviously produces nearly full reflection outside of the absorption band. Although this feature is crucial for some applications, it forbids designing resonant absorbers which are transparent outside of the absorption band. The use of a mirror reflector can be avoided in absorbers based on arrays of subwavelength Huygens' sources (so-called Huygens' metasurfaces) that possess the appropriate level of dissipative loss. Such Huygens' sources scatter secondary waves only in the forward direction (without reflection), which destructively interfere with the incident wave, yielding zero transmission. Pioneering topologies of Huygens' inclusions were introduced in Refs. [9–12]. Subsequently, Huygens' inclusions of different topologies have been used as structural elements in sheets to control transmission wave fronts [13–15]. Recently, several topologies of absorbers have been proposed based on cut wire arrays separated by a dielectric layer [16–20]. However, in all these structures, the Huygens' balance between the electric and magnetic responses (which is necessary for cancellation of the reflected waves) holds only inside a narrow-frequency band for which the dimensions have been optimized. Outside of this band, reflections appear because of prevailing excitation of either electric or magnetic modes. The physical reason for this is that the different resonant modes exhibit different frequency dispersions. The same conclusion is valid for the idea of using a resistive sheet placed in close proximity to resonating magnetic inclusions to realize absorbing layers [21]. The analysis of these solutions reveals another feature of the known designs: The absorbers have multilayered structures. Typically, they comprise at least three layers (metal–dielectric–metal). Although manufacturing of such structures is simple and inexpensive, electric and magnetic responses in such compound architectures inevitably resonate as different electric and magnetic modes. Thus, within that scenario, it is impossible to realize a resonant absorber which is reflectionless over an ultrawide frequency range.

Furthermore, it is important to note that all the polarization-insensitive absorbers, which have been proposed so far, operate only for waves incident on one side of the absorbing layer or when the two sides are illuminated by two coherent waves. The underlying reasons for this are the presence of a ground plane (in metal-backed structures) and bianisotropic effects [22,23] (in structures without a ground plane) destroying the absorption symmetry. Moreover, this asymmetry compromises the desired invisibility of the absorbers in reflection from both sides. In our previous work [22], we demonstrated that total *symmetric* absorption in an electrically thin layer can be achieved only if the layer

is not bianisotropic (there is no electromagnetic coupling in the layer). The only exception of achieving two-sided absorption with uncompensated bianisotropy was theoretically predicted in Ref. [22]; however, in that case, the absorbing layer is polarization sensitive. Subsequently, an example of such a symmetric and polarization-sensitive absorber has been reported in Ref. [24], providing absorption only for one circular polarization (50% of incident power).

In this paper, the possibility to create a thin resonant polarization-insensitive absorber that produces negligible reflections in an ultrawide frequency range is explored and experimentally demonstrated. We examine the physical requirements for full and symmetric (from either of the sides) absorption of incident waves and show that the ideal performance can be accomplished in a single-layer array of specifically designed helical inclusions. We show, both theoretically and experimentally, that an array of these inclusions truly operates as a Huygens' surface in a very wide frequency range, exhibiting zero reflectivity even far from the absorption band. The governing idea behind this solution is excitation of both electric and magnetic surface currents using just one resonant mode of complex-shaped inclusions.

In our *single-layer* design, the magnetic response of the absorber is achieved because of current loops induced in helical elements. Although in this conceptual study we consider only metasheets based on single-turn and double-turn helices, it is important to notice that, in principle, using the same idea, one can design metasheets comprised of helices with a large number of loops in order to decrease the structure thickness. This design would allow one to build extremely thin absorbers.

II. SYMMETRIC TOTAL ABSORPTION IN A SINGLE-LAYER ARRAY OF RESONATORS

Consider a uniaxial (possessing uniaxial symmetry in the plane) metasurface (or, rather, a *metasheet*) formed by a single two-dimensional periodic array of identical subwavelength inclusions. The inclusions are both electrically and magnetically polarizable. The subwavelength size of the inclusions and the subwavelength period allow us to describe the electromagnetic response of the metasurface in terms of electric and magnetic dipole moments induced in the inclusions. The higher-order moments do not influence the reflection and transmission coefficients for plane-wave excitation. The array is illuminated by a normally incident plane wave propagating along the $-z$ direction, as shown in Fig. 1. Since the array period is smaller than the wavelength of the incident radiation, the dipole moments induced in the inclusions can be modeled as surface-averaged electric and magnetic current sheets that radiate secondary plane waves in the backward and forward directions. The backward scattered waves form reflection, whereas interference of the forward scattered and the incident waves defines transmission (see Fig. 1). As shown in Ref. [25], the electric

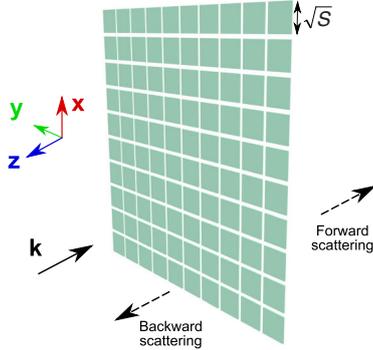


FIG. 1. A schematic illustration of a generic, electrically thin metasheet.

fields of the reflected and transmitted waves from a metasurface illuminated normally by an incident plane wave are given by

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_r &= \frac{i\omega}{2S} \left(\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} - \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm} \right) \mathbf{E}_{inc}, \\ \mathbf{E}_t &= \left[1 + \frac{i\omega}{2S} \left(\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} + \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm} \right) \right] \mathbf{E}_{inc}, \end{aligned} \quad (1)$$

where ω is the angular frequency, S is the area of the array unit cell, η_0 is the free-space wave impedance, and $\hat{\alpha}_{ee}$ and $\hat{\alpha}_{mm}$ are the effective (collective) electric and magnetic polarizabilities of the unit cells. Relations (1) hold for incident waves impinging on the metasurface from the $+z$ and $-z$ directions. It should be stressed that the symmetric absorption regime in a metasurface is possible only if there is no bianisotropic coupling in the structure [22]. To the best of our knowledge, all known thin single-layer absorbers demonstrate asymmetric response caused by bianisotropy of the structure. In this work, we focus on an absorber design that ideally operates for incident waves impinging on either or both of its sides and show how the bianisotropy can be suppressed.

Requiring $\mathbf{E}_r = 0$ and $\mathbf{E}_t = 0$ in Eqs. (1), one can find the conditions of symmetric total absorption in a metasurface:

$$\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} = \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm} = i \frac{S}{\omega}. \quad (2)$$

Thus, the effective electric and magnetic polarizabilities of the unit cell normalized to the free-space impedance must be equal (corresponding to balanced electric and magnetic properties of the array) and purely imaginary (corresponding to a resonance of the inclusions in the array). This is a very important fact, meaning that in order to totally absorb incident electromagnetic radiation, the structure must possess equally significant electric and

magnetic properties, and that *both* electric and magnetic dipolar responses of the array must resonate at the same frequency.

From Eqs. (1), the condition of perfect matching of the absorber (no reflections) reads

$$\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} = \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm}. \quad (3)$$

Here, we show that it is possible to realize a lossy and resonant array of inclusions so that the condition of full absorption (2) is satisfied at one frequency, but the condition of zero reflection (3) holds in an ultrawide frequency range, although both polarizabilities are frequency dispersive.

For the design of unit-cell topologies, it is more convenient to work with the individual polarizabilities of the inclusions in free space α_{ee} and α_{mm} , which are related to the effective ones as [25]

$$\frac{1}{\eta_0 \alpha_{ee}} = \frac{1}{\eta_0 \hat{\alpha}_{ee}} + \frac{\beta_e}{\eta_0}, \quad \frac{1}{\alpha_{mm}/\eta_0} = \frac{1}{\hat{\alpha}_{mm}/\eta_0} + \frac{\beta_e}{\eta_0}, \quad (4)$$

where β_e is the interaction constant of the infinite periodic array of electric dipoles. Using the known expression for the interaction constant [26], we can find the required individual polarizabilities of the inclusions of a symmetric absorber:

$$\frac{1}{\eta_0 \alpha_{ee}} = \frac{1}{\alpha_{mm}/\eta_0} = \text{Re} \left(\frac{\beta_e}{\eta_0} \right) - i \frac{\omega k^2}{6\pi} - i \frac{\omega}{2S}, \quad (5)$$

where k is the free-space wave number. As one can see from Eq. (5), the required normalized individual electric and magnetic polarizabilities of each unit cell must be equal. Moreover, the complex quantity on the right-hand side of Eq. (5) reveals that the frequency at which the inclusions resonate in the absorbing array differs from the resonance frequency of one single inclusion in free space.

To the best of our knowledge, all known thin absorbers can be divided into two kinds, on the basis of the method of their matching. Absorbers of the first kind consist of unit cells, each of which supports electric and magnetic dipole modes resonating at *different* frequencies ω_e and ω_m , respectively. The unit cell may consist of one single or two separate inclusions (for example, an electrically polarizable straight piece of metal wire and a magnetically polarizable split-ring resonator). According to Eq. (5), at the perfect-absorption frequency ω_a , the inclusions should have equal complex polarizabilities. This equality is illustrated in Fig. 2(a). Here, we model the polarizabilities using the conventional Lorentz dispersion model, which, near the resonance, adequately describes electric and magnetic dipolar response of small inclusions of arbitrary nature:

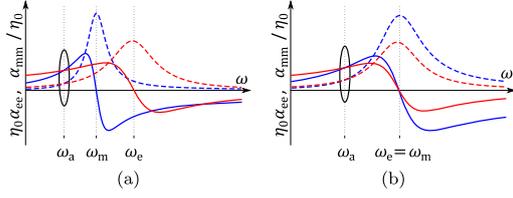


FIG. 2. Illustration of two absorption regimes in a metasurface with unit cells containing electrically and magnetically polarizable inclusions resonating (a) at different frequencies and (b) at the same frequency. Red and blue lines depict, respectively, normalized electric and magnetic polarizabilities. Solid and dashed lines show the real and imaginary parts of the polarizabilities, respectively. Calculation parameters: (a) $\omega_m = 0.86\omega_e$, $A_e = 1.28\omega_e^2$, $A_m = 1$, $\gamma_e = 0.2\omega_e$, $\gamma_m = 0.1\omega_m$, $\omega_a = 0.74\omega_e$; (b) $\omega_e = \omega_m$, $A_e = \omega_e^2$, $A_m = 1.56$, $\gamma_e = 0.2\omega_e$, $\gamma_m = 0.2\omega_m$, $\omega_a = 0.8\omega_e$.

$$\alpha_{ee} = \frac{A_e}{\omega_e^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_e}, \quad (6)$$

$$\alpha_{mm} = \frac{A_m\omega^2}{\omega_m^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_m}, \quad (7)$$

where γ_e and γ_m are the loss factors of the electric and magnetic modes of the unit cell, respectively; A_e and A_m are the amplitude coefficients. Obviously, the electric and magnetic responses of the unit cell tuned for one specific frequency become unbalanced at other frequencies. This imbalance inevitably yields nonzero reflectivity of the absorber at frequencies outside of the operational band since condition (3) is satisfied only at one frequency. Typical absorbers possessing such properties have been reported in Refs. [16,17,19].

Absorbers of the second kind have a unit cell comprising one single or two separate inclusions which support electric and magnetic dipole modes resonating at the *same* frequency $\omega_e = \omega_m$. However, also in this case, in practice, it is possible to make the two polarizabilities equal only at one single frequency, while at other frequencies the different polarizabilities result in undesired reflection from the absorbing structure [see Fig. 2(b)]. Although, in this case, the two dispersion curves can be close to each other in some frequency range, in practice it is impossible to match the two polarizabilities exactly. The physical reason for this is that there is not enough design freedom in shaping the two orthogonal modes of the same unit cell so that all six main parameters (resonance frequencies $\omega_{e,m}$, amplitudes $A_{e,m}$, and loss factors $\gamma_{e,m}$) exactly match each other. Moreover, the frequency dependencies of the loss factors γ_e and γ_m are inevitably different. We can conclude that, also in thin absorbers of this kind, at least moderate reflection appears outside of the absorption band (see examples in Refs. [20,21]). Note that the problem of the unbalanced

dispersion curves of the electric and magnetic modes is inherent also in all known low-loss resonators used for wave manipulations, for example, core-shell nanoparticles [27,28] and dielectric cubes [29]. Designing nonuniform arrays of such resonators reveals additional obstacles: the loss factors of the two modes inevitably have different dispersions because the radiation damping factor for a small electric dipole behaves as ω^2 , while for a magnetic dipole, the dependence is ω^4 . These obstacles result in undesired scattering from the array at all nonresonant frequencies.

To overcome the described drawbacks, we propose using inclusions designed in such a manner that *both* electric and magnetic responses are created by excitation of *the same resonant mode*. The unique feature of the proposed new metasheets is that they possess zero reflectivity over an ultrawide frequency range and are totally transparent (without polarization conversion) outside of the resonant band. The only known alternative approach to realization of all-frequency matched narrow-band absorbers is a theoretical idea of using a slab made of a lossy material with equal values of the relative permittivity and permeability in a wide frequency range [30]. Besides the fact that such media do not exist, even from the conceptual point of view, this would require a slab of infinite thickness in order to ensure zero transmission at the frequency of absorption.

III. TOTAL ABSORPTION IN AN ARRAY OF HELICES

Based on the above considerations, we propose using a resonant mode of a single inclusion which is coupled to both electric and magnetic fields. The induced current distribution of this resonant mode should be such that both electric and magnetic moments are excited and can be tuned to the desired balance. These properties are typical for bianisotropic elements. However, as already discussed, to behave as a symmetric single-layer perfect absorber, the structure must *not* be bianisotropic. In order to surmount this obstacle, we propose an unprecedented route: using bianisotropic inclusions on the level of the unit cell but arranging the inclusions in the array so that the bianisotropy is compensated on the level of the entire array. We achieve this by alternating bianisotropic inclusions of two sorts in the array. These two sorts differ only by the sign of the electromagnetic coupling parameter; therefore, their combination yields bianisotropy compensation. Thus, keeping zero electromagnetic coupling within the array, at the same time, we create coupled electric and magnetic dipole moments in each unit cell resonating exactly at the same frequency and having the same loss factors. Since the inclusions of the two sorts possess identical dipole moments, no splitting of the resonance frequency of the structure occurs.

A possibility to engineer helices so that both amplitude and loss factors in the dispersion rules (6) and (7) are equal

can be seen from the antenna model of canonical wire helices [31]. Equal amplitudes can be ensured simply by properly choosing the helix dimensions. The loss factors γ_e and γ_m of the helix are identical because both electric and magnetic polarizabilities depend on the *sum* of the radiation resistances of a small electric dipole and a small magnetic dipole excited in the helix [31]. Thus, the electric and magnetic polarizabilities of the inclusions have nearly identical dispersions, and the proposed array of the inclusions acts as a Huygens' surface in a very wide frequency range. Deviations from the balance of the electric and magnetic polarizabilities caused by different frequency dependences in Eqs. (6) and (7) occur only far from the resonance, where the array is very weakly excited and reflections from it are negligible.

Although in this paper we use bianisotropic elements for wide-band reflectionless resonant absorbers, they can also be utilized for various other devices, for example, transmit arrays [13–15]. In this paper, we apply and experimentally validate our concept of all-frequency-matched Huygens' metasurfaces to absorbers in the microwave frequency range. However, the concept is generic and can be applied over the entire electromagnetic spectrum.

Here, we propose using chiral [23] bianisotropic elements as inclusions of an absorber, although one can realize similar scenarios based on other types of bianisotropic elements. There are many different topologies of chiral elements: for example, helices [11], chiral split-ring resonators [32], and cut-wire stacks [33]. In view of the simplicity of the design and realization, we utilize smooth helical inclusions [34] [see Figs. 3(a) and 3(b)]. Arrays of such inclusions operating at infrared frequencies can be

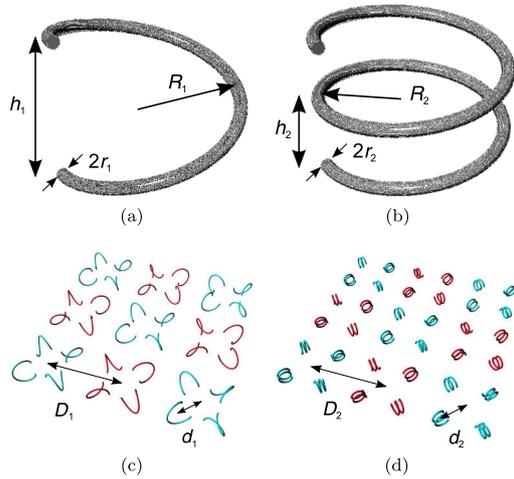


FIG. 3. (a) Single-turn and (b) double-turn helical inclusions. (c) Arrangement of the single-turn and (d) double-turn helical inclusions in the arrays. Blue and red colors denote right- and left-handed helices, respectively.

manufactured based on fabrication technologies reported in Refs. [35,36]. We consider single-turn and double-turn wire helices as two fundamental classes of helical elements. Other helices with a higher odd (even) number of loops have properties similar to those of a single-turn (double-turn) helix [37]. Because of coupled electric and magnetic moments, single-turn and double-turn helices have subwavelength dimensions $\lambda/7$ and $\lambda/15$ at the operating frequency, respectively. This ensures homogenization of the layer response and decreases its thickness. Compensation of chiral bianisotropy in an absorber can be achieved by alternating left- and right-handed helices.

We position the helices in the xy plane in such a manner that the array has the fourfold rotational symmetry about the propagation z axis and, therefore, is polarization insensitive. An optimal arrangement of helices in the array was considered in Ref. [38] and depicted in Figs. 3(c) and 3(d). The super unit cell of the array consists of four blocks of helices. The blocks comprising four helices of specific handedness are staggered in the array. The size of such a structural block in the case of single-turn helices is $D_1 = 0.6\lambda = 56$ mm, and in the case of double-turn helices, it is $D_2 = 0.4\lambda = 43$ mm. The single- and double-turn helices are located, respectively, at distances $d_1 = 0.2\lambda = 19.8$ mm and $d_2 = 0.2\lambda = 15.1$ mm from the centers of the corresponding blocks. Thus, the sizes of the super unit cell in the case of single- and double-turn helical arrays are $2D_1 = 1.2\lambda$ and $2D_2 = 0.8\lambda$, respectively. Although such periodicity is not truly subwavelength, the arrays are in fact metasurfaces since they can be homogenized. Numerical simulations show that the amplitudes of the Floquet modes that become propagating for oblique illumination of the arrays are negligible compared to that of the fundamental harmonic. Therefore, these arrays can be modeled as sheets of homogeneous surface electric and magnetic currents.

Individual electric α_{ee} and magnetic α_{mm} polarizabilities of the helices can be made equal according to requirements (5) by varying the geometry of the helices. Using analytical expressions [12,31,37] and the method for extracting polarizabilities introduced in Ref. [39], we have optimized the dimensions of the inclusions. For single-turn helices, the loop radius is $R_1 = 7.2$ mm, the height of the loop is $h_1 = 11.3$ mm, and the wire radius $r_1 = 0.1$ mm. The corresponding parameters of the double-turn helices are as follows: $R_2 = 3.3$ mm, $h_2 = 2.3$ mm, and $r_2 = 0.25$ mm. The design frequency of 3 GHz corresponds to the half-wavelength resonance frequency of the helices. The helical inclusions are embedded in a plastic foam substrate (for mechanical support) with $\epsilon = 1.03$ and the thickness 14.4 mm.

The full-absorption regime is accomplished in the array with a proper level of dissipative loss in the helical inclusions. The absorption level A calculated as $1 - R - T$ (R and T are the power reflection and transmission

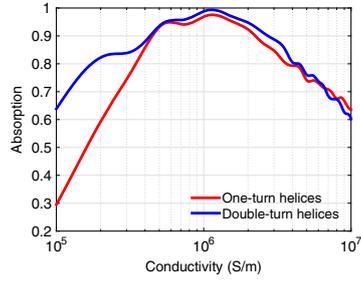


FIG. 4. Absorption coefficient versus conductivity of the inclusion material at the operating frequency of 3 GHz.

coefficients, respectively) versus conductivity of the material of the inclusions obtained with a commercial electromagnetic software [40] is plotted in Fig. 4. We see that larger or smaller than the optimum levels of dissipative loss in the inclusions degrade the performance of the absorbers. In our design, we utilize helices made of nichrome NiCr60/15 with the conductivity 10^6 S/m, which approximately ensures the required level of dissipation loss (see Fig. 4).

