

Определение скорости волны при гидроударе в двухслойных ортотропных трубах

В.В. МОЖАРОВСКИЙ, С.В. КИРГИНЦЕВА

В работе рассматривается компьютерная реализация методик расчета скорости волны при гидравлическом ударе в двухслойных ортотропных трубах. Представлены примеры расчета параметров гидроудара для слоистых труб из композитов.

Ключевые слова: скорость волны, гидроудар, композиционный материал, ортотропия, матрица, волокна.

The paper considers computer implementation of the methods for calculating the wave velocity during hydraulic shock in two-layer orthotropic pipes. The examples of calculating the parameters of hydraulic shock for layered pipes made of composites are presented.

Keywords: wave velocity, hydraulic shock, composite material, orthotropy, matrix, fibers.

Введение. На современном уровне создания и развития математических моделей при расчете напряженно-деформированного состояния элементов конструкций из композиционных материалов (таких, как трубы, сосуды) имеется обширная литература [1]–[8]. Но в то же время возникает необходимость создания компьютерных программ расчета для сложных материалов, таких как композиты, в элементах конструкций с учетом изменяющихся граничных и краевых условий, динамических нагрузений и упрочняющих свойств материалов. Исследование в данной области является актуальным и широко применяется при создании инженерных методик расчета во всем мире. Несмотря на большие достижения в области расчета слоистых цилиндрических тел с учетом эффектов композитов, проблема решения задач с различными граничными условиями применительно к моделированию работы колебаний, например, трубопроводов, реновации и перепрофилировании трубопроводов, слоистых сосудов из композитов и других элементов достаточно полно не освещена.

Во всем мире широко используются новые технологии о реновации и перепрофилировании трубопроводов, исследований процесса гидроудара. Например, можно привести *технологию CIPP («Cured-in-place pipe»)* трубопроводов. Многолетняя эксплуатация трубопроводов неразрывно связана с такими явлениями, как коррозия, утечка, разрывы, пренебрежение которыми могут вызывать просадки дорог и экологические аварии, что, в свою очередь, имеет социальные последствия. Решением этой проблемы могут быть бестраншейные методы восстановления трубопроводов, которые заключаются в ремонте существующих трубопроводов без выемки грунта. Поэтому возникает необходимость создания автоматизированной методики расчета прочности, диагностики и оптимального подбора материала для восстанавливающих трубопроводов на основе разработки и построения новых математических моделей и методик. Одним из таких методов является футеровка или метод полимеризации на месте трубы, процесс использования которой заключается во вставке пропитанной смолой гильзы в изношенный заглубленный трубопровод. В результате получается новая труба внутри изношенной трубы.

Следовательно, необходимо шире разрабатывать и развивать теории [1], [2], на базе развития механики элементов конструкций из ортотропного материала, описывающие динамические явления гидроудара при течении жидкости. В частности, сюда входит расчет параметров, влияющих на разрушения труб при эксплуатации. Ключевым параметром является скорость волны, которая создает избыточное давление в трубе. Сложность решения данной задачи заключается в анизотропии свойств материала трубы и её слоистость. Хотя ранее была построена теория расчета явления гидроудара для многослойной ламинированной трубы с одинаковыми физическими характеристиками слоев [3], но необходимо делать расчет параметров гидроудара для слоистых композитных труб из разных материалов. В данной же статье предложен расчет параметров гидроудара для трубы, учитывающий разные упругие свойства и толщины слоев композита по новой методике [2].

Целью работы являются определение скорости волны при гидроударе для двухслойных труб из композитов, а также решение задачи компьютерной реализации расчета вышеуказанных параметров для труб из композиционных материалов и сравнение расчета с другими методиками.

Постановка задачи и методики решения. Рассматривается цилиндрическая двухслойная труба из ортотропных материалов (композитов) (внутренний радиус – r_a , внешний – r_c , межслойный радиус для двухслойной трубы – r_b). Труба находится под действием внутреннего нагружения P , внешнее давление отсутствует. На рисунке 1 показана модель двухслойной трубы из ортотропных материалов с футеровкой (покрытием), которая может быть и трансверсально-изотропной. Необходимо определить скорость волны при гидроударе при течении жидкости в двухслойных композитных трубах.

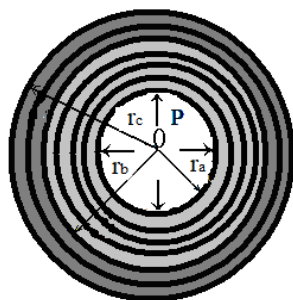


Рисунок 1 – Модель двухслойной трубы из ортотропных материалов с футеровкой

Используя методику [2], определяем скорость волны при гидравлическом ударе в ортотропных трубах с ортотропным покрытием:

$$C = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+K\Omega}},$$

$$\Omega = \frac{2}{\alpha} \left[-1 + \left(\frac{-\beta}{\alpha} + 1 \right) \left(\frac{r_a}{r_b} \right)^{-2k_1} \times \frac{\left[\alpha \left(1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} g/\gamma \right) - g \left(1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} \right) \right]}{\beta \left(1 - (r_a/r_b)^{-2k_1} \right) \left(1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} g/\gamma \right) - g \left(1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} \right) \left(1 - (r_a/r_b)^{-2k_1} \beta/\alpha \right)} \right],$$

$$\beta = A_{12}^{(1)} - k_1 A_{11}^{(1)}, \quad \alpha = A_{11}^{(1)} k_1 + A_{12}^{(1)}, \quad \gamma = A_{11}^{(2)} k_2 + A_{12}^{(2)}, \quad g = A_{12}^{(2)} - k_2 A_{11}^{(2)},$$

$$A_{11} = \frac{E_r}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad A_{12} = \nu_{r\theta} \frac{E_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad A_{22} = \frac{E_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}},$$

