

В. Н. СТРАХОВ, М. И. ЛАПИЦА

**О ПОСТРОЕНИИ ФОРМАЛИЗОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ
ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ МАГНИТНЫХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ
АНОМАЛИЙ**

(Представлено академиком М. А. Садовским 7 XII 1971)

1. Трансформирование наблюдаемых значений магнитных и гравитационных полей (пересчет в верхнее и нижнее полупространство, вычисление высших производных на плоскости наблюдений) широко используется в практике геофизической разведки. Сейчас известно множество численных методов вычисления трансформант (см., например, ⁽¹⁻³⁾), однако все они недостаточно формализованы: при переходе к новым условиям выбор параметров осуществляется на основе многовариантного счета и анализа получаемых результатов с использованием опыта и интуиции интерпретатора.

Нами разработаны теория и алгоритмы полностью формализованного метода вычисления трансформаций, позволяющего добиться полной автоматизации процесса вычислений. В основе его лежит синтез идей и методов работ ^(4, 5) и принадлежащего В. Н. Страхову способа характеристики качества решения линейной некорректной задачи (с усилением по высоким частотам). Этот метод излагается ниже для одной частной задачи — аналитического продолжения двумерного поля в горизонтальную полосу $0 > z > -H$ между профилем наблюдений и ближайшей к ней особой точкой поля.

2. Пусть $U(x, z) \in U_{L_2}(H)$ ^(3, 5) — гармоническая в полуплоскости $z > -H$ функция, H известно. Пусть функция $U(x, z)$ задана приближенно и дискретно значениями

$$U_{\delta}(x_k, 0) = U(x_k, 0) + \delta U_k(0); \quad (1)$$

$x_k = k\Delta x$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\delta U_k(0)$ — ошибки, которые для простоты будем считать случайными независимыми величинами. Задача состоит в том, чтобы найти достаточно хорошие приближенные значения

$$U_{\delta}(x_m, z) = U(x_m, z) + \delta U_k(z). \quad (2)$$

Здесь $x_m = m\Delta x$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $z = \text{const}$, $0 > z > -H$.

3. Принцип получения формализованного решения следующий. Вводится параметр ε (смысл его станет ясным ниже),

$$0 \leq \varepsilon \leq 1, \quad (3)$$

и семейство расчетных формул вида

$$U_{\delta}(x_m, z) = \sum_{k=-N}^{+N} a_k U_{\delta}(x_{k+m}, 0), \quad (4)$$

где N и a_k , $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, суть величины, являющиеся функциями параметров H , Δx , ε . Далее вводится функционал $F_{\varepsilon}(U_{\delta})$, характери-

зующий качество решения (4) при фиксированном ε . Последний выбирается так, что наилучшее решение получается при его минимальном значении.

Значения функции $U_\delta(x, z)$ (в точках $x_m = m\Delta x$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ находятся для набора значений параметра ε и окончательное решение выбирается по формуле

$$F_\varepsilon(U_\delta) = \min_{\varepsilon}. \quad (5)$$

4. Для каждого заданного ε расчетная формула (4) получается следующим образом. Находится сглаживающий фильтр

$$\tilde{U}_\delta(x_m, \Delta z) = \sum_{-N_1}^{+N_1} c_k U_\delta(x_{k+m}, 0) \quad (6)$$

по методу В. Н. Страхова ⁽⁴⁾, т. е. из условий на коэффициенты c_k

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-qt} \left(1 - \sum_{-N_1}^{+N_1} c_k e^{ikt} \right)^2 dt &= \min, \\ \sum_{-N_1}^{+N_1} c_k &= 1, \quad \sum_{-N_1}^{+N_1} c_k^2 = \varepsilon^2, \quad q = H/\Delta x. \end{aligned} \quad (7)$$

Величина $\Delta z = \zeta \Delta x$ (определяющая высоту, на которой сглаженные значения поля приближенно трактуются как истинные) находится из условия (c_k определены по (7))

$$\int_0^\infty e^{-qt} \left(e^{-\zeta t} - \sum_{-N_1}^{+N_1} c_k e^{ikt} \right)^2 dt = \min. \quad (8)$$

Значения $\tilde{U}(x_m, \Delta z)$, определяемые по (6) с данным ε , пересчитываются с уровня $\Delta z > 0$ на заданный уровень z , $0 > z > -H$, т. е. по формуле ⁽⁵⁾

$$U_\delta(x_m, z) = \sum_{-N_2}^{+N_2} b_k \tilde{U}_\delta(x_{k+m}, \Delta z), \quad (9)$$