The individual polarizabilities of the single-turn and double-turn helices satisfying requirements of total absorption (5) are shown in Fig. 5. The nonzero electromagnetic polarizability α_{em} of a single inclusion is compensated in the array of the left- and right-handed helices. We see that the electric and magnetic polarizabilities have nearly identical frequency dispersions, meaning that they possess desired electromagnetic properties of wide-band Huygens' sources. This unique feature distinguishes our absorber from known designs whose structural elements possess spectrally different dispersions of the electric and magnetic modes [see Figs. 2(a) and 2(b)].

The reflection, transmission, and absorption coefficients for infinite arrays of the described single- and double-turn helices are plotted in Figs. 6(a) and 6(b). One can see that at the resonance frequency, the designed metasurfaces based on single- and double-turn helices absorb 96.5% and 99.9% of the incident power, respectively. The absorbers, because of their symmetrical

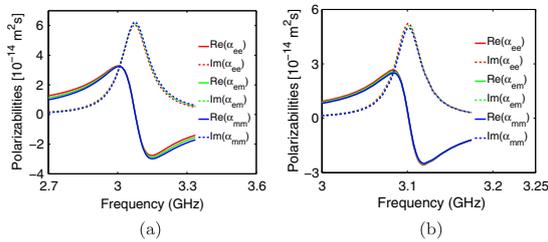


FIG. 5. Individual normalized polarizabilities of the designed (a) single- and (b) double-turn helical inclusions.

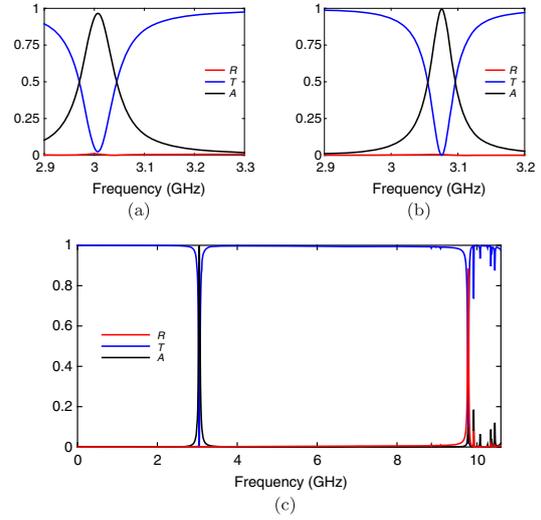


FIG. 6. Simulated power reflection R , transmission T , and absorption A coefficients for infinite arrays of (a) single- and (b) double-turn helical inclusions. (c) Response of the double-turn helix array in a wide frequency range.

geometry, identically operate with waves impinging on either of their sides. It can be seen that both inside and outside of the absorption band, the reflection coefficient is practically zero for both metasurfaces. In order to highlight the unique functionality of our absorbers, we illustrate in Fig. 6(c) the broadband response of the metasurface based on double-turn helices. While the transmission coefficient has a resonance of full absorption at about 3 GHz, the reflection coefficient is not distinguishable from zero in an ultrawide range from MHz frequencies to about 10 GHz, where the circumference of one turn of the helix becomes comparable to the wavelength and the first higher-order resonance appears.

The remarkable operation of the proposed Huygens' absorbers can be clearly illustrated based on a circuit analogy. To a good approximation, for frequencies not very far from the resonance, we can assume that both polarizabilities α_{ee} and α_{mm} of the metasheet inclusions possess the Lorentz dispersion (6). Under this assumption, the transmission coefficient (1) reads

$$T = 1 + \frac{i\omega\Gamma}{\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}, \quad (8)$$

where $\Gamma = \eta_0 A_e / S$. Here, A_e is the coefficient from the Lorentz dispersion model (6) and S is the unit-cell area of the metasheet. The reflection coefficient is identically zero at all frequencies. We can synthesize a two-port circuit with such response using the conventional circuit synthesis methods. As a result, we find that the proposed Huygens'

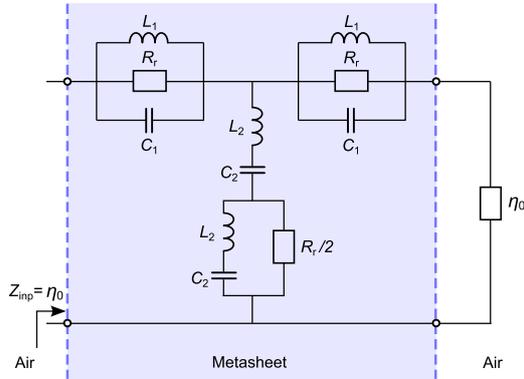


FIG. 7. An equivalent circuit of the proposed absorbers matched at all frequencies. The resistive load $\eta_0 = 377 \Omega$ denotes the impedance of free space behind the absorber.

absorbers can be modeled by the symmetric circuit shown in Fig. 7. The circuit elements in the series branches equal $1/C_1 = \omega_c^2 L_1 = \eta_0^2 A_c / 2S$, while those in the parallel branch are $1/C_2 = \omega_c^2 L_2 = S\omega_c^2 / A_c$. Resistance R_r is equal to η_0 . Direct calculation of the input impedance of the absorber circuit Z_{inp} reveals that it is equal to the impedance of free space η_0 at all frequencies (which yields zero reflection from the absorber). In the circuit theory, such circuits are known and called constant-resistance networks [41,42], but it appears that mostly lossless circuits have been studied and used. Although the circuit responds as a single resistor, it is dispersive and lossy, and the transmission coefficient has a resonant behavior. At the resonance frequency ω_c , the parallel branch is short-circuited; therefore, all the incident power is dissipated in the resistor R_r in the first series branch (the metasurface totally absorbs the incident wave). At very low or very high frequencies, the series branches are short-circuited, while the parallel branch is an open circuit. Therefore, all the incident power without loss is delivered to the load resistor η_0 , which models the free space behind the metasheet (the metasheet becomes invisible for electromagnetic radiation at these frequencies).

For many applications of absorbers, it is of particular importance to absorb normally incident radiation as well as radiation impinging on the structure at oblique angles. The angular stability of the proposed absorbers is shown in Fig. 8. It is seen that whereas the metasurface with single-turn helices absorbs nearly perfectly only at the incidence angles close to normal, the metasurface with double-turn helices exhibits impressive angular-stable absorption. This absorption can be explained by the fact that the double-turn helices have more isotropic topologies. For transverse electric (TE) polarized waves illuminating the metasurface with the double-turn helices at angles from 0 to 68°, the absorption level remains above 80%. Furthermore, for both

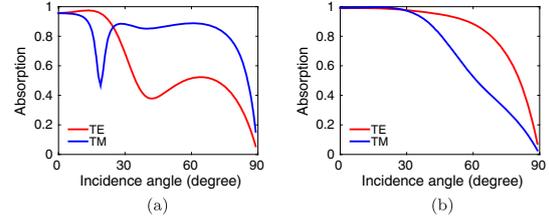


FIG. 8. The absorption level $A = 1 - R - T$ in a metasurface with (a) single-turn and (b) double-turn helical elements versus the incident angle.

TE and TM polarizations, the absorber operates with efficiency over 95% at angles from 0 to 35°. It should be stressed that this high-performance angular stability is achieved in an electrically ultrathin ($\lambda/15$) structure.

IV. EXPERIMENTAL REALIZATION AND CHARACTERIZATION

The operation of the two proposed Huygens' metasheet absorbers was verified by conducting measurements in an anechoic chamber based on the free-space method [43]. A microwave signal generator was connected to a transmitting horn antenna, while the signal at the receiving horn antenna was analyzed with a microwave receiver. The horn antennas had apertures of 35 cm \times 27 cm. The samples were located at a distance of 4 meters (about 40λ) from the transmitting antenna, which approximately secures plane-wave excitation of the samples. The receiving horn antenna was positioned immediately behind the samples. The fabricated samples were mounted in the hole of a wall made of microwave absorbing material. Transmission measurements were calibrated to the transmission between the horn antennas in the absence of the samples. The reflection measurements were calibrated by using a copper plate with the area equal to that of the samples. In the reflection measurements, the transmitting and receiving antennas were each inclined with an angle of about 3° with respect to the normal of the sample surface.

The helical inclusions of the samples were manually manufactured and placed in supporting low-permittivity slab described in the previous section (see Fig. 9). Manufacturing single-turn helices with a small wire radius $r_1 = 0.1$ mm optimized in simulations implies practical difficulties associated with very flexible and unstable wire forming the helix. Therefore, for our measurements, we fabricated an array of single-turn helices with the wire radius $r_1 = 0.25$ mm. The samples with single-turn and double-turn helices had dimensions of $6\lambda \times 7.2\lambda$ and $3.6\lambda \times 3.6\lambda$, respectively.

The measured power reflection R , transmission T , and absorption A coefficients of the fabricated samples are depicted in Fig. 10 together with the corresponding simulated quantities (in these simulations, the single-turn

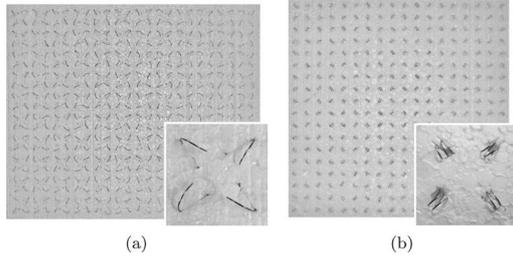


FIG. 9. Fabricated metasurfaces of (a) single-turn and (b) double-turn helices comprising, respectively, 480 and 324 elements embedded in plastic foam.

helices had the increased radius of the wire $r_1 = 0.25$ mm, the same as in the experimental sample). The absorption coefficient was found based on the reflection and transmission data using the expression $A = 1 - R - T$. For an array of single-turn helices, the measured peak absorption amounts to 92%, while for the array of double-turn helices, the corresponding quantity achieves 81%. The experimental and simulated curves plotted in Fig. 10 have similar shapes and nearly the same resonance frequencies. Because of inaccuracies in manual fabrication, the manufactured samples comprise inclusions with slightly varying geometrical dimensions such as the loop radius and the height. As a result, individual inclusions resonate at slightly different frequencies, which inevitably increases the absorption bandwidth of the structures but decreases the absorption peak values. Another reason for the resonance widening is diffuse scattering on array inhomogeneities (slightly varying period, etc.). All these imperfections can be improved with a more precise fabrication process of the helical inclusions. Both the experimental and simulated results manifestly confirm the fact that the proposed absorbers indeed operate as broadband Huygens' metasurfaces, being nearly totally reflection-free inside and outside of the absorption band.

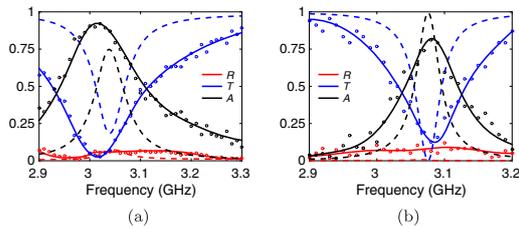


FIG. 10. Measured and the corresponding simulated reflection, transmission, and absorption coefficients for the fabricated metasurfaces with (a) single- and (b) double-turn helical inclusions. The dots denote measured values. The solid lines are the envelope curves of the measured data. The dashed lines show the corresponding simulated coefficients of the measured samples.

V. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In this paper, we have proposed and experimentally tested a novel concept of ultrathin all-frequencies-matched metasurfaces that produce no reflections in an extremely wide frequency range. Although here we utilized these metasurfaces for designing absorbers, they can be perfect candidates for creating lossless transmit arrays that are reflectionless at all frequencies and allow full control over transmission wave fronts. Indeed, let us consider a lossless wideband reflectionless metasurface that can be realized using the same helical inclusions made of a low-loss material. Assuming the Lorentz polarizability model (6) for both α_{ee} and α_{mm} , the effective polarizabilities of lossless balanced inclusions take the form

$$\frac{1}{\eta_0 \hat{\alpha}_{ee}} = \frac{1}{\hat{\alpha}_{mm} / \eta_0} = \frac{\omega_e^2 - \omega^2}{A_e} - \frac{i\omega}{2S}, \quad (9)$$

as follows from (4) and (5). The amplitude of the transmission coefficient is identically equal to unity, but its phase

$$\text{phase}(E_t/E_{\text{inc}}) = 2 \arctan \left(\frac{\omega}{2S} \frac{A_e}{\omega_e^2 - \omega^2} \right) \quad (10)$$

can be fully controlled over the 2π range [the arctangent function in (10) varies over π] by choosing the unit-cell area S and the inclusion parameters A_e and ω_e , still maintaining a zero reflection property at all frequencies. It should be noted that the presence of electric and magnetic responses in the structure is a necessary condition to cover the full 2π range of the transmission phase. It is simple to prove that if only one of the electric and magnetic polarizabilities is nonzero, the accessible range of the transmission phase becomes 2 times smaller than that in Eq. (10). This result is in agreement with previous studies [44] where the phase control of transmission was limited by π in structures possessing only an electric response.

Adjusting the level of dissipation loss in the inclusions, we can also fully control the amplitude of the transmitted wave. In contrast, known realizations of Huygens' metasurfaces for controlling transmitted waves [13–15] are perfectly matched only at one frequency.

In this paper, we have designed Huygens' metasheet absorbers, which fully absorb incident radiation of one frequency, being totally transparent for radiation of other frequencies. This regime implies that the inclusions of the absorbers are equally strongly polarized electrically and magnetically, in as wide a frequency range as possible. This polarization is achieved by using one and the same resonant mode of a chiral resonator to create both electric and magnetic responses with identical spectral dispersions. From the theoretical point of view, the proposed absorber is probably the first microwave realization of a dispersive and lossy structure which does not reveal its dispersive and

lossy nature when observed in reflections at any frequency. Although we have designed the prototypes operating in the microwave frequency range, our generic concept of Huygens' metasurface absorbers can be applied over the entire electromagnetic spectrum.

The unique property of zero reflectivity in an ultrawide frequency range combined with frequency-selective absorption offers exciting possibilities in applications, allowing creation of perfect electrically thin band-stop filters for radiation of an arbitrary frequency. The off-band transparency of the absorbers allows one to construct various complex multifrequency filters, combining, in a parallel stack, metasurfaces resonating at different frequencies. The neighboring metasurfaces would not disturb the performance of one another, and the overall thickness of such a multilayer structure would still be of the order of one wavelength or less. Another exciting possibility of the implementation of the proposed absorbers lies in designing new types of "invisible" bolometers and sensors. Using the multilayer Huygens' metasurface absorber, it becomes possible to design a single bolometer that measures the power of incident radiation of *different* spectral lines at the same time. Moreover, the narrow-band response of the proposed absorbers makes them ideal candidates for implementation in bolometer arrays in astronomy at millimeter wavelengths. Because of the reflectionless operation, the proposed absorbers can be successfully used for stealth applications, especially for nonmetallic objects. In contrast to conventional metal-backed absorbers, they do not increase the radar cross section of the hidden object outside of the absorption band.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported in part by the Nokia Foundation. The authors would like to thank Anu Lehtovuori and Mikko Honkala for helpful discussions of constant resistance circuits.

-
- [1] N. I. Landy, S. Sajuyigbe, J. J. Mock, D. R. Smith, and W. J. Padilla, *Perfect Metamaterial Absorber*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 207402 (2008).
- [2] N. Liu, M. Mesch, T. Weiss, M. Hentschel, and H. Giessen, *Infrared Perfect Absorber and Its Application as Plasmonic Sensor*, *Nano Lett.* **10**, 2342 (2010).
- [3] M. Diem, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Wide-Angle Perfect Absorber/Thermal Emitter in the Terahertz Regime*, *Phys. Rev. B* **79**, 033101 (2009).
- [4] B. A. Munk, *Jaumann and Circuit Analog Absorbers in Frequency-Selective Surfaces: Theory and Design* (Wiley, New York, 2000).
- [5] K. N. Rozanov, *Ultimate Thickness to Bandwidth Ratio of Radar Absorbers*, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **48**, 1230 (2000).
- [6] M. Gustafsson, C. Sohl, C. Larsson, and D. Sjöberg, *Physical Bounds on the All-Spectrum Transmission through Periodic Arrays*, *Europhys. Lett.* **87**, 34002 (2009).
- [7] M. Gustafsson, I. Vakili, S. Keskin, D. Sjöberg, and C. Larsson, *Optical Theorem and Forward Scattering Sum Rule for Periodic Structures*, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **60**, 3818 (2012).
- [8] R. M. Fano, *Theoretical Limitations on the Broadband Matching of Arbitrary Impedance*, in *Technical report 41* (Massachusetts Institute of Technology, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts, 1948), p. 34, <http://hdl.handle.net/1721.1/5007>.
- [9] M. Kerker, D.-S. Wang, and C. L. Giles, *Electromagnetic Scattering by Magnetic Spheres*, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 765 (1983).
- [10] I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, and A. L. Samofalov, *Helices of Optimal Shape for Nonreflecting Covering*, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **49**, 33002 (2010).
- [11] E. Saenz, I. Semchenko, S. Khakhomov, K. Guven, R. Gonzalo, E. Ozbay, and S. Tretyakov, *Modeling of Spirals with Equal Dielectric, Magnetic, and Chiral Susceptibilities*, *Electromagnetics* **28**, 476 (2008).
- [12] I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, and A. L. Samofalov, *Optimal Helix Shape: Equality of Dielectric, Magnetic, and Chiral Susceptibilities*, *Russ. Phys. J.* **52**, 472 (2009).
- [13] F. Monticone, N. M. Estakhri, and A. Alù, *Full Control of Nanoscale Optical Transmission with a Composite Metascreen*, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 203903 (2013).
- [14] C. Pfeiffer and A. Grbic, *Metamaterial Huygens' Surfaces: Tailoring Wave Fronts with Reflectionless Sheets*, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 197401 (2013).
- [15] M. Decker, I. Staude, M. Falkner, J. Dominguez, D. N. Neshev, I. Brener, T. Pertsch, and Y. S. Kivshar, *High-Efficiency Dielectric Huygens Surfaces*, *Adv. Opt. Mater.* **3**, 813 (2015).
- [16] C. G. Hu, X. Li, Q. Feng, X. N. Chen, and X. G. Luo, *Introducing Dipole-Like Resonance into Magnetic Resonance to Realize Simultaneous Drop in Transmission and Reflection at Terahertz Frequency*, *J. Appl. Phys.* **108**, 053103 (2010).
- [17] H. Tao, N. Landy, C. Bingham, X. Zhang, R. Averitt, and W. Padilla, *A Metamaterial Absorber for the Terahertz Regime: Design, Fabrication and Characterization*, *Opt. Express* **16**, 7181 (2008).
- [18] G. R. Keiser, A. C. Strikwerda, K. Fan, V. Young, X. Zhang, and R. D. Averitt, *Decoupling Crossover in Asymmetric Broadside Coupled Split-Ring Resonators at Terahertz Frequencies*, *Phys. Rev. B* **88**, 024101 (2013).
- [19] Y. Cheng, H. Yang, Z. Cheng, and B. Xiao, *A Planar Polarization-Insensitive Metamaterial Absorber*, *Photon. Nanostr. Fundam. Appl.* **9**, 8 (2011).
- [20] N. I. Landy, C. M. Bingham, T. Tyler, N. Jokerst, D. R. Smith, and W. J. Padilla, *Design, Theory, and Measurement of a Polarization-Insensitive Absorber for Terahertz Imaging*, *Phys. Rev. B* **79**, 125104 (2009).
- [21] F. Bilotti, A. Toscano, K. B. Alici, E. Ozbay, and L. Vegni, *Design of Miniaturized Narrowband Absorbers Based on Resonant-Magnetic Inclusions*, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* **53**, 63 (2011).

- [22] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, *Total Absorption of Electromagnetic Waves in Ultimately Thin Layers*, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61**, 4606 (2013).
- [23] A. N. Serdyukov, I. V. Semchenko, S. A. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science, Amsterdam, 2001).
- [24] M. Li, L. Guo, J. Dong, and H. Yang, *An Ultra-thin Chiral Metamaterial Absorber with High Selectivity for LCP and RCP Waves*, *J. Phys. D* **47**, 185102 (2014).
- [25] T. Niemi, A. O. Karilainen, and S. A. Tretyakov, *Synthesis of Polarization Transformers*, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61**, 3102 (2013).
- [26] S. A. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics* (Artech House, Norwood, 2003).
- [27] R. Paniagua-Dominguez, F. Lopez-Tejiera, R. Marques, and J. A. Sanchez-Gil, *Metallo-dielectric Coreshell Nanospheres as Building Blocks for Optical Three-Dimensional Isotropic Negative-Index Metamaterials*, *New J. Phys.* **13**, 123017 (2011).
- [28] D. Morits and C. R. Simovski, *Isotropic Negative Refractive Index at Near Infrared*, *J. Optics* **14**, 125102 (2012).
- [29] S. Campione, L. I. Basilio, L. K. Warne, and M. B. Sinclair, *Tailoring Dielectric Resonator Geometries for Directional Scattering and Huygens Metasurfaces*, *Opt. Express* **23**, 2293 (2015).
- [30] C. M. Watts, X. Liu, and W. J. Padilla, *Metamaterial Electromagnetic Wave Absorbers*, *Adv. Mater.* **24**, OP98 (2012).
- [31] S. A. Tretyakov, F. Mariotte, C. R. Simovski, T. G. Kharina, and J.-P. Heliot, *Analytical Antenna Model for Chiral Scatterers: Comparison with Numerical and Experimental Data*, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **44**, 1006 (1996).
- [32] B. Wang, J. Zhou, T. Koschny, M. Kafesaki, and C. M. Soukoulis, *Chiral Metamaterials: Simulations and Experiments*, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11**, 114003 (2009).
- [33] Y. Zhao, M. A. Belkin, and A. Alù, *Twisted Optical Metamaterials for Planarized Ultrathin Broadband Circular Polarizers*, *Nat. Commun.* **3**, 870 (2012).
- [34] I. A. Faniayeu, V. S. Asadchy, T. A. Dziarzhanskaya, I. V. Semchenko, and S. A. Khakhomov, *A Single-Layer Meta-Atom Absorber*, in *Proceedings of the 8th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, 2014* (IEEE, New York, 2014), p. 112.
- [35] J. K. Gansel, M. Thiel, M. S. Rill, M. Decker, K. Bade, V. Saile, G. Freymann, S. Linden, and M. Wegener, *Gold Helix Photonic Metamaterial as Broadband Circular Polarizer*, *Science* **325**, 1513 (2009).
- [36] A. Radke, T. Gissibl, T. Klotzbücher, P. V. Braun, and H. Giessen, *Three-Dimensional Bichiral Plasmonic Crystals Fabricated by Direct Laser Writing and Electroless Silver Plating*, *Adv. Mater.* **23**, 3018 (2011).
- [37] I. V. Semchenko, S. A. Khakhomov, and A. L. Samofalov, *Transformation of the Polarization of Electromagnetic Waves by Helical Radiators*, *J. Commun. Technol. Electron.* **52**, 850 (2007).
- [38] V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Y. Ra'di, I. V. Semchenko, and S. A. Khakhomov, *Optimal Arrangement of Smooth Helices in Uniaxial 2D-Arrays*, in *Proceedings of the 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, 2013* (IEEE, New York, 2013), p. 244.
- [39] V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Y. Ra'di, and S. A. Tretyakov, *Determining Polarizability Tensors for an Arbitrary Small Electromagnetic Scatterer*, *Photon. Nanostr. Fundam. Appl.* **12**, 298 (2014).
- [40] ANSYS HFSS, 2014: www.ansoft.com.
- [41] O. J. Zobel, *Distortion Correction in Electrical Circuits with Constant Resistance Recurrent Networks*, *Bell Syst. Tech. J.* **7**, 438 (1928).
- [42] E. L. Norton, *Constant Resistance Networks with Applications to Filter Groups*, *Bell Syst. Tech. J.* **16**, 178 (1937).
- [43] D. K. Ghodgaonkar, V. V. Varadan, and V. K. Varadan, *A Free-Space Method for Measurement of Dielectric Constants and Loss Tangents at Microwave Frequencies*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **38**, 789 (1989).
- [44] L. Lin, X. M. Goh, L. P. McGuinness, and A. Roberts, *Plasmonic Lenses Formed by Two-Dimensional Nanometric Cross-Shaped Aperture Arrays for Fresnel-Region Focusing*, *Nano Lett.* **10**, 1936 (2010).

Публикация 6

V.S. Asadchy, M. Albooyeh, S.N. Tsvetkova, A. Díaz-Rubio, Y. Ra'di, and S.A. Tretyakov
“Perfect control of reflection and refraction using spatially dispersive metasurfaces”, Physical Review B, 94, issue 7, 075142(1–14) (2016).

Вклад автора

Идея для статьи принадлежит Проф. С.А. Третьякову. Автор, М. Албуе, С.Н. Цветкова и Проф. С.А. Третьяков внесли одинаковый вклад в теоретический анализ для статьи. Ю. Ради внёс вклад в Параграф ПЕ.1, А. Диаз-Рубио – в Параграф ПЕ.2. Черновик статьи был написан Проф. С.А. Третьяковым, автором и М. Албуе. Все со-авторы приняли участие в редактирование статьи.

Perfect control of reflection and refraction using spatially dispersive metasurfacesV. S. Asadchy,^{1,2} M. Albooyeh,¹ S. N. Tcvetkova,¹ A. Díaz-Rubio,¹ Y. Ra'idi,^{1,3} and S. A. Tretyakov¹¹*Department of Radio Science and Engineering, Aalto University, P. O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland*²*Department of General Physics, Francisk Skorina Gomel State University, 246019 Gomel, Belarus*³*Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109-2122, USA*

(Received 6 May 2016; revised manuscript received 27 July 2016; published 19 August 2016)

Nonuniform metasurfaces (electrically thin composite layers) can be used for shaping refracted and reflected electromagnetic waves. However, known design approaches based on the generalized refraction and reflection laws do not allow realization of perfectly performing devices: there are always some parasitic reflections into undesired directions. In this paper we introduce and discuss a general approach to the synthesis of metasurfaces for full control of transmitted and reflected plane waves and show that perfect performance can be realized. The method is based on the use of an equivalent impedance matrix model which connects the tangential field components at the two sides on the metasurface. With this approach we are able to understand what physical properties of the metasurface are needed in order to perfectly realize the desired response. Furthermore, we determine the required polarizabilities of the metasurface unit cells and discuss suitable cell structures. It appears that only spatially dispersive metasurfaces allow realization of perfect refraction and reflection of incident plane waves into arbitrary directions. In particular, ideal refraction is possible only if the metasurface is bianisotropic (weak spatial dispersion), and ideal reflection without polarization transformation requires spatial dispersion with a specific, strongly nonlocal response to the fields.

DOI: [10.1103/PhysRevB.94.075142](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.075142)**I. INTRODUCTION**

A metasurface is a composite material layer, designed and optimized in order to control and transform electromagnetic fields. The layer thickness is negligible as compared to the wavelength in the surrounding space. Conventional devices for wave transformations are either bulky and heavy (e.g., reflector antennas or lenses) or complicated and require active elements (transmitarray antennas, also called array lenses [1,2]). Therefore, it is quite tempting to become able to realize desired transformations (for example, focus or refract wave beams) using extremely thin passive layers. Recently, there has been considerable interest and progress in creating metasurfaces for controlling reflected and transmitted waves; see recent reviews in [3–7]. Some limited manipulations of waves transmitted through a thin metasurface can be accomplished due to a specifically designed phase gradient over the metasurface plane [8–11]. The required phase gradient is achieved by precise adjustment of the phases of transmitted waves from each metasurface inclusion. Although this approach has enabled realizations of transmitarrays even at optical frequencies, it suffers from very low efficiency (less than 25% of transmitted power) and cannot provide control of polarization of the transmitted waves (in fact, it suffers from uncontrollable polarization rotation by 90°). Subsequently, another approach based on generalized boundary conditions and the use of symmetric metasurfaces was proposed by several researchers [12–15]. It provided more efficient operation (more than 80% of transmitted power) and manipulation of polarization [16]. However, even this approach cannot ensure ideal performance [7,17], because these symmetric layers cannot be matched to impedances of two propagating waves (incident and transmitted) in different directions, and, therefore, they inevitably produce some reflections. Most recently, in Refs. [18,19] it has been shown that the use of metasurfaces with asymmetric response can open a possibility to realize metasurfaces for perfect refraction.

Known structures for manipulating reflection (both reflectarrays and metasurfaces) are able to control the reflection phase at each point of the reflector surface and nearly fully reflect the incident power. Representative examples can be found in papers [20–27]. It has been believed that these properties can allow full control over reflected waves. However, it is not the case. As is shown in [28] and in this paper, lossless fully reflecting metasurfaces designed to reflect a plane wave into another plane wave always produce parasitic beams in undesired directions. Without proper understanding of the physical properties of metasurfaces responsible for refraction and reflection phenomena it is not possible to create 100% efficient metasurfaces with desired properties.

Here we address this problem by introducing a general approach to the design of metasurfaces for arbitrary manipulations of plane waves, both in transmission and reflection. We explain the main ideas of the proposed analytical approach to the synthesis of general functional metasurfaces using simple but enough general examples of metasurfaces for refraction or reflection of plane waves into arbitrary directions. In the first example, a metasurface between two isotropic half spaces (generally different) is designed so that a plane wave incident from one space (the incidence angle θ_i) is fully refracted into a plane wave propagating in the second space (the refraction angle θ_t), without polarization change. We derive general conditions on the equivalent circuit parameters of the metasurface to ensure perfect refraction while the reflection coefficient is exactly zero (see Sec. II A). Subsequently, we consider three different metasurface scenarios to satisfy these conditions (Secs. II B, II C, and II E). The latter scenario was independently considered in [18]. In the second example, we show how to design metasurfaces which fully reflect plane waves into an arbitrary direction (the reflection angle θ_r). In this example, there are two plane waves coexisting in the space in front of the reflecting metasurface. This issue complicates the study, but the solution allows us to approach

the problem of synthesis of metasurfaces for the most general field transformations, where the main challenge is to account for interference between multiple plane waves. Indeed, any arbitrary field distribution can be represented as a series of plane waves that interfere on both sides of the metasurface. In Sec. III A, we examine conditions on the metasurface parameters for the perfect reflection regime. Similar conditions were obtained independently in [28]. Next, in Secs. III B, III C, and IV, we consider different scenarios for metasurface realizations.

We show that perfect control over both refraction and reflection using lossless metasurfaces requires careful engineering of spatial dispersion in the structure. To realize perfect refraction, we need only weak spatial dispersion in the form of the artificial magnetism and bianisotropic omega coupling [29]. This effect is described by local relations between the exciting electric and magnetic fields and the induced polarizations in the unit cells. Perfect control over reflection using lossless metasurfaces appears to be possible only using strongly nonlocal metasurfaces: part of the power received in one area of the surface should be “channeled” and reradiated at a different part of the surface. Lossless local-response metasurfaces (that is, conventional reflectarrays and earlier studied metamirrors) cannot create a perfect reflected plane wave in any direction except the specular and retro directions.

The results clarify the necessary physical properties of metasurfaces for ideal wave refraction and reflection and explain the limitations of earlier used design methods and earlier studied realizations in the form of electric and magnetic sheets, inhomogeneous high-impedance surfaces, and reflectarrays. Possible routes towards realization of ideal and full control over refraction and reflection are identified and discussed.

II. CONTROL OF TRANSMISSION: PERFECTLY REFRACTING METASURFACE

As a first step we consider the problem of synthesis of metasurfaces for control of transmitted waves. We require that a given plane wave is fully refracted into another plane wave, without reflections or energy loss. The geometry of the problem is illustrated in Fig. 1. The metasurface is located in the yz plane between two isotropic half spaces with the characteristic impedances η_1 and η_2 . We assume, without loss

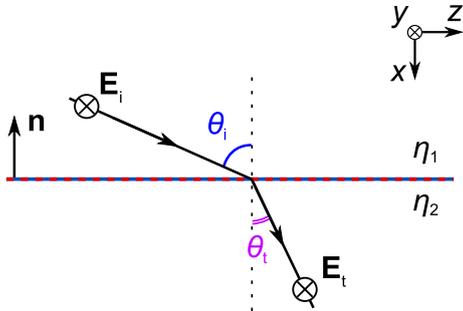


FIG. 1. Illustration of the desired performance of an ideally refracting metasurface.

of generality of the approach, a transverse electric (TE, with respect to the normal to the surface) incident plane wave. Our approach can be used for waves of arbitrary polarizations, including arbitrary polarization transformations, by using the dyadic parameters instead of the scalar ones.

Let us assume that the metasurface is illuminated from medium 1 by a plane wave (with the wave number k_1 and the electric field vector \mathbf{E}_i) at an angle θ_i . Requiring zero reflections, the tangential field components \mathbf{E}_{t1} and \mathbf{H}_{t1} on the illuminated side of the metasurface (at $x = 0$) read

$$\mathbf{E}_{t1} = \mathbf{E}_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z}, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t1} = \mathbf{E}_i \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z}, \quad (1)$$

where z is the coordinate along the tangential component of the incident wave vector and the unit vector \mathbf{n} is orthogonal to the metasurface plane, pointing towards the source. The time-harmonic dependency in the form $e^{j\omega t}$ is assumed. We want to synthesize a metasurface which will transform this incident wave into a refracted wave propagating in medium 2 (characterized by parameters k_2, η_2) in some other direction, specified by the angle θ_t , without any loss of power. Therefore, the required tangential fields behind the metasurface read

$$\mathbf{E}_{t2} = \mathbf{E}_i e^{-jk_2 \sin \theta_t z + j\phi_t}, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t2} = \mathbf{E}_i \frac{1}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-jk_2 \sin \theta_t z + j\phi_t}. \quad (2)$$

For generality, we assume that the refracted wave is phase-shifted by an arbitrary angle ϕ_t with respect to the incident plane wave. With these notations, we can choose the origin of the z axis so that both \mathbf{E}_i and \mathbf{E}_t will be real-valued vectors.

Obviously, the phase of the transmission coefficient

$$\Phi_t(z) = \angle(E_{t2}/E_{t1}) = -k_2 \sin \theta_t z + \phi_t + k_1 \sin \theta_i z \quad (3)$$

is not uniform over the surface, as long as $k_2 \sin \theta_t \neq k_1 \sin \theta_i$. Differentiating the above equation, one can find the relation between the incidence and refraction angles in terms of the transmission coefficient phase gradient:

$$k_1 \sin \theta_i - k_2 \sin \theta_t = \frac{d\Phi_t(z)}{dz}. \quad (4)$$

This result suggests the simplest approach to the realization of refractive surfaces: designing a locally periodical surface whose transmission coefficient is unity in the absolute value (lossless Huygens’ sheet) and the phase of the transmission coefficient linearly changes in accordance with (4). This method was used for a long time in antenna engineering (e.g., [30]) and more recently in designs of metasurfaces, both in microwaves (e.g., [31]) and optics (e.g., [8]). However, this approach does not lead to the desired perfect refraction [17], and next we will explain how the desired performance can be realized exactly.

A. Conditions on the equivalent circuit parameters

First, let us find the amplitude of the transmitted wave \mathbf{E}_t which corresponds to full power transmission through the metasurface. Looking for possible realizations as metasurfaces with local response, we equate the normal (to the metasurface) components of the Poynting vector at each point of the

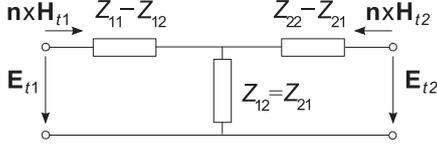


FIG. 2. Equivalent T circuit of a reciprocal metasurface for the considered case of one linear polarization (TE).

metasurfaces, in the two media:

$$\frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{t1} \times \mathbf{H}_{t1}^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{t2} \times \mathbf{H}_{t2}^*), \quad (5)$$

and substitute the field values from (1) and (2). As a result, for metasurfaces with locally full power transmission we obtain

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_i \sqrt{\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_t}} \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}}. \quad (6)$$

Note that the amplitude of the transmitted wave can be larger or smaller than the amplitude of the incident plane wave, although the metasurface is lossless and the power is conserved in transmission. This result already tells about a limitation of the mentioned above simple design approach based only on engineering the transmission phase according to (4).

Let us write the linear relations between the tangential fields at the two sides of the metasurface in the form of an impedance matrix:

$$\mathbf{E}_{t1} = Z_{11} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t1} + Z_{12} (-\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t2}), \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_{t2} = Z_{21} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t1} + Z_{22} (-\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t2}), \quad (8)$$

and find such values of the Z parameters which correspond to this particular field transformation. Knowing the Z parameters of a metasurface, we will be able to determine suitable topologies of constitutive elements (the unit-cell structures) which will realize the desired functionality. Furthermore, the use of the equivalent T circuit (Fig. 2) helps in understanding what physical properties the metasurface should have in order to provide the desired response.

Substituting the field values from (1), (2), and (6), we get the following equations for the Z parameters:

$$\begin{aligned} e^{-jk_1 \sin \theta_i z} &= Z_{11} \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} \\ &- Z_{12} \frac{1}{\sqrt{\eta_1 \eta_2}} \sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_t} e^{-jk_2 \sin \theta_t z + j\phi_t}, \quad (9) \\ e^{-jk_2 \sin \theta_t z + j\phi_t} &= Z_{21} \frac{1}{\sqrt{\eta_1 \eta_2}} \sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_t} e^{-jk_1 \sin \theta_i z} \\ &- Z_{22} \frac{\cos \theta_t}{\eta_2} e^{-jk_2 \sin \theta_t z + j\phi_t}. \quad (10) \end{aligned}$$

Obviously, there are infinitely many solutions for the unknown Z parameters, because we have only two conditions imposed on four complex parameters. Note that solutions with complex values of impedance parameters mean that some of the components forming the metasurface are either lossy or active, but all these solutions still correspond to the *overall lossless* response of the metasurface, because the fields on the two sides

of the metasurface form plane waves carrying the same power in both upper and lower half spaces.

This observation suggests that we can impose some restrictions on the values of the equivalent parameters of the metasurface for a specific transformation and achieve different realizations of metasurfaces which all perform the same operation on incident plane waves. The possibility of multiple realizations of arbitrary metasurfaces using the susceptibility model was discussed in Ref. [15].

B. Teleportation metasurface

Considering Eqs. (9) and (10), we observe that while the left-hand sides are single-exponential functions (corresponding to either incident or transmitted wave), the right-hand sides are sums of two different exponential functions. This property indicates that in general the Z parameters of the metasurface will depend on the coordinate z ; that is, the metasurface is, in general, not uniform. However, there is an interesting and conceptually simple solution corresponding to a *homogeneous* metasurface. If we assume that $Z_{12} = Z_{21} = 0$, then both equations are satisfied with

$$Z_{11} = \frac{\eta_1}{\cos \theta_i}, \quad Z_{22} = -\frac{\eta_2}{\cos \theta_t}. \quad (11)$$

In this scenario, the metasurface is formed by a matched absorbing layer (the input resistance Z_{11}), a perfect electric conductor (PEC) sheet, and an active layer (an “antiabsorber” [32,33]) on the other side. The incident plane wave is totally absorbed in the matched absorber. The negative-resistance sheet (resistance Z_{22}) together with the wave impedance of medium 2 forms a self-oscillating system whose stable-generation regime corresponds to generation of a plane wave in the desired direction (the refraction angle θ_t). Indeed, the sum of the wave impedance of plane waves propagating at the angle θ_t and the input impedance of the active layer is zero, and this is the necessary condition for stable generation. This structure is similar to the “teleportation metasurface” introduced in [32,33] for teleporting waves without changing the propagation direction. As shown in [33], in that case if the reflector separating the resistive and active layers is made at least slightly imperfect (parameters $Z_{12} = Z_{21}$ are very small but not exactly zero), the amplitude and phase of the transmitted wave is synchronized with the incident field.

The teleportation metasurface is a theoretically perfect realization of the desired transformation of plane waves in transmission. In particular, when the incidence angle equals θ_i , the reflection coefficient is exactly zero. However, because the input resistance of the metasurface seen from medium 2 is negative, reflections of waves coming from this medium are very strong. Therefore, within the linear model of the negative resistance, the reflection coefficient tends to infinity for waves coming from the direction θ_t . Moreover, the amplitude of the field in medium 2 is established due to nonlinear saturation of the negative resistance device. Therefore, it is probably practically impossible to ensure that the negative resistance saturates at exactly the desired amplitude of the generated wave. Next, we consider an alternative realization, requiring perfect matching of the metasurface for waves coming from medium 2.