коэффициенты b_k которой находятся из условий

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-q_{\Phi} t} \left(e^{(1+\zeta)x_m t} - \sum_{-N_2}^{+N_2} b_k e^{ikt} \right)^2 dt &= \min, \\ \sum_{-N_2}^{+N_2} b_k &= 1, \quad q_{\Phi} = \frac{H + \Delta z}{\Delta x} = q + \zeta. \end{aligned} \quad (10)$$

Расчетная формула (4) для данного ε находится как формула, эквивалентная формулам (6) и (9), т. е. $N = N_1 N_2$ и ($a_k \equiv 0$ при $|k| > N_2$, $c_k \equiv 0$ при $|k| > N_1$):

$$a_k = \sum_{-\infty}^{+\infty} b_k c_{k-m}. \quad (11)$$

Заметим, что из (7) ясен смысл параметра ε : это коэффициент влияния случайных ошибок для фильтра (6). Числа N_1 и N_2 в (6) и (9) задаются, исходя из формализованных представлений, которые мы здесь не описываем, по величинам $q = H/\Delta x$ и z .

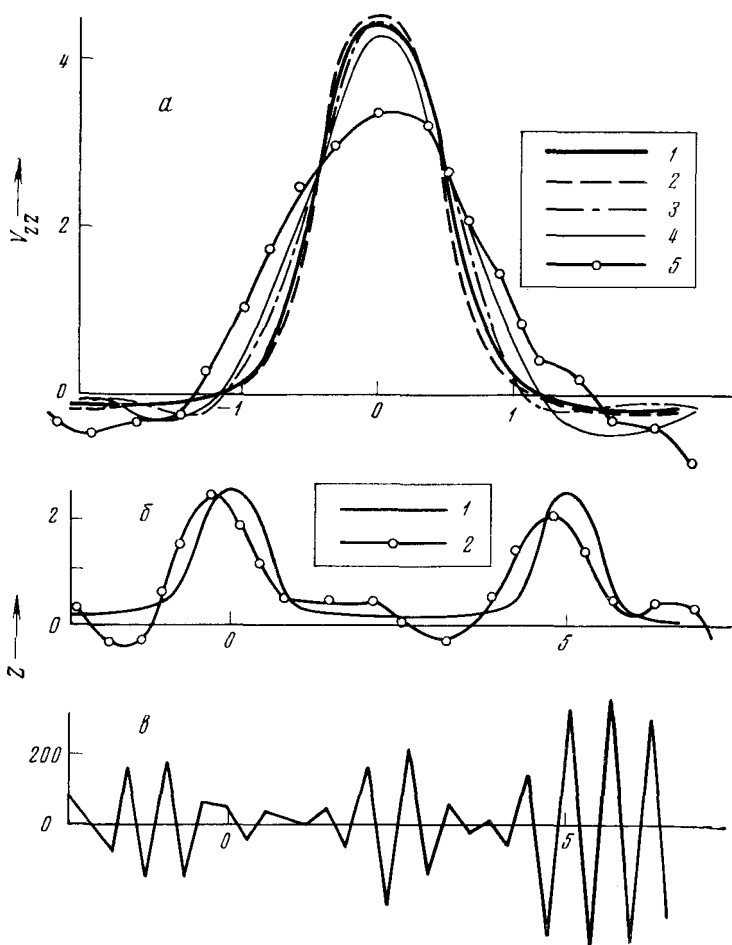


Рис. 1. Аналитическое продолжение модельных полей, осложненных случайными помехами со стандартным отклонением σ , на уровень $z = -0,8 H$. Шаг задания поля $0,3 H$. а — поле V_{zz} призмы прямоугольного сечения ширины $a = 2 H$ и вертикальной мощности $b = 10 H$; 1 — точные значения $V_{zz}(x, -0,8 H)$, 2 — $\sigma = 0$, 3 — $\sigma = 1 \cdot 10^{-4} A$, 4 — $\sigma = 3 \cdot 10^{-2} A$, 5 — $\sigma = 1 \cdot 10^{-1} A$, $A = V_{zz}(0)$; б — поле Z от двух вертикальных пластов бесконечного погружения мощности $a = H$ каждый, намагниченных по падению; 1 — точные значения $Z(x, -0,8 H)$, 2 — $\sigma = 0,1 \cdot Z(0, 0)$; в — то же, что б с $\sigma = 0,1 \cdot Z(0, 0)$ без использования процедуры фильтрации