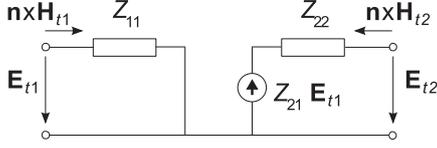


FIG. 3. Equivalent T circuit of a nonreciprocal transmitarray realization of refractive metasurfaces.

C. Transmitarray

Let us consider alternative realizations demanding that the input impedance of the metasurface seen from medium 2 is matched to the wave impedance in medium 2, so that waves coming from the direction θ_t will not produce any reflections. This requirement can be satisfied if we demand that

$$Z_{22} = \frac{\eta_2}{\cos \theta_t}. \quad (12)$$

Now we can find a realization of the metasurface as a nonreciprocal system where the ideal voltage source in the output branch is defined by

$$Z_{21} = \frac{2\sqrt{\eta_1\eta_2}}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_t}} e^{-j(k_2 \sin \theta_t - k_1 \sin \theta_i)z + j\Phi_t}, \quad (13)$$

as follows from (10). If the desired response for illumination from medium 1 is the only requirement, we can set $Z_{12} = 0$ and $Z_{11} = \frac{\eta_1}{\cos \theta_i}$, so that for illuminations from medium 1 at the incidence angle θ_i the metasurface is acting as a matched absorber (matched receiving antenna array). This realization can be modeled by the corresponding nonreciprocal equivalent circuit, shown in Fig. 3.

This realization reminds one of conventional transmitarrays [1]. The incident plane wave is received by a matched antenna array on one side of the surface and the wave is launched into medium 2 with a transmitting phase array antenna. In the ideal situation the transmitarray is overall lossless, as the resistance seen from the illuminated side is in fact the radiation resistance of the transmitting array (the two arrays need to be connected by matched cables).

The same model describes also the concept of field control and active cloaking using active Huygens' surfaces [13,34]. In that scenario, there is no connection between the receiving side (realized as a matched absorber) and the active array. The incident field is assumed to be known and the amplitudes and phases of sources feeding the radiating array are set accordingly.

D. Symmetrical double current sheets

Within the metasurface paradigm, the simplest approach to realization of refractive metasurfaces is to assume that the refraction is controlled by engineering surface densities of electric and magnetic current sheets, coexisting at the metasurface plane. It is obvious that sheets of only electric or only magnetic currents cannot offer the desired functionality because of the symmetry of the scattered fields in the forward and backward directions. Because electric and magnetic surface current sheets are conveniently modeled by surface impedance relations, it appears reasonable to model refractive

metasurfaces by two impedance relations which should hold both for the electric and magnetic surface current densities \mathbf{J}_e and \mathbf{J}_m [35–37]:

$$\mathbf{J}_e = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{r1} - \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{r2} = Y_e \mathbf{E}_t = Y_e \frac{\mathbf{E}_{r1} + \mathbf{E}_{r2}}{2}, \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_m = -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_{r1} - \mathbf{E}_{r2}) = Y_m \mathbf{H}_t = Y_m \frac{\mathbf{H}_{r1} + \mathbf{H}_{r2}}{2}. \quad (15)$$

Here \mathbf{E}_t and \mathbf{H}_t are the averaged tangential electric and magnetic fields at the metasurface plane. Forming sums and differences of (7) and (8), it is easy to see that relations (14) and (15) can hold only if the metasurface is symmetric and reciprocal, that is, when $Z_{11} = Z_{22}$ and $Z_{12} = Z_{21}$. Under these assumptions,

$$Y_e = \frac{2}{Z_{11} + Z_{12}}, \quad Y_m = 2(Z_{11} - Z_{12}). \quad (16)$$

Since we have only two unknown complex parameters Z_{11} and Z_{12} , the solution of (9) and (10) becomes unique and it reads

$$Z_{11} = \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} \frac{e^{-j\Phi_t} + e^{j\Phi_t}}{e^{-j\Phi_t} - \frac{\eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t} e^{j\Phi_t}}, \quad (17)$$

$$Z_{12} = \frac{\sqrt{\eta_1\eta_2}}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_t}} \frac{\frac{\eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t} + 1}{e^{-j\Phi_t} - \frac{\eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t} e^{j\Phi_t}}, \quad (18)$$

where Φ_t is defined by (3). We see that these parameters, as well as the electric sheet admittance and magnetic sheet impedance (16), are complex numbers, which physically means that the surface is either lossy or active at different values of z . For a special case of refraction of a normally incident plane wave at 45° such solution for sheet parameters has been published in [12,38] and later on discussed in, e.g., [7].

Inspecting (17) and (18), we see that the metasurface parameters can be purely imaginary for all z , corresponding to passive lossless realizations, only if

$$\frac{\eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t} = 1, \quad (19)$$

in which case

$$Z_{12} = j \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} \frac{1}{\sin \Phi_t}, \quad Z_{11} = j \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} \cot \Phi_t. \quad (20)$$

Corresponding surface admittances, given by (16), are also purely imaginary and coincide with those derived in [17] in an alternative way. Condition (19) physically means that the impedance of the incident plane wave at the top side of the metasurface ($\frac{\eta_1}{\cos \theta_i}$) equals the impedance of the refracted wave at the bottom side of the surface ($\frac{\eta_2}{\cos \theta_t}$). It is, however, in contradiction with the desired field structure: Equations (1) and (2) imply that the ratio of the tangential field components (the wave impedance) must in general change if we require perfect refraction. Thus, lossless double current sheets modeled by impedance relations (14) and (15) cannot realize perfectly refractive metasurfaces.

In paper [17] the requirement for equal impedances (19) was derived in a different way, demanding the absence of losses, and it was concluded that perfect refraction using

lossless metasurfaces was not possible without reflections. Indeed, it is clear that adding some reflected field to (1), it is possible to make sure that the ratio of the tangential fields on top of the metasurface is the same as at the bottom. This approach is followed nearly in all current literature on lossless metasurfaces for refraction control: Nearly always only symmetric metasurfaces have been considered and used (see [5,7]) and the realization is thought in form of a symmetric double current sheet. This is the reason why earlier publications (see the review in [7]) state that there must be at least small reflections or there is a need to use active elements. The only known to us exception is the recent paper [18] where the problem is attacked using the generalized scattering matrix.

Next we show that perfect refraction at an angle which is not equal to the incidence angle is in fact possible using only lossless structures, but only if the surface is spatially dispersive, exhibiting bianisotropic omega coupling. This result has been independently obtained in [39].

E. Metasurface formed by lossless elements

In the above example realizations, metasurfaces contained both lossy and active elements, which may require complicated and expensive realizations. It is therefore of interest to consider whether and how one can realize the same functionality using only reactive lossless components.

1. Impedance matrix

To answer this question, we again consider the main set of requirements on the Z parameters of an ideal refractive metasurface (9) and (10) and look for a solution where all the Z parameters are purely imaginary (i.e., $Z_{ij} = jX_{ij}$):

$$e^{-jk_1 \sin \theta_1 z} = jX_{11} \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_1 e^{-jk_1 \sin \theta_1 z} - jX_{12} \frac{1}{\sqrt{\eta_1 \eta_2}} \sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 z + j\phi_1}, \quad (21)$$

$$e^{-jk_2 \sin \theta_2 z + j\phi_1} = jX_{21} \frac{1}{\sqrt{\eta_1 \eta_2}} \sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_2} e^{-jk_1 \sin \theta_1 z} - jX_{22} \frac{\cos \theta_2}{\eta_2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 z + j\phi_1}. \quad (22)$$

This is a system of four real-valued equations for four real unknowns X_{ij} , which has a unique solution:

$$X_{11} = \frac{\eta_1}{\cos \theta_1} \cot \Phi_t, \quad (23)$$

$$X_{22} = \frac{\eta_2}{\cos \theta_2} \cot \Phi_t, \quad (24)$$

$$X_{12} = X_{21} = \frac{\sqrt{\eta_1 \eta_2}}{\sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_2} \sin \Phi_t}. \quad (25)$$

For the case of zero phase shift ($\phi_t = 0$) formulas (23)–(24) agree with the result of [18], obtained using the generalized scattering parameters approach.

The metasurfaces modeled by (23)–(25) are reciprocal ($X_{12} = X_{21}$). Indeed, the same solution follows from (9)–(10) if we demand that a plane wave coming from the second

medium (the incidence angle θ_2) is fully transmitted into the first medium in the direction θ_1 . The required physical properties of such metasurfaces can be understood from the corresponding equivalent T circuit (see Fig. 2). The circuit is asymmetric, because $X_{11} \neq X_{22}$. This structure of the Z matrix corresponds to bianisotropic omega layers; see a discussion in [40,41]. Possible appropriate topologies include arrays of Ω -shaped inclusions [42], arrays of split rings, double arrays of patches (patches on the opposite sides of the substrate must be different to ensure proper magnetoelectric coupling) [43–46], etc. A more complicated set of three parallel reactive sheets was proposed in [18].

Previously, probably only in paper [18] asymmetric metasurfaces were used for transmission management [Eqs. (23)–(25) also appear in [18] for the case when $\phi_t = 0$]. Note also that the role of the omega-type bianisotropy of metasurfaces has been discussed in the review paper [4], and omega layers have been successfully used in single-layer metamirrors [42].

Comparing to the simple designs based on symmetrical metasurfaces (Sec. IID), we again see from (23) and (24) that lossless *symmetric* realizations with $X_{11} = X_{22}$ are possible only if $\frac{\eta_1}{\cos \theta_1} = \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}$, as we already saw from requirement (19). If media 1 and 2 are the same, we can conclude that previously proposed symmetrical metasurfaces cannot provide perfect refraction (without parasitic reflections or energy loss).

2. Unit-cell polarizabilities and appropriate topologies

Although the impedance matrix model provides a simple tool to design structures for desired wave transformations, it is not directly applicable for identifying appropriate topologies of the metasurface unit cells. Here we show how to determine what are the required properties of unit cells which realize ideally refractive metasurfaces. Knowing the polarizabilities of each unit cell, we can identify what polarization response should be generated in unit cells and what inclusions are needed to realize this response. So-called collective polarizabilities [47] relate the tangential electric and magnetic dipole moments induced in the unit cell to the fields of the incident wave. Knowing the Z parameters of a metasurface is tantamount to knowing reflection and transmission coefficients. Writing them also in terms of the collective polarizabilities of unit cells, we can find the required polarizabilities which realize the desired response. For the perfect refractive metasurfaces the collective polarizabilities of unit cells read (see [48])

$$\hat{\alpha}_{ee}^{yy} = \frac{S}{j\omega} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} \times \left[2 - \left(\sqrt{\frac{\eta_1 \cos \theta_2}{\eta_2 \cos \theta_1}} + \sqrt{\frac{\eta_2 \cos \theta_1}{\eta_1 \cos \theta_2}} \right) e^{j\Phi_t(z)} \right], \quad (26)$$

$$\hat{\alpha}_{mm}^{zz} = \frac{S}{j\omega} \frac{\eta_1 \eta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} \times \left[2 - \left(\sqrt{\frac{\eta_1 \cos \theta_2}{\eta_2 \cos \theta_1}} + \sqrt{\frac{\eta_2 \cos \theta_1}{\eta_1 \cos \theta_2}} \right) e^{j\Phi_t(z)} \right], \quad (27)$$

$$\widehat{\alpha}_{em}^{yz} = -\widehat{\alpha}_{me}^{zy} = \frac{S}{j\omega} \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}, \quad (28)$$

where S is the unit-cell area and $\widehat{\alpha}_{ee}^{yy}, \widehat{\alpha}_{mm}^{zz}, \widehat{\alpha}_{em}^{yz}, \widehat{\alpha}_{me}^{zy}$ are, respectively, electric, magnetic, electromagnetic, and magneto-electric polarizability components (coupling coefficients). The last two coefficients $\widehat{\alpha}_{em}^{yz}$ and $\widehat{\alpha}_{me}^{zy}$ imply so-called bianisotropic response in the unit cells which models the effect of weak spatial dispersion [29]. In other words, the incident electric (magnetic) field should induce also magnetic (electric) polarization in the unit cell. Here, $\widehat{\alpha}_{em}^{yz} = -\widehat{\alpha}_{me}^{zy}$, which is a typical characteristic of reciprocal *omega* inclusions [29].

As can be expected, both the electric and magnetic polarizabilities in (26) and (27) depend on z , and this dependence is the same for both of them. This result reflects the requirement of zero reflection at any point of the metasurface, which demands the balance of the induced electric and magnetic surface currents at any point (Huygens' condition). On the other hand, the omega coupling coefficient in (28) is constant with respect to z and depends only on the impedances and angles. This result reflects the fact that bianisotropic coupling of omega type is necessary to ensure that the waves incident on both sides of the metasurface see the same surface impedance, so that reciprocal full transmission is realized. Since the impedances of the two waves depend only on the impedances of the media and on the two angles, the coupling coefficient also depends only on these parameters. As expected, we see that when the impedances of the incident and transmitted waves are the same, that is, $\frac{\eta_1}{\cos \theta_i} = \frac{\eta_2}{\cos \theta_t}$, the required coupling coefficient vanishes.

Bianisotropic metasurfaces with the required properties defined by (26)–(28) can be realized as arrays of low-loss particles with the appropriate symmetry. As was mentioned, for microwave applications, metallic canonical omega particles or double arrays of asymmetric patches can be used. Multilayered topologies were proposed in paper [18]. For optical applications, arrays of properly shaped dielectric particles were introduced as omega-type bianisotropic metasurfaces [49,50].

It is important to compare the polarizabilities (26)–(28) which are required for realizing perfect refraction with the polarizabilities found in earlier works on wave transformations in the transmitting regime (e.g., [8–11,31]), where the design approach is based on the geometrical optics model and the “generalized law of refraction” (3). In that theory, the metasurface is assumed to be locally periodical, and the unit cells are designed so that the transmission coefficient has unit amplitude and the desired phase at every point. These requirements are satisfied if the electric and magnetic polarizabilities read (taking the earlier considered special case of normal incidence and identical media at both sides [31])

$$\widehat{\alpha}_{ee}^{yy} = \frac{1}{\eta^2} \widehat{\alpha}_{mm}^{zz} = \frac{S}{j\omega\eta} (1 - e^{j\Phi_t(z)}), \quad (29)$$

and the magneto-electric coupling coefficient $\widehat{\alpha}_{em}^{yz}$ is zero. Periodical arrays formed by unit cells having these collective polarizabilities have unit transmissivity and the transmitted waves have the required phases $\Phi_t(z)$, but when the cells are assembled into a nonuniform array, the performance becomes nonideal. In other words, in order to ensure the desired response of the nonuniform metasurface, properties

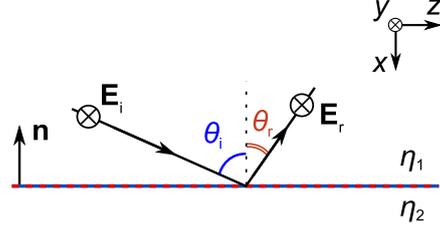


FIG. 4. Illustration of the desired performance of an ideally reflecting metasurface. TE incidence is assumed and the metasurface is located in the yz plane.

of periodical arrays formed by its unit cells must deviate from the simple geometrical-optics design recipe (3). This result is consistent with that in [6]. We can conclude that in order to ensure perfect refraction, it is not enough to make the metasurface bianisotropic (introducing asymmetry with respect to its two sides). The electric and magnetic polarizabilities in the exact synthesis [see (26)–(28)] solution are also different as compared to the conventional synthesis solution (29).

III. CONTROL OF REFLECTION: PERFECTLY REFLECTING METASURFACE

In the previous case of refractive metasurfaces, there is only one single plane wave at every point of space. In order to be able to synthesize metasurfaces for general field transformations, we need to understand how to control several plane waves which propagate and interfere in the same space. This problem can be solved at an example of a perfectly reflective metasurface, which we consider next.

The geometry of the problem is shown in Fig. 4. The design goal is to fully reflect a plane wave coming from a given direction θ_i into another plane wave propagating in a different and also arbitrary direction θ_r . Here, we consider the case when the polarization of the reflected wave is the same as that of the incident wave. Metasurfaces designed for full reflection were called *metamirrors* in [42,43]. In this scenario, the desired field distribution at the surface of the metamirror is the superposition of two plane waves (the incident wave and the reflected wave):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{t1} &= \mathbf{E}_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} + \mathbf{E}_r e^{-jk_1 \sin \theta_r z + j\phi_r}, \\ \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t1} &= \mathbf{E}_i \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} - \mathbf{E}_r \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_r e^{-jk_1 \sin \theta_r z + j\phi_r}. \end{aligned} \quad (30)$$

Here, \mathbf{E}_{t1} and \mathbf{H}_{t1} are the tangential (to the metamirror plane) components of the total electric and magnetic fields at the metamirror surface. For generality, we assume that the reflected plane wave can have any desired phase shift ϕ_r with respect to the incident wave. With these notations, we can choose the origin of the z axis so that both \mathbf{E}_i and \mathbf{E}_r will be real-valued vectors.

Similarly to the refractive metasurface, we see that the phase of the reflection coefficient

$$\Phi_r(z) = -k_1 \sin \theta_r z + \phi_r + k_1 \sin \theta_i z \quad (31)$$

depends on z , except the trivial case of specular reflection ($\theta_i = \theta_r$). Differentiating, we find the relation between the reflection and incidence angles in terms of the gradient of the reflection coefficient phase:

$$k_1(\sin \theta_i - \sin \theta_r) = \frac{d\Phi_r(z)}{dz}. \quad (32)$$

Analogously with the transmitting regime, this result suggests a simple design approach: to realize a fully reflective surface (the amplitude of the reflection coefficient equals unity at each point) but with a linearly varying reflection phase, according to (32). Reflecting surfaces with an engineered reflection phase are often called high-impedance surfaces [51] or reflectarrays [52]. Such an approach has been used, for example, in [20–27,42] as well as in all known designs of reflectarrays.

However, similarly to refracting metasurfaces, in designing reflecting surfaces this simplistic method also does not allow us to exactly realize the desired performance. Next, we present the theory of perfect reflecting surfaces and explore various reflection scenarios, with their advantages and limitations.

A. Power flow into the metamirror

Applying the same method as in analyzing metasurfaces for transmission control, we start from considering the power flow into the metamirror structure. The normal component of the Poynting vector at the reflector surface reads

$$P_n = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{r1} \times \mathbf{H}_{r1}^*). \quad (33)$$

Substituting the required field distributions (30), we can write the normal component of the Poynting vector as

$$P_n = \frac{1}{2\eta_1} [-E_i^2 \cos \theta_i + E_i E_r (\cos \theta_r - \cos \theta_i) \cos \Phi_r(z) + E_r^2 \cos \theta_r], \quad (34)$$

where the reflection phase $\Phi_r(z)$ is defined by (31).

If this quantity is identically zero at all points along z , the metasurface locally (at every point) acts as a lossless reflector. Conventional realizations of nonuniform reflectors belong to this class of locally responding reflectors. Examining the above expression, we see that within this scenario, full transformation of an incident plane wave into a single reflected plane wave of the same polarization is impossible, except the cases of specular or retroreflection, when $\theta_r = \pm \theta_i$ (this fact is proven also in [28]). Indeed, the expression for the normal component of the Poynting vector (34) contains an oscillating term, proportional to $\cos \Phi_r(z)$, which can be zero only if $\cos \theta_r = \cos \theta_i$, that is, $\theta_r = \pm \theta_i$. Therefore, any local, passive, and lossless nonuniform reflecting surface will create modulated reflected waves with spatial dependence of the fields different from the design target (30).

The same expression (34) tells us also that it is possible to reflect a plane wave into only one plane wave along a specified direction if we allow energy loss in the metasurface. To understand this conclusion, let us look for such *constant* amplitude of the reflected wave E_r which ensures that $P_n \leq 0$ for all z (negative values of P_n correspond to flow of power into the surface, where it is absorbed). Obviously, this condition can be satisfied if $E_r = E_i$, since with this amplitude of the

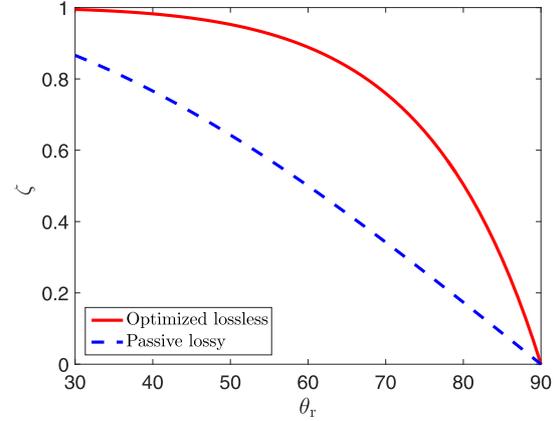


FIG. 5. Comparison between the power efficiencies of the passive metamirror which reflects a single plane wave [surface impedance (41), dashed curve] and the optimized metamirror which minimizes reflections into nondesired directions [surface impedance (43), solid curve] at normal incidence.

reflected field we have

$$P_n = \frac{E_i^2}{2\eta_1} (\cos \theta_r - \cos \theta_i) [1 + \cos \Phi_r(z)]. \quad (35)$$

Since $1 + \cos \Phi_r(z)$ is non-negative, P_n is negative or zero at all points of the metasurface z if $\cos \theta_r - \cos \theta_i \leq 0$. This realization scenario was introduced in [28]. For instance, if the metamirror is excited by a normally incident plane wave ($\theta_i = 0$), it is possible to create a single reflected plane wave along any direction, because $\cos \theta_r \leq 1$ for any θ_r . However, as is seen from Eq. (35), the amount of power which is lost in the metasurface increases with increasing difference between the incidence and reflection angles. In the limit of $\cos \theta_r - \cos \theta_i \rightarrow -1$, which corresponds to $\theta_i \rightarrow 0$ and $\theta_r \rightarrow \pi/2$, all incident power is completely absorbed. Figure 5 (dashed line) shows the efficiency of this scenario as a function of the reflection angle θ_r . The efficiency ζ is defined as the ratio of the plane-wave power carried into the desired direction $P_r = \frac{|E_r|^2}{2\eta_1} \cos \theta_r$ to the power of the incident plane wave $P_i = \frac{|E_i|^2}{2\eta_1} \cos \theta_i$. As is clear from (35) and this figure, increasing the reflection angle results in decreasing the efficiency by a factor of $\cos \theta_r / \cos \theta_i$ (notice that $E_r = E_i$).

Actually, ideal reflection into a single plane wave without losing any power is possible, but only if we allow periodical flow of power into the metamirror structure and back into space. This conclusion is also evident from formula (34). Indeed, we see that if the amplitude of the reflected plane wave equals

$$E_r = \frac{\sqrt{\cos \theta_i}}{\sqrt{\cos \theta_r}} E_i, \quad (36)$$

the normal component of the Poynting vector is a periodical function with zero average value:

$$P_n = \frac{E_i^2}{2\eta_1} \frac{\sqrt{\cos \theta_i}}{\sqrt{\cos \theta_r}} (\cos \theta_r - \cos \theta_i) \cos \Phi_r(z). \quad (37)$$

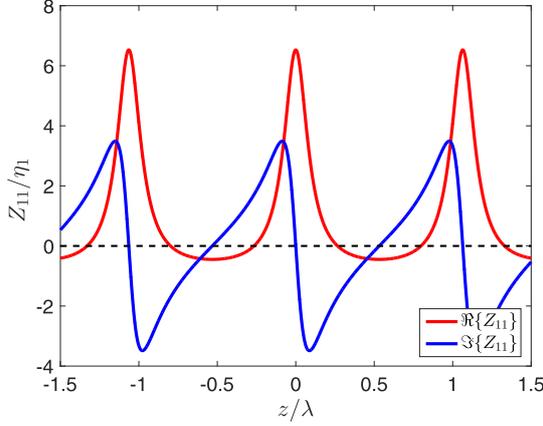


FIG. 6. The required normalized input impedance Z_{11}/η_1 of the ideal metamirror for $\theta_i = 0^\circ, \theta_r = 70^\circ, \phi_r = 0^\circ$.

The metasurface performs the desired function perfectly, but the response must be strongly nonlocal: the power which enters the metasurface structure in the areas where $P_n < 0$ must be launched back from the areas where $P_n > 0$. Alternatively, the perfect reflection can be achieved if the metasurface has active and lossy elements (being overall lossless in the average over the surface area). We see again that there is no power flow into the metamirror at any point only if $\theta_r = \pm\theta_i$, in agreement with the previous conclusion.

B. Required surface impedance

Following the introduced synthesis approach based on the impedance matrix, we write the linear relation between the tangential fields at the metamirror surface. Assuming that the metamirror is a boundary and the fields behind it are zero ($\mathbf{E}_{r2} = 0, \mathbf{H}_{r2} = 0$), we need only one parameter of the Z matrix (7)–(8), the input impedance Z_{11} :

$$\mathbf{E}_r = Z_{11} \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{r1}. \quad (38)$$

Substituting the desired field values from (30), we get the following equation for the unknown input impedance Z_{11} :

$$\mathbf{E}_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} + \mathbf{E}_r e^{-jk_1 \sin \theta_i z + j\phi_r} = Z_{11} \frac{1}{\eta_1} (\mathbf{E}_i \cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} - \mathbf{E}_r \cos \theta_r e^{-jk_1 \sin \theta_r z + j\phi_r}). \quad (39)$$

For the ideally performing nonlocal metasurface, which produced the reflected wave with the amplitude given by (36), the corresponding input impedance reads

$$Z_{11} = \frac{\eta_1}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_r}} \frac{\sqrt{\cos \theta_r} + \sqrt{\cos \theta_i} e^{j\Phi_r(z)}}{\sqrt{\cos \theta_i} - \sqrt{\cos \theta_r} e^{j\Phi_r(z)}}. \quad (40)$$

We see that the input impedance is a complex number, whose real part is a periodical function of z . Figure 6 presents the required input impedance for the case when $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 70^\circ$. The real part of the input impedance periodically takes positive (loss) and negative (gain) values. The surface acts as if it is lossy close to the regions where the reactive

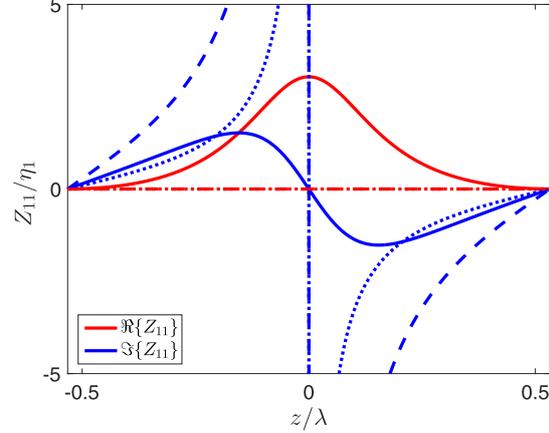


FIG. 7. The required normalized input impedance Z_{11}/η_1 for passive metamirrors in the case when $\theta_i = 0^\circ, \theta_r = 70^\circ, \phi_r = 0^\circ$. One period of the metamirror along the z coordinate is shown. The solid, dashed, and dotted lines correspond, respectively, to the lossy metamirrors [Eq. (41)], the lossless metamirrors creating two reflected plane waves [Eq. (43)], and the conventional nonuniform reflectors [Eq. (47)].

impedance is high (close to the regime of a perfect magnetic conductor, PMC) and active in the areas where the reactance is small (close to a perfect electric conductor, PEC). Importantly, this behavior does not imply that the surface cannot be passive or lossless. We stress that, on the contrary, a properly tuned metasurface with strongly nonlocal response can emulate such a metamirror: The power which passes through the input surface in the “lossy” regions is not absorbed but it is reradiated from the “active” regions. Another possibility to realize the ideal performance dictated by impedance (40) could be a metasurface with truly active and lossy elements where only the overall response is lossless.

As discussed in Sec. III A, it is possible to eliminate the need to realize active input impedance (which increases the realization complexities), at the expense of losing some part of the incident power in the metamirror. The surface impedance of such a lossy metasurface, which creates a single plane wave in the desired direction, can be found from (39) upon substitution of the reflected field amplitude $E_r = E_i$. The result reads

$$Z_{11} = \eta_1 \frac{e^{-jk_1 \sin \theta_i z} + e^{-jk_1 \sin \theta_r z + j\phi_r}}{\cos \theta_i e^{-jk_1 \sin \theta_i z} - \cos \theta_r e^{-jk_1 \sin \theta_r z + j\phi_r}}. \quad (41)$$

An example is plotted as a function of the coordinate in Fig. 7 (the solid lines). As is seen, the real part of the impedance is always non-negative, corresponding to the absorbed power given by (35).

So far we have demonstrated that a surface having the input impedance (41) produces a single (nonmodulated) reflected wave in the desired direction if the power loss in the metamirror is allowed (see Fig. 5). However, depending on the application requirements, it can be preferable to allow some modulation of the reflected wave but reduce the power loss. In the next section, we present a scenario in which the metamirror is

lossless at every point, and at the same time the reflections into nondesired directions are reduced.

C. Optimizing reflections from lossless and local metamirrors

It is possible to optimize the reactance $\text{Im}\{Z_{11}\}$ profile of a lossless metamirror in order to minimize reflections into nondesired directions based on particular optimization criteria. As one example, we notice that there is an interesting lossless design, where all the power which cannot be sent into the desired reflection direction θ_r is reflected into the specular direction. To demonstrate this possibility, we consider the situation when the difference between the incidence angle θ_i and θ_r is large, so that only three propagating plane waves can exist in the Floquet spectrum of the propagating reflected field [53]:

$$E_r = \sum_{n=-2}^0 E_n e^{-jk_1[(n+1)\sin\theta_i - n\sin\theta_r]z}. \quad (42)$$

For the normal illumination ($\theta_i = 0$), this corresponds to θ_r larger than 30° . It is easy to check that a set of three plane waves—the incident wave, the wave reflected into the desired direction ($n = 0$), and the parasitic plane wave reflected into the specular direction ($n = -1$)—exactly satisfy the boundary condition (38) with a purely reactive impedance

$$Z_{11}(z) = j \frac{\eta_1}{\cos\theta_r} \cot[\Phi_r(z)/2], \quad (43)$$

if the wave reflected in the desired direction θ_r is given by

$$E_0 = E_i \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \cos\theta_r}, \quad (44)$$

and the wave reflected into the specular direction θ_i is

$$E_{-1} = E_i \frac{\cos\theta_i - \cos\theta_r}{\cos\theta_i + \cos\theta_r}. \quad (45)$$

The amplitude of the Floquet harmonic $n = -2$ is equal to zero, and the evanescent part of the spectrum also vanishes. These amplitudes have been found by requiring that the normal component of the Poynting vector be identically zero at the surface. In this case, the metasurface is lossless and exhibits no strong spatial dispersion. Reciprocally, we can conclude that 100% power reflection in the desired direction can be achieved by illuminating the metasurface by two plane waves at once, properly selecting their relative amplitudes, phases, and propagation directions.

It is interesting that the efficiency of transformation of the incident plane wave into the desired reflected plane wave is much better than for the passive lossy scenario (presented in Sec. III A) where the parasitic reflections were absent. This conclusion is illustrated in Fig. 5 by comparing the efficiencies of these two cases.

The conventional approach for designing lossless nonuniform reflectors is based on the “generalized reflection law” (32), which corresponds to a linear phase variation along the metasurface. In that approach, the metasurface is designed so that the *local* reflection coefficient at every point has unit amplitude and the phase as dictated by (32). The local reflection coefficient is defined for an infinite uniform array;

that is, the input impedance can be found from

$$\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r e^{j\Phi_r(z)} = Z_{11} \frac{1}{\eta_1} (\mathbf{E}_i \cos\theta_i - \mathbf{E}_r \cos\theta_r e^{j\Phi_r(z)}), \quad (46)$$

where $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_i$ and $\Phi_r(z)$ is given by (31). The result reads

$$Z_{11} = j \frac{\eta_1}{\cos\theta_i} \cot[\Phi_r(z)/2], \quad (47)$$

and an example is plotted in Fig. 7. One can see that the required surface impedance in the conventional reflectors is different from that of the lossless metamirror described by (43). In the conventional reflectors, the reflected wave has a complex structure: Generally, several propagating plane waves in different directions and some evanescent fields localized close to the surface are excited. To study the field structure, one can use numerical simulations or the theoretical technique exploited for the case of refraction in [54].

D. Unit-cell polarizabilities and appropriate topologies

Making use of the boundary conditions on the reflecting metasurface which tell us that the tangential electric and magnetic fields are equal, correspondingly, to the surface magnetic and electric current densities, we can find relations between the surface impedance Z_{11} and the collective polarizabilities of unit cells of the metamirror (see [48]):

$$\frac{\eta_1}{\cos\theta_i} \frac{\cos\theta_i + \cos\theta_r}{Z_{11} \cos\theta_r + \eta_1} = \frac{j\omega}{S} \left(\frac{\eta_1}{\cos\theta_i} \hat{\alpha}_{ee}^{yy} + \hat{\alpha}_{em}^{yz} \right), \quad (48)$$

$$Z_{11} \frac{\cos\theta_i + \cos\theta_r}{Z_{11} \cos\theta_r + \eta_1} = \frac{j\omega}{S} \left(\frac{\cos\theta_i}{\eta_1} \hat{\alpha}_{mm}^{zz} - \hat{\alpha}_{em}^{yz} \right). \quad (49)$$

Here S is the unit-cell area. Obviously, these equations have infinitely many solutions for polarizabilities which realize the desired response. The metasurface can be either bianisotropic (omega coupling) or it can be a non-bianisotropic pair of electric and magnetic current sheets. For the non-bianisotropic realization we set

$$\hat{\alpha}_{em}^{yz} = \hat{\alpha}_{me}^{zy} = 0, \quad (50)$$

and find the unique solution

$$\hat{\alpha}_{ee}^{yy} = \frac{S}{j\omega} \frac{\cos\theta_i + \cos\theta_r}{Z_{11} \cos\theta_r + \eta_1}, \quad (51)$$

$$\hat{\alpha}_{mm}^{zz} = \frac{S}{j\omega} \frac{Z_{11} \eta_1}{\cos\theta_i} \frac{\cos\theta_i + \cos\theta_r}{Z_{11} \cos\theta_r + \eta_1}. \quad (52)$$

We see that in the design of fully reflective metasurfaces, weak spatial dispersion effects are necessary at least in the form of the artificial magnetism. If we demand that both magnetic polarizability and the bianisotropy coefficient be zero, the above equations have no solutions. The use of bianisotropy offers additional design flexibilities.

Knowing the collective polarizabilities required for the desired performance we can immediately see what are the appropriate topologies of unit cells. Since we need both electric and magnetic polarizations, the physical thickness of the reflecting layer must be different from zero, to allow formation of tangential magnetic moments in unit cells. For example, it is not possible to realize the desired performance by

any patterning of a single, infinitesimally thin sheet of a perfect conductor. The non-bianisotropic realization scenario suggests the use of a single array of small particles which are polarizable both electrically and magnetically, such as small metal spirals as in [31]. A typical realization based on the bianisotropic route is a high-impedance surface with a PEC ground plane (such as “mushroom layers” [51]). An important advantage in using bianisotropic effects is the relaxed requirement on the strength of the magnetic response. Especially for optical applications, it is easier to realize strong bianisotropy (which is a first-order dispersion effect) as compared with the artificial magnetism (which is a weaker, second-order effect) [29].

E. Ideal metamirrors

We have seen that all local lossless nonuniform reflectors modulate the reflected waves, which reduces the power efficiency in the desired direction. The operation of conventional planar reflectors (such as high-impedance surfaces [51], reflective diffraction gratings [55], and reflectarrays [52]) are similar in this respect. Next we discuss the potentials of ideal metamirrors based on nonlocal and nonreciprocal surfaces.

As shown above, it is possible to synthesise an *overall* lossless metamirror which would create an *unmodulated* reflected wave into any desired direction, satisfying the requirement (30) exactly, with a constant value of the reflected plane wave amplitude E_r . This goal can be achieved if we require that the normal component of the Poynting vector on the metasurface be zero only in the average over the metamirror period, and not necessarily be equal to zero at every point. In this case, the amplitude of the plane wave reflected into the desired direction is given by (36), and the normal component of the Poynting vector oscillates, according to Eq. (37). Realization of such metamirrors requires absorption of power in some areas of the surface and generation of power in some other areas or, alternatively, power channeling from one area to the other. Conceptually, this scenario of balanced loss and gain can be realized using the same two approaches which were found in the analysis of perfectly refractive metasurfaces: the teleportation metasurface (Sec. II B) and transmitarrays (Sec. II C). In the former approach, one can envisage a realization in the form of an array of small receiving antennas loaded by positive resistors in the areas where the energy should be partially absorbed, and by negative resistors where the energy should be launched back into space. This arrangement is similar to the teleportation metasurface described in Sec. II B, where such arrays were positioned at the two opposite sides of a metal screen. Alternatively, one can envisage a similar array of antennas, where the antennas of the absorbing areas are connected by cables to the antennas of the active areas. Thus, the power received at the absorbing areas is reradiated by the active areas. It is important to note that both these devices should be nonreciprocal, as the “active” antennas should radiate power but not receive it back from space. Actual realization of both these concepts is a challenging task. As to the teleportation approach, one needs nonreciprocal antennas, which can be in principle realized using nonreciprocal materials such as magnetized ferrites or using active components. There is also an interesting possibility to use parametric circuits for the same purpose [56].

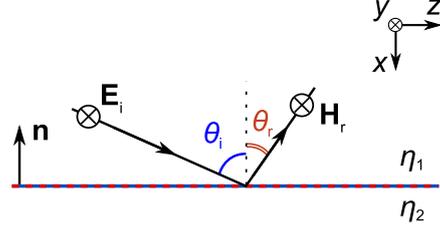


FIG. 8. Illustration of the desired performance of an ideal metamirror which perfectly transforms a TE incident wave into a TM reflected wave.

The nonreciprocal transmitarray approach in principle can be realized also in reflecting metasurfaces, using nonreciprocal circuits inside the metasurface, but it appears that the use of spatial modulation of the surface impedance by external forces (using unit cells equipped with varactors, for example) is more promising. Conceptually, the desired performance can be achieved by modulating (for example) varactors in all unit cells with the same amplitude but with different phases. Controlling the spatial distribution of the modulation phase, one can possibly realize parametric amplification or absorption according to the design specifications. Initial work on space-time modulated metasurfaces [57,58] produced interesting and promising results, and we expect that developing this route may lead to realizations of theoretically perfectly operating lossless nonuniform metasurfaces.