5. В качестве функционала $F_\varepsilon(U_\delta)$, характеризующего качество решения при данном ε , выбрана величина, названная нами удельной неустойчивостью (SUNST):

$$\text{SUNST}(U_\delta, z) = \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} |U_\delta(x_{m+1}, z) - U_\delta(x_m, z)| \right] \left(\sup_m U_\delta(x_m, z) - \inf_m U_\delta(x_m, z) \right)^{-1}. \quad (12)$$

Фактически суммирование в числителе дроби в правой части (12) производится в конечных пределах — по результирующим точкам. Нетрудно понять, что величина $\text{SUNST}(U_\delta, z)$ является характеристикой меры гладкости решения U_δ на уровне z : чем она меньше, тем более гладким является решение.

6. Если пересчет поля необходимо выполнить на ряд уровней из полосы $0 > z > -H$, то описанная выше процедура может быть проведена

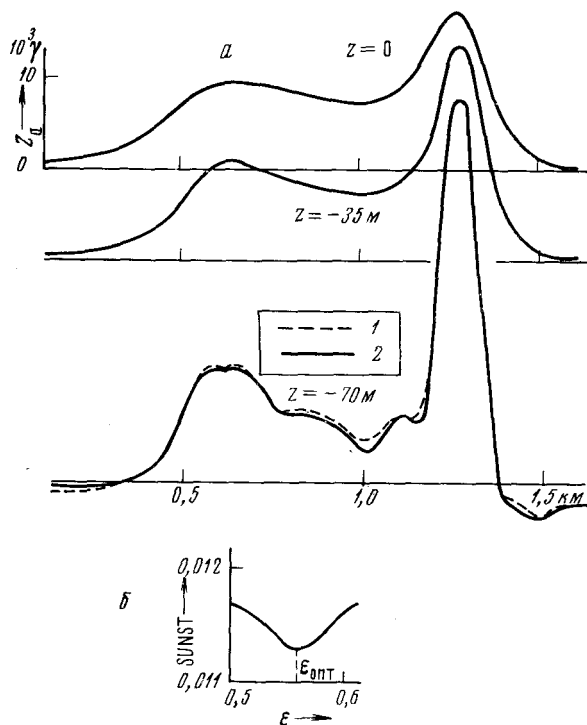


Рис. 2. Аналитическое продолжение аномалии Z_a для одного из железорудных месторождений ($\Delta x = 25$ м, $H = 80$ м). а — Поле Z_a для уровней $z = \text{const}$: 1 — расчет по методике настоящей работы; 2 — расчет для оптимального варианта методики (⁶); б — Величина SUNST для уровня $z = -70$ м

для каждого из уровней. Однако предпочтительнее поступать так: описанная процедура осуществляется для уровня, наиболее близкого к граничной прямой $z = -H$, для остальных уровней используются расчетные формулы (4) со значением ϵ , доставляющим оптимальное решение для наиболее глубокого уровня.

7. По техническим причинам (в условиях использования стандартной точности серийных ЭВМ) описанный алгоритм хорошо работает лишь при ограничениях на параметры Δx и z ($z < 0$):

$$(H + z) / H \geq 0,1, \quad \Delta x / H \geq 0,2. \quad (13)$$

На рис. 1 и 2 приведены результаты работы алгоритма в сопоставлении с результатами оптимального варианта методики работы (⁶) и с расчетом без фильтрации.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта
Академии наук СССР
Москва

Поступило
2 XII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Б. А. Андреев, И. Г. Клущин, Геологическое истолкование гравитационных аномалий, М., 1965. ² Справочник геофизика, 5, Гравиразведка, 1968. ³ В. Н. Страхов, В. кн. Дополнительные главы курса гравиразведки и магниторазведки, Новосибирск, 1966. ⁴ В. Н. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10, 11 (1964). ⁵ В. Н. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12 (1963); № 1, 2 (1964); Физика Земли, № 11 (1965). ⁶ В. Н. Страхов, М. И. Лапина, И. А. Жаворонкин, Изв. АН СССР, Физика Земли, № 3 (1971).