IV. PERFECTLY REFLECTING POLARIZERS

In the previous section, we considered metamirrors which reflect an incident plane wave into a desired direction. However, we encountered either active-lossy realizations of the metamirror or lossless reflection of modulated waves. In this section, we introduce a solution for a lossless metamirror which ideally reflects the incident wave into the desired direction without any modulations. Since the main reason for modulations of reflected waves is interference between the incident and reflected fields, we construct a metamirror which reflects waves with the polarization orthogonal to that of the incident wave. As a simple canonical example, we consider the transformation of a transverse electric (TE) wave with the amplitude E_i^y into a transverse magnetic (TM) wave with the amplitude $E_r^z = E_r \cos \theta_r$, propagating in the desired direction. Figure 8 shows the problem configuration. It is clear that in this case there is no interference between the incident and reflected waves. The desired tangential electric and magnetic fields at the metamirror surface read

$$\mathbf{E}_{t1} = \hat{\mathbf{y}} E_i^y e^{-jk_1 \sin \theta_i z} + \hat{\mathbf{z}} E_r^z e^{-jk_1 \sin \theta_r z + \phi_r} \quad (53)$$

and

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{t1} = \hat{\mathbf{y}} \frac{\cos \theta_i}{\eta_1} E_i^y e^{-jk_1 \sin \theta_i z} - \hat{\mathbf{z}} \frac{1}{\eta_1 \cos \theta_r} E_r^z e^{-jk_1 \sin \theta_r z + \phi_r}, \quad (54)$$

respectively. Considering the metamirror as a boundary, the impedance relation between the tangential electric and

magnetic fields (7)–(8) in this case reads [47]

$$\mathbf{E}_{r1} = \overline{\overline{Z}}_{11} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{r1}, \quad (55)$$

where the impedance has the matrix form

$$\overline{\overline{Z}}_{11} = \begin{bmatrix} Z_{11}^{yy} & Z_{11}^{yz} \\ Z_{11}^{zy} & Z_{11}^{zz} \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Notice, in contrast with the previous case, we should consider the full-rank impedance dyadics $\overline{\overline{Z}}$ in order to account for any possible polarization transformation. Substituting (53) and (54) into (55), we obtain the following matrix equation:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ R^{zy} e^{j\Phi_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^{yy} & Z_{11}^{yz} \\ Z_{11}^{zy} & Z_{11}^{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_i}{\eta_1} \\ \frac{-1}{\eta_1 \cos \theta_r} R^{zy} e^{j\Phi_r} \end{bmatrix}, \quad (57)$$

where $R^{zy} = E_r^z/E_i^y$ and Φ_r is defined in (31). The solution of the above equation for the lossless case (i.e., $\text{Re}\{\overline{\overline{Z}}_{11}\} = 0$) is unique and reads as

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^{yy} & Z_{11}^{yz} \\ Z_{11}^{zy} & Z_{11}^{zz} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} \cot \Phi_r & \frac{\eta_1 \cos \theta_r}{R^{zy} \sin \Phi_r} \\ \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} R^{zy} \frac{1}{\sin \Phi_r} & \eta_1 \cos \theta_r \cot \Phi_r \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Here, Z_{11}^{yy} is the metamirror input impedance which is responsible for suppressing unwanted reflections in the specular direction. The proper values of the cross-components Z_{11}^{yz} and Z_{11}^{zy} ensure the polarization rotation, and, finally, Z_{11}^{zz} is responsible for reflection with the orthogonal polarization in the desired direction.

Next, we apply the condition for power conservation (we demand that the normal component of the Poynting vector identically equal zero at the metasurface plane at each point to ensure local response) to find the required reflection coefficient R^{zy} . This condition reads

$$-(E_i^y)^2 \cos \theta_i \frac{1}{2\eta_1} + (E_r^z)^2 \frac{1}{2\eta_1 \cos \theta_r} = 0, \quad (59)$$

which defines the reflection coefficient for the perfect reflection regime:

$$R^{zy} = \sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_r}. \quad (60)$$

As is clear from (58), realization of this scenario is possible with purely lossless metasurface elements. Moreover, since the reflected field does not interfere with the incident one, there is no field modulation. Therefore, the proposed metamirror provides an ideal and single reflecting wave.

A. Unit-cell polarizabilities and appropriate topologies

Following the procedure outlined in Sec. III D, we can find the relations for collective polarizabilities of unit cells of the proposed metamirror in the case of perfectly reflecting polarizers (see [48] for details):

$$1 = \frac{j\omega}{S} \left(\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} \widehat{\alpha}_{mm}^{zz} + \widehat{\alpha}_{me}^{zy} \right), \quad (61)$$

$$R^{zy} e^{j\Phi_r} = -\frac{j\omega}{S} \left(\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} \widehat{\alpha}_{mm}^{yz} + \widehat{\alpha}_{me}^{yy} \right), \quad (62)$$

$$\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} = \frac{j\omega}{S} \left(\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} \widehat{\alpha}_{em}^{yz} + \widehat{\alpha}_{ee}^{yy} \right), \quad (63)$$

$$\frac{R^{zy} e^{j\Phi_r}}{\eta_1 \cos \theta_r} = -\frac{j\omega}{S} \left(\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} \widehat{\alpha}_{em}^{zz} + \widehat{\alpha}_{ee}^{zy} \right). \quad (64)$$

Obviously, these equations have infinitely many solutions for polarizabilities which realize the desired response. Even restricting ourselves by reciprocal realizations, the metamirror can be either bianisotropic (both omega and chiral couplings) or it can be non-bianisotropic with anisotropic electric and magnetic responses. Here we show two simple design solutions. In the first design, the metamirror is modeled by anisotropic electric and magnetic polarizabilities. The nonzero polarizabilities read

$$\widehat{\alpha}_{mm}^{zz} = \frac{S}{j\omega} \frac{\eta_1}{\cos \theta_i}, \quad (65)$$

$$\widehat{\alpha}_{mm}^{yz} = -\frac{S}{j\omega} \frac{\eta_1}{\cos \theta_i} R^{zy} e^{j\Phi_r}, \quad (66)$$

$$\widehat{\alpha}_{ee}^{yy} = \frac{S}{j\omega} \frac{\cos \theta_i}{\eta_1}, \quad (67)$$

$$\widehat{\alpha}_{ee}^{zy} = -\frac{S}{j\omega} \frac{1}{\eta_1 \cos \theta_r} R^{zy} e^{j\Phi_r}. \quad (68)$$

In this design, the bianisotropic properties are excluded, that is, $\widehat{\alpha}_{me}^{zy} = \widehat{\alpha}_{me}^{yy} = \widehat{\alpha}_{em}^{yz} = \widehat{\alpha}_{em}^{zz} = 0$. Notice that there are no limitations on the selection of the polarizability components $\widehat{\alpha}_{ee}^{yz}$, $\widehat{\alpha}_{ee}^{zz}$, $\widehat{\alpha}_{mm}^{zy}$, and $\widehat{\alpha}_{mm}^{zz}$ (they can be chosen from considerations of reciprocity, for example).

Alternatively, another simple solution of system (61)–(64) can be found by suppressing the cross-polarizability components (i.e., $\widehat{\alpha}_{me}^{zy} = \widehat{\alpha}_{mm}^{yz} = \widehat{\alpha}_{em}^{yz} = \widehat{\alpha}_{ee}^{zy} = 0$). This implies that the metamirror possesses chiral bianisotropic response:

$$\widehat{\alpha}_{mm}^{zz} = \frac{S}{j\omega} \frac{\eta_1}{\cos \theta_i}, \quad (69)$$

$$\widehat{\alpha}_{me}^{yy} = -\frac{S}{j\omega} R^{zy} e^{j\Phi_r}, \quad (70)$$

$$\widehat{\alpha}_{ee}^{yy} = \frac{S}{j\omega} \frac{\cos \theta_i}{\eta_1}, \quad (71)$$

$$\widehat{\alpha}_{em}^{zz} = -\frac{S}{j\omega} \frac{e^{j\Phi_r}}{R^{zy}}, \quad (72)$$

while there is no limitation on $\widehat{\alpha}_{ee}^{zz}$, $\widehat{\alpha}_{em}^{yy}$, $\widehat{\alpha}_{me}^{zz}$, and $\widehat{\alpha}_{mm}^{yy}$ (they can be chosen from considerations of reciprocity). It can be shown that if we apply the reciprocity condition ($\widehat{\alpha}_{em}^{yy} = -\widehat{\alpha}_{me}^{yy}$ and $\widehat{\alpha}_{me}^{zz} = -\widehat{\alpha}_{em}^{zz}$ [29]) and choose

$$\widehat{\alpha}_{ee}^{zz} = \frac{S}{j\omega} \frac{1}{\eta_1 \cos \theta_i}, \quad (73)$$

$$\widehat{\alpha}_{mm}^{yy} = \frac{S}{j\omega} \eta_1 \cos \theta_i, \quad (74)$$

then the same metamirror dually operates both for TE and TM polarized incident waves. One can note a similarity of the conditions on the polarizabilities (69)–(74) with those used earlier for realizing polarization transformers [59] and absorbers [31,60]. Here we see that the amplitudes of the

polarizabilities should be balanced (as shown in [59] for the normal incidence), and the ideal reflector operation is ensured by proper adjustments of the chirality parameter phase.

These solutions are only two possibilities, selected for their simplicity. Other solutions are possible considering (61)–(64).

V. CONCLUSIONS AND DISCUSSION

In this paper we have introduced a general approach to the synthesis of metasurfaces for arbitrary manipulations of plane waves. We have explained the main ideas of the method on two canonical examples: a metasurface which perfectly refracts plane waves incident at an arbitrary angle θ_i into plane waves propagating in an arbitrary direction defined by the angle θ_r , and a metasurface which fully reflects a given plane wave into an arbitrary direction θ_r . The general synthesis approach shows a possibility for alternative physical realizations, and we have discussed different possible device realizations: self-oscillating teleportation metasurfaces, non-local metasurfaces, and metasurfaces formed by only lossless components. The crucial role of omega-type bianisotropy in the design of lossless-component realizations of perfectly refractive surfaces has been revealed.

The conventional approach to realization of refractive and reflecting metasurfaces as well as both transmitarray and reflectarray antennas is based on requiring full power transmission or reflection at each point of the surface and providing complete phase control over the transmitted and reflected waves. We have clarified the role of modifications in the required phase gradient for conventional planar refractive/reflective structures in gaining higher efficiencies. Moreover, we have revealed fundamental limitations of this classical technique and showed how the ideal performance can be realized. For full control over transmission, weak spatial dispersion in form of bianisotropic coupling is necessary, while ideal lossless reflectarray operation calls for the use of structures with a strongly nonlocal response to the incident fields or structures that transform polarization of reflected waves.

We think that the reason why the role of metasurface bianisotropy in controlling refraction has not been appreciated earlier is that in this field transformation the wave polarization

should not change, and it appears natural to expect that bianisotropic effects, such as chirality, are not needed. However, as we have shown here, omega coupling effects, which do not change polarization, are crucial in engineering perfectly matched lossless refractive metasurfaces.

In contrast to perfectly refracting metasurfaces, creation of perfectly reflecting surfaces requires careful control over the interference of the incident and reflected waves. We have shown that ideal transformation of an incident plane wave into a reflected plane wave propagating at an angle different from what is dictated by the usual reflection law requires either active structures or passive lossless nonlocal metasurfaces. We have discussed the structure of reflected fields and proposed an optimal compromise realization using local and passive metasurfaces.

In the last part of the paper we have shown that the requirement of strong spatial dispersion or active inclusions for realization of perfect metamirrors can be lifted if the polarization of the reflected wave is orthogonal to that of the incident field. In this case there is no interference between the incident and reflected wave, and perfect reflection can be realized using only weak spatial dispersion effects (artificial magnetism and chirality), similarly to ideally refractive metasurfaces.

Since any exciting fields can be expressed in the form of a plane-wave expansion, the developed approach can be generalized to metasurfaces for the most general field transformations. We hope that understanding of the physical requirements for perfect metasurface operation in both transmission and reflection regime as well as the developed synthesis method will open a way for design and realization of ultimately thin composite sheets for a broad range of applications, such as lenses, antennas, sensors, etc.

Note added. Recently a related preprint [61] has been published, which describes a conceptual realization of perfectly reflecting lossless metasurfaces in the form of a set of three parallel reactive sheets. This structure exhibits the required nonlocal properties (“channeling” energy in the transverse direction), according to the theory presented here.

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported in part by the Academy of Finland (Project No. 287894).

-
- [1] Z. Popović and A. Mortazawi, Quasi-optical transmit/receive front ends, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **46**, 11 (1998).
 - [2] S. V. Hum and J. Perruisseau-Carrier, Reconfigurable reflectarrays and array lenses for dynamic antenna beam control: A review, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **62**, 183 (2014).
 - [3] S. B. Glybovski, S. A. Tretyakov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and C. R. Simovski, Metasurfaces: From microwaves to visible, *Phys. Rep.* **634**, 1 (2016).
 - [4] S. A. Tretyakov, Metasurfaces for general transformations of electromagnetic fields, *Philos. Trans. R. Soc., A* **373**, 20140362 (2015).
 - [5] K. Achouri, B. A. Khan, S. Gupta, G. Lavigne, M. A. Salem, and C. Caloz, Synthesis of electromagnetic metasurfaces: Principles and illustrations, *EPJ Appl. Metamat.* **2**, 12 (2016).
 - [6] N. M. Estakhri and A. Alù, Recent progress in gradient metasurfaces, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, A21 (2015).
 - [7] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, Huygens’ metasurfaces via the equivalence principle: Design and applications, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, A31 (2016).
 - [8] N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction, *Science* **334**, 333 (2011).
 - [9] A. V. Kildishev, A. Boltasseva, and V. M. Shalaev, Planar photonics with metasurfaces, *Science* **339**, 1232009 (2013).
 - [10] N. K. Grady, J. E. Heyes, D. R. Chowdhury, Y. Zeng, M. T. Reiten, A. K. Azad, A. J. Taylor, D. A. R. Dalvit, and H.-T. Chen,

- Terahertz metamaterials for linear polarization conversion and anomalous refraction, *Science* **340**, 1304 (2013).
- [11] M. I. Shalaev, J. Sun, A. Tsukernik, A. Pandey, K. Nikolskiy, and N. M. Litchinitser, High-efficiency all-dielectric metasurfaces for ultracompact beam manipulation in transmission mode, *Nano Lett.* **15**, 6261 (2015).
- [12] C. Pfeiffer and A. Grbic, Metamaterial Huygens Surfaces: Tailoring Wave Fronts with Reflectionless Sheets, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 197401 (2013).
- [13] M. Selvanayagam and G. V. Eleftheriades, Discontinuous electromagnetic fields using orthogonal electric and magnetic currents for wavefront manipulation, *Opt. Express* **21**, 14409 (2013).
- [14] F. Monticone, N. M. Estakhri, and A. Alù, Full Control of Nanoscale Optical Transmission with a Composite Metascreen, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 203903 (2013).
- [15] K. Achouri, M. A. Salem, and C. Caloz, General metasurface synthesis based on susceptibility tensors, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **63**, 2977 (2015).
- [16] C. Pfeiffer and A. Grbic, Millimeter-wave transmitarrays for wavefront and polarization control, *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* **61**, 4407 (2013).
- [17] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, Passive lossless Huygens metasurfaces for conversion of arbitrary source field to directive radiation, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **62**, 5680 (2014).
- [18] J. Wong, A. Epstein, and G. Eleftheriades, Reflectionless wide-angle refracting metasurfaces, *IEEE Antenn. Wireless Propag. Lett.* **15**, 1293 (2016).
- [19] V. Asadchy, M. Albooyeh, S. Tsvetkova, Y. Ra'di, and S. A. Tretyakov, Metasurfaces for perfect and full control of refraction and reflection, *arXiv:1603.07186*.
- [20] S. Sun, K.-Y. Yang, C.-M. Wang, T.-K. Juan, W. T. Chen, C. Y. Liao, Q. He, S. Xiao, W.-T. Kung, G.-Y. Guo, L. Zhou, and D. P. Tsai, High-efficiency broadband anomalous reflection by gradient metasurfaces, *Nano Lett.* **12**, 6223 (2012).
- [21] A. Pors, M. G. Nielsen, R. L. Eriksen, and S. I. Bozhevolnyi, Broadband focusing flat mirrors based on plasmonic gradient metasurfaces, *Nano Lett.* **13**, 829 (2013).
- [22] A. Pors and S. I. Bozhevolnyi, Plasmonic metasurfaces for efficient phase control in reflection, *Opt. Express* **21**, 27438 (2013).
- [23] M. Farnahini-Farahani and H. Mosallaei, Birefringent reflectarray metasurface for beam engineering in infrared, *Opt. Lett.* **38**, 462 (2013).
- [24] M. Esfandyarpour, E. C. Garnett, Y. Cui, M. D. McGehee, and M. L. Brongersma, Metamaterial mirrors in optoelectronic devices, *Nat. Nanotechnol.* **9**, 542 (2014).
- [25] M. Kim, A. M. H. Wong, and G. V. Eleftheriades, Optical Huygens Metasurfaces with Independent Control of the Magnitude and Phase of the Local Reflection Coefficients, *Phys. Rev. X* **4**, 041042 (2014).
- [26] M. Veysi, C. Guclu, O. Boyraz, and F. Capolino, Thin anisotropic metasurfaces for simultaneous light focusing and polarization manipulation, *J. Opt. Soc. Am. B* **32**, 318 (2015).
- [27] Z. Li, E. Palacios, S. Butun, and K. Aydin, Visible-frequency metasurfaces for broadband anomalous reflection and high-efficiency spectrum splitting, *Nano Lett.* **15**, 3 (2015).
- [28] N. M. Estakhri and A. Alù, Wavefront transformation with gradient metasurfaces (unpublished).
- [29] A. N. Serdyukov, I. V. Semchenko, S. A. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science, Amsterdam, 2001).
- [30] H. Steyskal, A. Hessel, and J. Shmoys, On the gain-versus-scan trade-offs and the phase gradient synthesis for a cylindrical dome antenna, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **27**, 825 (1979).
- [31] V. S. Asadchy, I. A. Faniayeu, Y. Ra'di, S. A. Khakhomov, I. V. Semchenko, and S. A. Tretyakov, Broadband Reflectionless Metasheets: Frequency-Selective Transmission and Perfect Absorption, *Phys. Rev. X* **5**, 031005 (2015).
- [32] R. Fleury, D. L. Sounas, and A. Alù, Negative Refraction and Planar Focusing Based on Parity-Time Symmetric Metasurfaces, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 023903 (2014).
- [33] Y. Ra'di, D. L. Sounas, A. Alu, and S. A. Tretyakov, Parity-time-symmetric teleportation, *Phys. Rev. B* **93**, 235427 (2016).
- [34] M. Selvanayagam and G. V. Eleftheriades, Experimental Demonstration of Active Electromagnetic Cloaking, *Phys. Rev. X* **3**, 041011 (2013).
- [35] T. B. A. Senior, Combined resistive and conductive sheets, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **3**, 5 (1985).
- [36] M. Idemen and H. Serbest, Boundary conditions of the electromagnetic field, *Electron. Lett.* **23**, 704 (1987).
- [37] E. F. Kuester, M. A. Mohamed, M. Piket-May, and C. L. Holloway, Averaged transition conditions for electromagnetic fields at a metafilm, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **51**, 2641 (2003).
- [38] M. Selvanayagam and G. V. Eleftheriades, Circuit modeling of Huygens surfaces, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* **12**, 1642 (2013).
- [39] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, Arbitrary power-conserving field transformations with passive lossless omega-type bianisotropic metasurfaces, *arXiv:1604.01100*.
- [40] J. Vehmas, S. Hrabar, and S. Tretyakov, Omega transmission lines with applications to effective medium models of metamaterials, *J. Appl. Phys.* **115**, 134905 (2014).
- [41] M. Albooyeh, R. Alae, C. Rockstuhl, and C. Simovski, Revisiting substrate-induced bianisotropy in metasurfaces, *Phys. Rev. B* **91**, 195304 (2015).
- [42] V. S. Asadchy, Y. Ra'di, J. Vehmas, and S. A. Tretyakov, Functional Metamirrors Using Bianisotropic Elements, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 095503 (2015).
- [43] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. A. Tretyakov, Tailoring Reflections from Thin Composite Metamirrors, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **62**, 3749 (2014).
- [44] Y. Ra'di, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, Thin Perfect Absorbers for Electromagnetic Waves: Theory, Design, and Realizations, *Phys. Rev. Appl.* **3**, 037001 (2015).
- [45] M. Yazdi, M. Albooyeh, R. Alae, V. Asadchy, N. Komjani, C. Rockstuhl, C. Simovski, and S. Tretyakov, A bianisotropic metasurface with resonant asymmetric absorption, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **63**, 3004 (2015).
- [46] R. Alae, M. Albooyeh, M. Yazdi, N. Komjani, C. Simovski, F. Lederer, and C. Rockstuhl, Magnetolectric coupling in nonidentical plasmonic nanoparticles: Theory and applications, *Phys. Rev. B* **91**, 115119 (2015).

- [47] S. A. Tretyakov, *Analytical Modeling in Applied Electromagnetics* (Artech House, Norwood, MA, 2003).
- [48] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevB.94.075142> for additional information on the derivation of collective polarizabilities of metasurface unit cells.
- [49] R. Alaei, M. Albooyeh, A. Rahimzadegan, M. S. Mirmoosa, Y. S. Kivshar, and C. Rockstuhl, All-dielectric reciprocal bianisotropic nanoparticles, *Phys. Rev. B* **92**, 245130 (2015).
- [50] V. Asadchy, M. Albooyeh, and S. Tretyakov, Optical metamirror: All-dielectric frequency-selective mirror with fully controllable reflection phase, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, A16 (2015).
- [51] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. J. Broas, N. G. Alexopolous, and E. Yablonovitch, High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **47**, 2059 (1999).
- [52] J. Huang and J. A. Encinar, *Reflectarray Antennas* (Wiley, New Jersey, 2008).
- [53] J. C. Vardaxoglou, *Frequency-Selective Surfaces: Analysis and Design* (Research Studies Press, Taunton, 1997).
- [54] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, Floquet-Bloch analysis of refracting Huygens metasurfaces, *Phys. Rev. B* **90**, 235127 (2014).
- [55] I. Candezon, G. Granet, and P. N. Melezhib, *Modern Theory of Gratings. Resonant Scattering: Analysis, Techniques, and Phenomena* (Springer, Dordrecht, 2010).
- [56] Y. Hadad, J. C. Soric, and A. Alù, Breaking temporal symmetries for emission and absorption, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **113**, 3471 (2016).
- [57] Y. Hadad, D. L. Sounas, and A. Alù, Space-time gradient metasurfaces, *Phys. Rev. B* **92**, 100304 (2015).
- [58] S. Taravati and C. Caloz, Space-time modulated non-reciprocal mixing, amplifying, and scanning leaky-wave antenna system, in *Proceedings of 2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting* (IEEE, New York, 2015), p. 639.
- [59] T. Niemi, A. Karilainen, and S. Tretyakov, Synthesis of polarization transformers, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61**, 3102 (2013).
- [60] Y. Ra'di, V. S. Asadchy, and S. Tretyakov, Total absorption of electromagnetic waves in ultimately thin layers, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61**, 4606 (2013).
- [61] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, Synthesis of passive lossless metasurfaces using auxiliary fields for reflectionless beam splitting and perfect reflection, [arXiv:1607.02954](https://arxiv.org/abs/1607.02954).

Публикация 7

V.S. Asadchy, A. Wickberg, A. Díaz-Rubio, and M. Wegener “Eliminating scattering loss in anomalously reflecting optical metasurfaces”, ACS Photonics, 4, issue 5, 1264–1270 (2017).

Вклад автора

Первоначальная идея для статьи принадлежит автору. Автор провёл аналитический и численный анализ, спроектировал метаповерхность и провёл оптические измерения. А. Викберг изготовил метаповерхность. А. Диаз-Рубио вывела формулы предела эффективности традиционных диффракционных решёток на основе метаповерхностей. Статья была написана автором. Все со-авторы, а также Проф. С.А. Третьяков, приняли участие в редактировании статьи. Результаты были получены под руководством Проф. М. Вегенера.

Eliminating Scattering Loss in Anomally Reflecting Optical Metasurfaces

Viktar S. Asadchy,^{*,†,‡,§,||} Andreas Wickberg,^{§,||} Ana Díaz-Rubio,[†] and Martin Wegener[§]

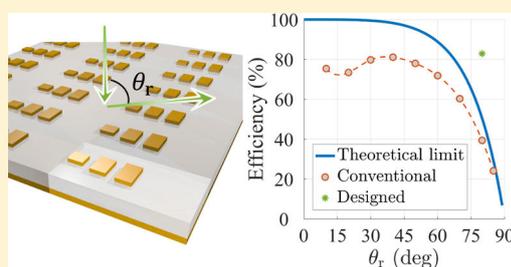
[†]Department of Electronics and Nanoengineering, Aalto University, 00076 Aalto, Finland

[‡]Department of General Physics, Francisk Skorina Gomel State University, 246019 Gomel, Belarus

[§]Institute of Applied Physics and Institute of Nanotechnology, Karlsruhe Institute of Technology, 76128 Karlsruhe, Germany

ABSTRACT: Emerging gradient metasurfaces represent a new class of diffraction optical components. Through elaborate engineering of planar arrangements of subwavelength optical antennas, metasurfaces are capable of imparting arbitrary phase profiles on to the incident light, thereby enabling devices such as holograms, complex lenses, and beam splitters. However, the traditional approach for designing reflective gradient metasurfaces fails for simple beam deflection if the angle included by the incident and the anomalously reflected beam is large. Recently, it has been shown that this shortcoming, which results from the impedance mismatch at the interface and parasitic reflections, can be eliminated by proper metasurface engineering. Here, we report the design, fabrication, and characterization of an optical metasurface, which reflects normally impinging light at around 1550 nm wavelength at an angle of 80° with respect to the surface normal. Under these conditions, the calculated and measured results show a reflection efficiency that exceeds previous results by a factor of 2. We believe that our findings are an important step toward high-efficiency devices for general wavefront manipulation.

KEYWORDS: metasurface, anomalous reflection, diffraction grating, parasitic reflections, plasmonics



Manipulation of light by tailored light–matter interaction is a key aspect of optics. Refractive optics provides a broad range of functionalities, utilizing phase accumulation due to light propagation through bulky optical components such as conventional lenses and waveplates. For many applications, however, it is preferable to have flat optical components that operate based on diffraction. Engineering high-efficiency components is a nontrivial task and requires appropriate analytical and numerical techniques. For the simplest reflection scenario, for which an incident plane wave should be diffracted (steered) into a specific “reflection” direction, high performance can be achieved with blazed gratings.¹ Typically, they consist of grooves patterned on a metal surface and provide up to 80–90% of reflection efficiency into the $n = -1$ diffraction order (Littrow configuration), which corresponds to reflection in the direction of incidence (retroreflection).^{2,3} Throughout the past decade, novel dielectric blazed gratings further improved the diffraction efficiency up to 99.6%.^{4–7} However, high-efficiency diffraction has not been obtained under conditions where the incident and anomalously reflected beams include an angle approaching 90°.

The emerging field of artificially constructed materials (metamaterials) and surfaces (metasurfaces) has opened a wide range of fascinating opportunities for light manipulation. It was demonstrated that one can control diffraction and dispersion in a rather general fashion by an appropriate planar arrangement of subwavelength optical antennas.^{8,9} Moreover,

metasurfaces can impart arbitrary phase profiles on an incident beam, enabling a number of devices (e.g., holograms, complex lenses, beam splitters, etc.). Planar metasurfaces can be fabricated along the lines of standard microelectronics. This is an advantage compared to conventional grooved gratings, which require more demanding fabrication processes.¹⁰ However, early designs of metasurfaces^{8,11} relied on antennas with only electrical response and provided low efficiency (less than 25%¹²) due to energy coupling into undesired propagation directions. Subsequent works have considerably improved the efficiency up to 80% by introducing an effective magnetic polarization response in the metasurface.^{13–17} It was recently reported^{18–21} that these designs can efficiently operate only for moderate angular separations between the incident and reflected beams (not exceeding approximately 45°). For larger separations, inevitable parasitic reflections into undesired directions appear, precluding high efficiency. To achieve diffraction in the desired direction, while completely suppressing parasitic reflections in other diffraction modes, one should ensure excitation of proper evanescent waves in the vicinity of the metasurface (in addition to the propagating diffracted plane wave).^{18,19,21}

In this paper, we first examine the conventional approach for metasurface design^{13–17} and study the performance for large

Received: March 6, 2017

Published: April 11, 2017

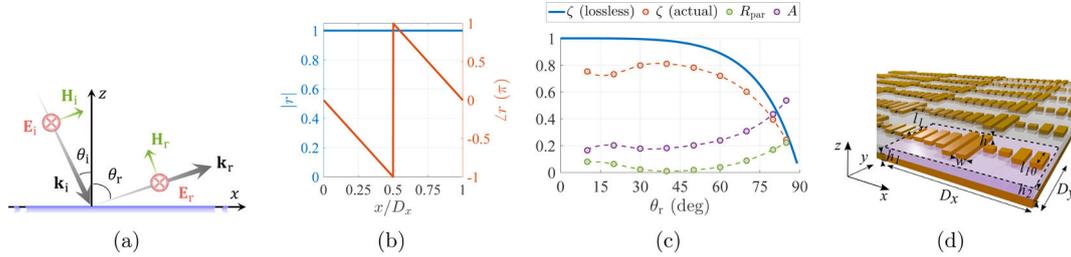


Figure 1. (a) Illustration of anomalous reflection. (b) Magnitude and phase of the local reflection coefficient obtained using the conventional approach. Here $D_x = \lambda/|\sin \theta_i - \sin \theta_r|$ is the period of the metasurface along the x coordinate. (c) Theoretical bound on the efficiency of conventional metasurface reflective gratings (blue curve) when the incidence angle is $\theta_i = 0^\circ$. Actual efficiency of optical lossy metasurfaces designed according to ref 13 (orange line), fraction of total energy reflected into parasitic directions R_{par} , and fraction of energy absorbed by these metasurfaces A . (d) Metasurface designed according to the conventional approach.¹³ As an example, the figure illustrates the metasurface configuration designed for angles $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 80^\circ$. A single period of the metasurface is highlighted on the lower right-hand side. The geometric parameters are as follows: $D_x = 1573$ nm, $D_y = 775$ nm, $h_1 = 80$ nm, $h_2 = 100$ nm, $h = 50$ nm, $w = 105$ nm, $l_1 = l_2 = 277$ nm, $l_3 = l_4 = 320$ nm, $l_5 = l_6 = 524$ nm, $l_7 = l_8 = 83$ nm, and $l_9 = l_{10} = 234$ nm (indices of the stripe length increase along the positive x direction).

angles between the incident and the reflected beams. Next, we exploit the recent design approach proposed in ref 21 to engineer the first optical metasurface capable of high-efficiency diffraction without parasitic reflections even for extreme configurations of incident and reflected beams. Such engineering is important for two reasons. First, diffraction metasurfaces with complex physical properties, such as lenses with high numerical apertures, imply reflection at steep angles in certain regions of the metasurface. Second, such configuration ensures high resolving power of the metasurface grating defined as

$$\frac{d\theta_r}{d\lambda} = \frac{1}{D_x \cos \theta_r} \quad (1)$$

which is important for spectrometer applications.

The conventional approach for the design of wave-deflecting metasurface gratings^{3,13} requires that the local reflection coefficient $r(x)$ (the ratio between the tangential components of reflected and incident electric fields at a specific point on the metasurface, defined by the coordinate x) equals unity at each point and its phase changes linearly versus x

$$r(x) = 1 \cdot e^{jk_0(\sin \theta_i - \sin \theta_r)x} = e^{j\Phi_r(x)} \quad (2)$$

where x is the coordinate along the direction of the phase gradient, j is the imaginary unit, θ_i and θ_r are the angles of incidence and reflection with respect to the surface normal, and k_0 is the wavenumber in free space. Here we assume TE polarization of the incident wave, as illustrated in Figure 1a. Next, in the traditional design procedure, the locally uniform surface (on the subwavelength scale) approximation is used. This means that each unit element of the metasurface is designed under the assumption that it is located in a uniform periodical array of identical elements. Such a uniform array generates only specular reflection. Therefore, the total tangential fields at the uniform array are given by

$$\begin{aligned} E_t &= E_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} + E_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}, \\ H_t &= 1/\eta_0 (E_i \cos \theta_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} - E_r \cos \theta_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}) \end{aligned} \quad (3)$$

where η_0 is the wave impedance in free space. After designing each unit element under this assumption, the final nonuniform metasurface is constructed. The surface impedance Z_s of such a

metasurface, determined as $E_t = Z_s \mathbf{n} \times \mathbf{H}_t$ (\mathbf{n} is the normal vector to the metasurface plane), reads

$$Z_s = j \frac{\eta_0}{\cos \theta_i} \cot[\Phi_r(x)/2] \quad (4)$$

Here we took into account that the local reflection coefficients are unity at each point, that is, $E_r = E_i$. The impedance is imaginary for all coordinates x and, therefore, can be realized using passive lossless structures. By calculating the local reflection coefficient from this impedance as $r = (Z_s - \eta_0)/(Z_s + \eta_0)$, one can fulfill eq 2. Figure 1b depicts the magnitude and phase of this reflection coefficient. The amplitude of the reflection coefficient is unity everywhere, while the phase changes by 2π over each period $D_x = \lambda/|\sin \theta_i - \sin \theta_r|$.

Although such a scenario provides the required phase variations, it does not take into account the impedance matching of the incident and reflected waves. Indeed, according to eq 3, the metasurface is designed assuming that the impedances of both incident Z_i and reflected Z_r waves are equal to $\eta_0/\cos \theta_i$. However, for perfect anomalous reflection, the total fields at the metasurface should obey

$$\begin{aligned} E_t &= E_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} + E_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}, \\ H_t &= 1/\eta_0 (E_i \cos \theta_i e^{-jk_0 \sin \theta_i x} - E_r \cos \theta_r e^{-jk_0 \sin \theta_r x}) \end{aligned} \quad (5)$$

and the impedances of the corresponding waves are $Z_i = \eta_0/\cos \theta_i$ and $Z_r = \eta_0/\cos \theta_r$. Now we can understand why the conventional design procedure of metasurfaces fails to provide high efficiency: The metasurfaces are not properly designed to compensate the mismatch between the impedance of the input (incident plane wave) and output (reflected plane wave). This mismatch inevitably results in parasitic reflections (specular reflection and reflection into other diffraction modes). In this case, the amount of power delivered into the desired θ_r direction normalized to the incident power (the efficiency of the metasurface) can be easily calculated as

$$\zeta = 1 - \left(\frac{Z_r - Z_i}{Z_r + Z_i} \right)^2 = \frac{4 \cos \theta_i \cos \theta_r}{(\cos \theta_i + \cos \theta_r)^2} \quad (6)$$

This expression for the efficiency is applicable only for lossless metasurface gratings and resembles a similar formula obtained for metasurfaces operating in the transmission mode.²² Figure

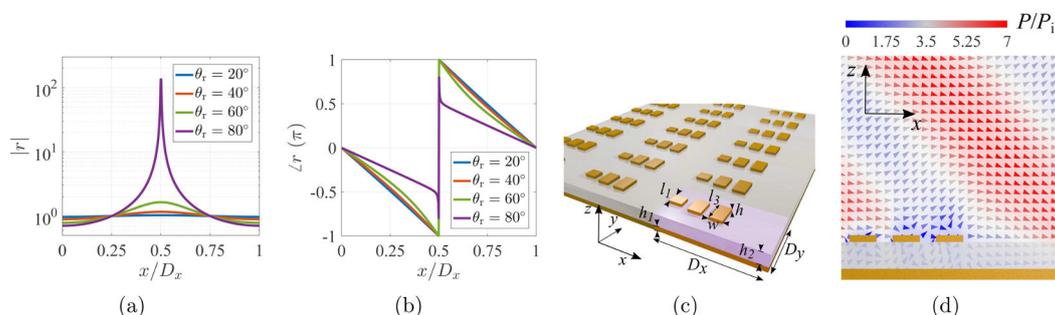


Figure 2. Modulus (a) and phase (b) of the local reflection coefficient of a metasurface with the impedance dictated by (7). The required phase variation is smaller than 2π for large θ_r in contrast to the conventional approach. (c) Scheme of the metasurface geometry. One unit cell is highlighted on the lower right-hand side. In the first step, the parameters were chosen according to the phase gradient in panel (b). Thereafter, they were numerically optimized to achieve the maximum efficiency. The incidence and reflection angles are $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 80^\circ$, respectively. The optimized geometrical parameters are as follows: $D_x = 1573$ nm, $D_y = 775$ nm, $h_1 = 80$ nm, $h_2 = 195$ nm, $h = 50$ nm, $w = 197$ nm, $l_1 = 170$ nm, $l_2 = 275$ nm, $l_3 = 315$ nm (indices of the stripe length increase along the positive x direction). (d) Snapshot of the distribution of the total Poynting vector \mathbf{P} . The arrows indicate its local direction, while the modulus is encoded by the false color scale. P_i is the modulus of the incident Poynting vector.

1c shows the ultimate maximum efficiency of conventional lossless metasurface gratings dictated by (6) when the incidence angle is fixed to $\theta_i = 0^\circ$ (blue curve).

In this paper, we restrict ourselves to the case of plasmonic metasurfaces with subwavelength elements which can be characterized by the equivalent surface impedance. Since the structural elements of conventional dielectric gratings are comparable to the wavelength, these gratings cannot be described by the surface impedance model and require other methods such as coupled-mode theory.⁷ On the other hand, the use of materials with high refractive index in dielectric gratings could facilitate miniaturization of the structural elements, allowing the surface impedance characterization.

Since plasmonic metasurfaces (metasurfaces incorporating metals) are inevitably lossy in the optical range, we next examine the efficiency of realistic structures. As a reference, we adopt the topology of metasurface gratings reported to provide the highest efficiency of anomalous reflection known to date (about 80% for $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 45^\circ$).¹³ Each period of the structure contains 10 gold patches (5 pairs of equal elements) separated from a gold substrate by an Al_2O_3 spacer (see Figure 1d). The operating free space wavelength is $\lambda = 1550$ nm. The length of the patches was determined using the conventional approach described above. On the one hand, the thickness of the spacer affects the absorption level of the metasurface: The smaller the thickness, the stronger the concentration of fields near the patches and the higher the energy dissipation. On the other hand, increase of the spacer thickness results in a smaller range of local reflection phases realizable with the metasurface. Therefore, the thickness of the spacer was chosen maximal while still allowing 2π phase variations. The refractive index of gold was modeled according to the experimental data²³ and that of Al_2O_3 was chosen as 1.577. The geometrical parameters of the metasurface designed for $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 80^\circ$ are listed in the caption of Figure 1d. Using full-wave simulations²⁴ for the conventional approach, we have modeled nine different metasurfaces for normal incidence each optimized for a different reflection angle θ_r ranging from 10° to 85° . Their efficiencies are plotted in Figure 1c (orange curve). The energy reflected into parasitic directions and the absorbed energy are shown as green and purple curves, respectively. As can be seen,

the efficiency of the actual metasurfaces can never reach the theoretical limit (blue curve) due to absorption loss. Surprisingly, for small reflection angles $\theta_r < 30^\circ$, the efficiency is slightly lower than that for the case of $\theta_r = 45^\circ$. This result can be explained by the fact that in the case of small θ_r , the periodicity of the metasurface $D_x = \lambda/\sin \theta_r$ becomes large enough to support higher diffraction modes yielding stronger parasitic reflections. As we approach higher reflection angles $\theta_r > 60^\circ$, conventional metasurface gratings suffer from a significant efficiency decrease (e.g., the efficiency is only 39% for the reflection angle $\theta_r = 80^\circ$).

To overcome the theoretical limit on the efficiency of anomalous reflection, one should consider the appropriate boundary condition at the metasurface (5). In this case, the surface impedance $Z_s = E_t/H_t$ can be written as

$$Z_s = \frac{\eta_1}{\sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_r}} \frac{\sqrt{\cos \theta_r} + \sqrt{\cos \theta_i} e^{i\Phi(x)}}{\sqrt{\cos \theta_i} - \sqrt{\cos \theta_r} e^{i\Phi(x)}} \quad (7)$$

The same expression was obtained previously.^{18,20} Surprisingly, this impedance is a complex number meaning that in some regions of the interface the z -component of the Poynting vector (normal to the surface) should be positive and in others it should be negative. The same fundamental effect was observed in blazed gratings.³ To realize such a scenario, one could envision a metasurface with loss-gain elements that would absorb energy of the incident light in some regions and relaunch the equivalent energy in other regions.^{18,20} Epstein and Eleftheriades proposed an elegant way to realize this scenario with a metasurface supporting two evanescent waves on the side opposite to the illuminated one.¹⁹ The interference of these two evanescent waves allows one to achieve the required oscillations of the Poynting vector without utilizing active elements. However, realistic implementation of this metasurface requires designing and fabricating a complex cascaded composite or an array of bianisotropic subwavelength inclusions. There is no straightforward way to realize both of these aspects in the optical range.

An alternative approach to tackle the problem of complex surface impedance relies on the excitation of leaky modes in the metasurface grating which would emulate the required

impedance profile. Although this approach was envisioned earlier in ref 5, its successful implementation has been achieved only recently.²¹ Nevertheless, the approach provides only an approximate solution and requires numerical optimization.

Here, as the first approximation, we design a metasurface according to the impedance profile given by eq 7 and subsequently optimize the structure. The local reflection coefficient from the metasurface described by the impedance in eq 7 is defined as $r(x) = [Z_s(x) - \eta_0] / [Z_s(x) + \eta_0]$ and is plotted in Figure 2a,b. As can be seen from panel (a), the amplitude of the reflection coefficient is greater or smaller than unity in different regions within one period. These variations correspond to the oscillation of the normal component of the Poynting vector at the metasurface and become more pronounced when θ_r increases. At first sight, it appears as if the local reflection coefficient shown in Figure 2a can be engineered only with a metasurface having active and lossy elements. However, this reflection coefficient was derived based on the assumption that the metasurface reflects only a single plane wave (see eq 5), which is only one possible solution. Alternatively, we could allow that in addition to the reflected plane wave a metasurface excites evanescent waves. If one chooses a proper set of evanescent waves, the total fields at the interface given by eq 5 would be modified, and the surface impedance in eq 7 would become purely imaginary. Analytical determination of this set of evanescent waves is a complicated task. Therefore, in what follows, we obtain a solution using numerical full-wave calculations and postoptimization.

Interestingly, the phase of the local reflection coefficient (see Figure 2b) significantly differs from the linear phase dictated by eq 2, especially for large angles θ_r . Moreover, the required phase span decreases with increasing reflection angle and approaches π for $\theta_r = 80^\circ$. This result is in sharp contrast to the conventional design approach requiring 2π phase variations over one period (see Figure 1b). Similar findings were reported in ref 25 for the case of a beam splitter operating in reflection.

Next we design a metasurface grating operating in the extreme configuration when $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_r = 80^\circ$. For such configuration the conventional approach fails and provides low efficiency of about 39% (see Figure 1c). In what follows, we discard the amplitude modulations of the local reflection coefficient and engineer each patch in the metasurface period to satisfy the nonlinear phase profile depicted in Figure 2b. An analogous procedure was proposed independently in ref 25 for designing a beam splitter. It is important to note that a smaller (about twice as small) required span of phase variations is advantageous for practical realizations of metasurfaces: We can significantly increase the spacer thickness, reducing dissipation loss in the structure. Thus, we choose the spacer thickness as $h_2 = 195$ nm. To simplify the fabrication process and the required accuracy, the number of patches was decreased to five per period D_x . The dimensions of the metasurface designed to provide the phase gradient shown in Figure 2b were further optimized to achieve the highest efficiency using full-wave simulations.²⁴ During the optimization, we noticed that the lengths of two patches should be small and, therefore, to ease the fabrication and further decrease the absorption, we have omitted them completely. The final structure is shown in Figure 2c. The assumed properties of the dielectric spacer and gold are the same as in the previous case. The efficiency of the designed grating reaches 82.9% and the absorbed energy is 16.3% of the incident light. The parasitic reflections in other diffraction modes are nearly completely suppressed and do not

exceed 0.8%, resulting in pure anomalous reflection. Such high efficiency significantly surpasses the theoretical limit dictated by eq 6. It exceeds the efficiency of conventional metasurface gratings by more than a factor of 2 (compare Figure 1c). Figure 2d displays the Poynting vector distribution near the metasurface. As expected, its normal component oscillates within one period due to the excitation of specific evanescent fields, emulating the complex impedance (eq 7).

To fabricate the designed metasurface grating, we used standard electron-beam lithography and standard high-vacuum electron-beam evaporation of the constituent materials (see Methods). The footprint of the metasurface was $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ (see Figure 3a).

The experimental characterization of the metasurface performance was carried out using an angular-resolving measurement setup shown in Figure 3b. We used five different laser diodes as light sources. Their wavelengths were 1310, 1430, 1470, 1510, and 1550 nm, respectively. Either of them

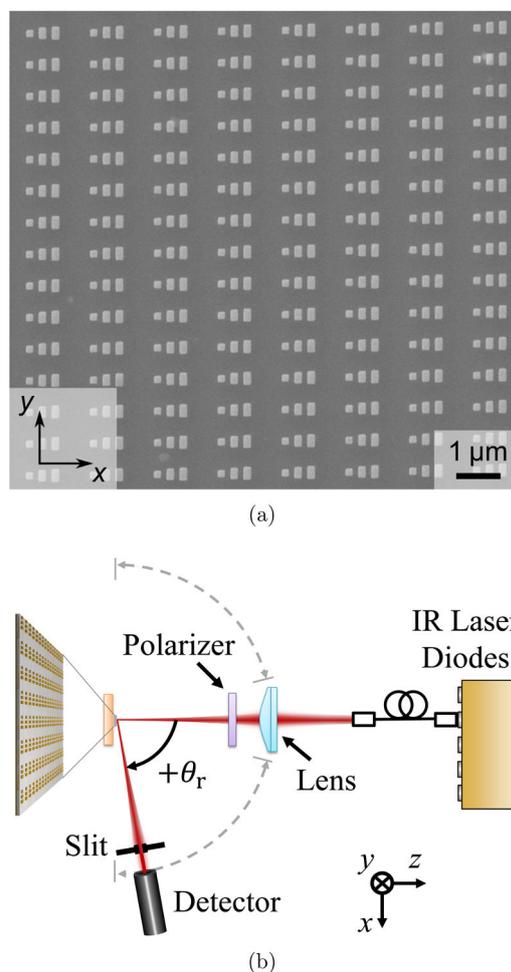


Figure 3. (a) Scanning electron micrograph of the metasurface. (b) Scheme of the experimental setup.

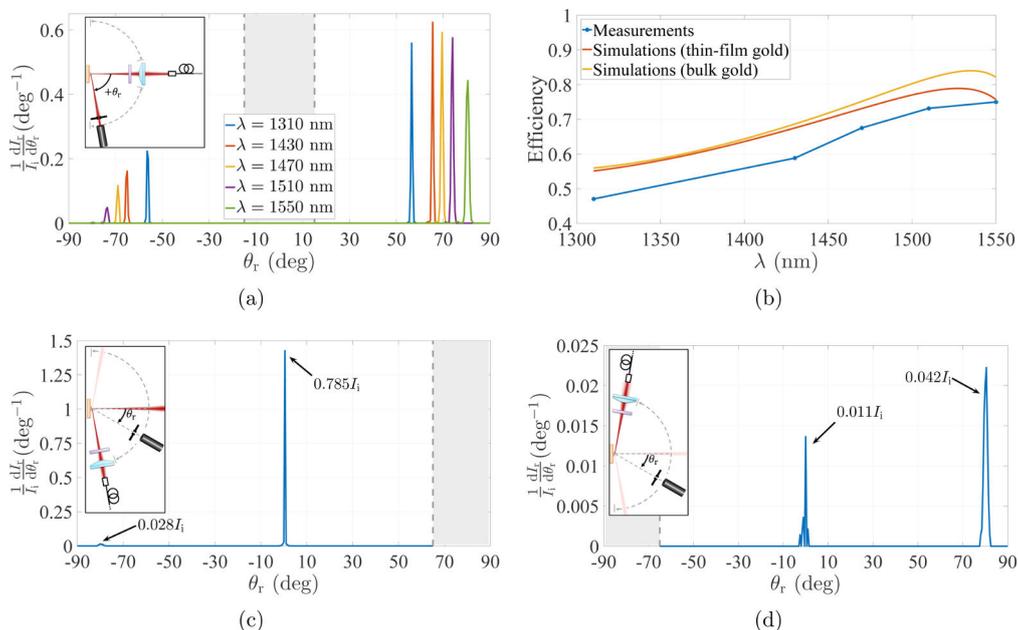


Figure 4. (a) Angular distribution of the power reflected from the metasurface (portion of reflected intensity dI_r per unit angle $d\theta_r$) normalized to the incident intensity I_i . The integral with respect to θ_r determines the efficiency. In the gray region, experimental data could not be collected (compare Figure 3b). (b) Efficiency of anomalous reflection (+1 diffracted mode) vs wavelength. (c) Angular distribution of the power reflected from the metasurface illuminated under an incidence angle $\theta_i = -80^\circ$ and a wavelength of $\lambda = 1550$ nm. (d) Same for $\theta_i = +80^\circ$.

could be coupled into a single mode optical fiber. The light emerging from the other end of the fiber was focused onto the metasurface by an aspheric lens with a focal length of $f = 12$ mm. The $1/e^2$ full width of the beam waist was measured to be $380 \mu\text{m}$ for $\lambda = 1550$ nm. Thereby the metasurface area captured more than 99.9% of the incident energy. A linear polarizer was added to arrive at TE polarization of the incident light. The light reflected by the metasurface was measured by a photodiode, which could be moved along a circle of 134 mm radius around the center of the grating (see Figure 3b). To increase the angular resolution of the setup, a vertical slit with a width of 1.17 mm (corresponding to an angular aperture of 0.5°) was fixed in front of the detector. The angle was varied in steps of 0.5° . Due to the focusing lens, the angle range $-15^\circ < \theta_r < 15^\circ$ was not accessible.

In the first experiment, the angular distribution of the reflected light for normal incidence ($\theta_i = 0^\circ$) was measured (see Figure 4a). At the resonance wavelength of 1550 nm (green curve) the normally incident beam is reflected by the metasurface grating at $\theta_r = +80^\circ$. Only a negligibly small fraction of energy of 0.4% is reflected into the parasitic direction at $\theta_r = -80^\circ$. Upon decreasing the wavelength, the reflection angle decreases and parasitic reflections increase. Additionally, the width of the reflected beam decreases for smaller wavelengths. This effect can be attributed to the fact that the angular spread of an antenna array is proportional to λ^2 for fixed array footprint.

To derive the energy diffracted into a specific beam, we compute the integral with respect to the angle θ_r . At $\lambda = 1550$ nm, 75% of the incident power are anomalously reflected. Figure 4b depicts the measured efficiency of anomalous

reflection (+1 diffraction mode) versus wavelength. For comparison, the figure also includes the corresponding data obtained using full-wave simulations for thin-film²⁶ and bulk gold²³ permittivities taken from the literature. As can be seen, the measured curve is in reasonable agreement with the simulated data. The small deviations can be explained by the fact that the grating was illuminated by a Gaussian beam in the experiment, while an incident plane wave was used in the simulations. Moreover, during the fabrication of this relatively large metasurface area of $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, some stitching imperfections occurred. Both aforementioned factors slightly decrease the efficiency of the grating. Nevertheless, both simulation and experiment confirm a very low level of parasitic reflections at $\theta_r = -80^\circ$. Measurements for the illumination with the orthogonal polarization (TM light) demonstrated that only 2.2% of the incident energy was diffracted (nearly equally into the directions of $\theta_r = +80^\circ$ and $\theta_r = -80^\circ$), and the rest is specularly reflected (not depicted). Thus, the designed grating could also operate as a polarization splitter.

Next, based on the reciprocity principle, we illuminate the grating by light of $\lambda = 1550$ nm from an angle of $+80^\circ$ (corresponding to $\theta_i = -80^\circ$ according to the angle definitions in Figure 1a). In this case, the $1/e^2$ full width of the beam waist was reduced to $100 \mu\text{m}$ since the projection of the beam on the metasurface plane was increased by a factor of $1/\cos 80^\circ$ compared to the previous case. Figure 4c shows that in this case the major portion of the incident power (78.5%) was diffracted at $\theta_r = 0^\circ$ and 2.8% was reflected specularly at $\theta_r = -80^\circ$. We explain the slight deviation between the diffracted power in this case (78.5%) and the previous case (75%) by measurement

inaccuracies and different illuminated areas of the grating in the two experiments due to different beam waists.

The incident light impinging on the metasurface grating from $\theta_i = +80^\circ$ must be almost completely reflected back in the same direction²⁷ (in the absence of loss all the energy is reflected back). According to the numerical simulations of the present metasurface ($\lambda = 1550$ nm), 65% of the incident energy was reflected at $\theta_r = -80^\circ$, 4% toward the specular direction at $\theta_r = +80^\circ$, and the rest was absorbed. Figure 4d shows the measured angular distribution of the reflected power in this case. The measured data are in good agreement with the calculations: 4.2% of incident light were specularly reflected and 1.1% were diffracted at $\theta_r = 0^\circ$.

To summarize, we have theoretically and numerically examined the performance of metasurface-based gratings designed based on the conventional approach of the generalized reflection law. We demonstrated that this approach does not provide pure anomalous reflection especially when the incident and anomalously reflected beams include an angle approaching 90° . Performance shortcomings are caused by the fact that the design method does not take into account the impedance mismatch of the incident and reflected plane waves. Following the ideas introduced in refs 18 and 21, we have designed an optical metasurface grating allowing for high-efficiency anomalous reflection at an angle of 80° between the incident and reflected beams. Both simulated and measured results confirm the pure anomalous reflection regime. Although the proposed design approach was implemented for plasmonic metasurface gratings, it can be also applied for high-refractive-index dielectric gratings with subwavelength structural elements.

METHODS

The metasurface samples were fabricated on $170\ \mu\text{m}$ thick borosilicate glass substrates. First, a 5 nm thick chromium layer was deposited using electron-beam evaporation to enhance the adhesion of gold on the substrate. This step was followed by the evaporation of 80 nm of gold and 195 nm of Al_2O_3 used as a spacer. Thereafter, a PMMA layer with a thickness of approximately 200 nm was spin coated. The prepared samples were used for electron-beam lithography on a Raith eLine system using an acceleration voltage of 30 kV and an aperture size of $10\ \mu\text{m}$. After lithography, the samples were developed in a developer containing methyl isobutyl ketone and isopropanol with a volume ratio of 1:3 for 20 s, followed by immersion in isopropanol for 40 s. Next, a 50 nm thick gold layer was evaporated and a lift-off was performed by immersing the sample in *N*-ethyl-2-pyrrolidone at a temperature of 80°C for 2 h. Finally, the sample was taken out of the bath, rinsed with isopropanol, and dry-blown using nitrogen.

AUTHOR INFORMATION

Corresponding Author

*E-mail: viktas.asadchy@aalto.fi.

ORCID

Viktar S. Asadchy: 0000-0002-9840-4737

Author Contributions

^{||}These authors contributed equally to this work (V.S.A. and A.W.).

Notes

The authors declare no competing financial interest.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Academy of Finland (Project 287894) and Nokia Foundation (201610246). The authors thank all the members of the research group of Prof. M. Wegener at Karlsruhe Institute of Technology for substantial help with the optical experiments and Prof. S. Tretyakov for useful discussions and help in writing the paper. We acknowledge support by the Helmholtz program Science and Technology of Nanosystems (STN), the Nanostructure Service Laboratory (NSL), and the Karlsruhe School of Optics and Photonics (KSOP).

REFERENCES

- (1) Palmer, C.; Loewen, E. *Diffraction Grating Handbook*, 6th ed.; Newport Corporation, 2005.
- (2) Loewen, E. G.; Nevière, M.; Maystre, D. Grating efficiency theory as it applies to blazed and holographic gratings. *Appl. Opt.* **1977**, *16*, 2711–2721.
- (3) Popov, E.; Tsonev, L.; Maystre, D. Gratings - general Properties of the Littrow Mounting and Energy Flow Distribution. *J. Mod. Opt.* **1990**, *37*, 367–377.
- (4) Bunkowski, A.; Burmeister, O.; Clausnitzer, T.; Kley, E.-B.; Tünnermann, A.; Danzmann, K.; Schnabel, R. Optical characterization of ultrahigh diffraction efficiency gratings. *Appl. Opt.* **2006**, *45*, 5795–5799.
- (5) Flury, M.; Tishchenko, A. V.; Parriaux, O. The Leaky Mode Resonance Condition Ensures 100% Diffraction Efficiency of Mirror-Based Resonant Gratings. *J. Lightwave Technol.* **2007**, *25*, 1870–1878.
- (6) Fattal, D.; Li, J.; Peng, Z.; Fiorentino, M.; Beausoleil, R. G. Flat dielectric grating reflectors with focusing abilities. *Nat. Photonics* **2010**, *4*, 466–470.
- (7) Estakhri, N. M.; Neder, V.; Knight, M. W.; Polman, A.; Alù, A. Visible Light, Wide-Angle Graded Metasurface for Back Reflection. *ACS Photonics* **2017**, *4*, 228–235.
- (8) Yu, N.; Genevet, P.; Kats, M. A.; Aieta, F.; Tétienne, J.-P.; Capasso, F.; Gaburro, Z. Light Propagation with Phase Discontinuities: Generalized Laws of Reflection and Refraction. *Science* **2011**, *334*, 333–337.
- (9) Aieta, F.; Kats, M. A.; Genevet, P.; Capasso, F. Multiwavelength achromatic metasurfaces by dispersive phase compensation. *Science* **2015**, *347*, 1342–1345.
- (10) Kitt, A. L.; Rolland, J. P.; Vamivakas, A. N. Visible metasurfaces and ruled diffraction gratings: a comparison. *Opt. Mater. Express* **2015**, *5*, 2895–2901.
- (11) Kildishev, A. V.; Boltasseva, A.; Shalaev, V. M. Planar Photonics with Metasurfaces. *Science* **2013**, *339*, 1232009.
- (12) Monticone, F.; Estakhri, N. M.; Alù, A. Full Control of Nanoscale Optical Transmission with a Composite Metascreen. *Phys. Rev. Lett.* **2013**, *110*, 203903.
- (13) Sun, S.; Yang, K.-Y.; Wang, C.-M.; Juan, T.-K.; Chen, W. T.; Liao, C. Y.; He, Q.; Xiao, S.; Kung, W.-T.; Guo, G.-Y.; Zhou, L.; Tsai, D. P. High-Efficiency Broadband Anomalous Reflection by Gradient Meta-Surfaces. *Nano Lett.* **2012**, *12*, 6223–6229.
- (14) Pors, A.; Nielsen, M. G.; Eriksen, R. L.; Bozhevolnyi, S. I. Broadband Focusing Flat Mirrors Based on Plasmonic Gradient Metasurfaces. *Nano Lett.* **2013**, *13*, 829–834.
- (15) Farmahini-Farahani, M.; Mosallaei, H. Birefringent reflectarray metasurface for beam engineering in infrared. *Opt. Lett.* **2013**, *38*, 462–464.
- (16) Kim, M.; Wong, A. M.; Eleftheriades, G. V. Optical Huygens' Metasurfaces with Independent Control of the Magnitude and Phase of the Local Reflection Coefficients. *Phys. Rev. X* **2014**, *4*, 041042.
- (17) Li, Z.; Palacios, E.; Butun, S.; Aydin, K. Visible-Frequency Metasurfaces for Broadband Anomalous Reflection and High-Efficiency Spectrum Splitting. *Nano Lett.* **2015**, *15*, 1615–1621.
- (18) Asadchy, V. S.; Albooyeh, M.; Tsvetkova, S. N.; Diaz-Rubio, A.; Ra'di, Y.; Tretyakov, S. A. Perfect control of reflection and refraction

using spatially dispersive metasurfaces. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2016**, *94*, 075142.

(19) Epstein, A.; Eleftheriades, G. V. Synthesis of Passive Lossless Metasurfaces Using Auxiliary Fields for Reflectionless Beam Splitting and Perfect Reflection. *Phys. Rev. Lett.* **2016**, *117*, 256103.

(20) Mohammadi Estakhri, N.; Alù, A. Wave-front Transformation with Gradient Metasurfaces. *Phys. Rev. X* **2016**, *6*, 041008.

(21) Diaz-Rubio, A.; Asadchy, V.; Elsakka, A.; Tretyakov, S. From the generalized reflection law to the realization of perfect anomalous reflectors. *arXiv preprint arXiv:1609.08041* **2016**, n/a.

(22) Selvanayagam, M.; Eleftheriades, G. V. Discontinuous electromagnetic fields using orthogonal electric and magnetic currents for wavefront manipulation. *Opt. Express* **2013**, *21*, 14409–14429.

(23) Johnson, P. B.; Christy, R. W. Optical Constants of the Noble Metals. *Phys. Rev. B* **1972**, *6*, 4370–4379.

(24) ANSYS, ANSYS HFSS 15. www.ansys.com.

(25) Estakhri, N. M.; Alù, A. Recent progress in gradient metasurfaces. *J. Opt. Soc. Am. B* **2016**, *33*, A21–A30.

(26) Husnik, M.; Linden, S.; Diehl, R.; Niegemann, J.; Busch, K.; Wegener, M. Quantitative Experimental Determination of Scattering and Absorption Cross-Section Spectra of Individual Optical Metallic Nanoantennas. *Phys. Rev. Lett.* **2012**, *109*, 233902.

(27) Asadchy, V. S.; Diaz-Rubio, A.; Elsakka, A.; Albooyeh, M.; Tretyakov, S. A. Perfect Multi-Channel Flat Reflectors. *arXiv preprint arXiv:1610.04780* **2016**, n/a.