где r_a – внутренний радиус, r_c – внешний радиус, r_b – межслойный радиус для двухслойной трубы; верхние индексы «1» и «2» характеризуют материалы покрытия и трубы.

Коэффициенты обобщенного закона Гука определяются по зависимостям, в которых упругие характеристики материала вычисляем по правилу смесей [2]:

$$E_r = E_m \frac{1 + \eta V}{1 - \eta V}, \quad E_\theta = V E_f + (1 - V) E_m, \quad \nu_{r\theta} = V \nu_f + (1 - V) \nu_m,$$

$$\eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m}, \quad G_{r\theta} = \frac{G_f G_m}{G_f (1 - V) + G_m V},$$

где E_f , G_f , ν_f – технические постоянные волокна, E_m , G_m , ν_m – технические постоянные матрицы, ρ – плотность жидкости, K – объёмный модуль упругости жидкости, V – объемное содержание волокон.

Для тестирования различных методик расчета скорости волны при гидроударе используется методика [3] расчета ламинированных труб, в которой скорость волны определяется следующим образом:

$$C = c^* / \sqrt{1 + a_{22}DK},$$

где $c^* = \sqrt{K/\rho}$ – скорость звука в жидкости, a_{22} – коэффициент матрицы $[abd]$, D – диаметр трубы; параметры c^* и K являются константами для различных жидкостей. Далее, следуя обозначениям в [3], запишем используемые матричные соотношения.

Матрица $[abd]$ имеет вид:

$$[abd] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{21} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{61} & b_{62} & b_{66} \\ b_{11} & b_{21} & b_{61} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{62} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} = [ABD]^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}^{-1},$$

$$\text{где } A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ijk} (z_k - z_{k-1}), \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ijk} (z_k^2 - z_{k-1}^2), \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ijk} (z_k^3 - z_{k-1}^3),$$

Коэффициенты $\bar{Q}_{ij}$ вычисляются по зависимостям:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})n^2m^2 + Q_{22}n^4, \quad \bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})n^2m^2 + Q_{12}(n^4 + m^4),$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})nm^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})n^3m, \quad \bar{Q}_{22} = Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})n^2m^2 + Q_{22}m^4,$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})n^3m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})nm^3, \quad \bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})n^2m^2 + Q_{66}(n^4 + m^4),$$

где $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$, $Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21})$, $Q_{12} = \nu_{12}E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) = \nu_{21}E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21})$, $Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21})$, $Q_{66} = G_{12}$; модули упругости E_{ij} , коэффициенты Пуассона ν_{ij} , модуль сдвига G задаются в основных направлениях (т. е. направлениях вдоль волокон и перпендикулярно им), θ – направление волокон в слое.

С помощью формул, предложенных российским ученым Н.Е. Жуковским, можно легко определять предельно возможное значение напора при гидравлическом ударе (прямой удар) [7]:

$$\Delta P = \pm \rho \cdot C \cdot v_0 \quad \text{или} \quad \Delta H = \pm C \cdot v_0 / g,$$

где ΔP – ударное повышение давления; ρ – плотность перекачиваемой жидкости; C – скорость ударной волны; $g=9,82$ м/с² – ускорение свободного падения; H – пьезометрический напор; $v_0 = 4Q/(\pi D^2)$ – скорость жидкости в трубе; Q – расход жидкости; D – внутренний диаметр трубы.

Максимальное давление, возникающее в трубе, можно определять также по программе в Excel [8]:

$$H_{\max} = H_0 + Dh_{\text{hammer}} + Dh_{\text{friction}},$$

$$\text{где } Dh_{\text{friction}} = I \frac{Lv_1^2}{2Dg}, \quad Dh_{\text{hammer}} = \frac{Cv_1}{g}, \quad I - \text{коэффициент трения трубы; } v_1 - \text{средняя скорость}$$

жидкости в трубе, ($v_1 = Q/A$, где H – значение напора в м, вод. ст., A – площадь поперечного сечения трубы). Расчет по этой методике хорошо применять для однослойных изотропных труб.

Расчет примеров и анализ результатов. По указанным методикам расчета разработана программа в среде *Delphi*, которая адаптирована для двухслойных труб из композитов и проведен расчет скорости волны при гидроударе в двухслойных ортотропных трубах. Для тестирования методик взят пример из книги [3, с. 161] и сделан расчет по разным методикам, исследовано изменения скорости волны при гидроударе в зависимости от изменения модуля упругости материала композита.

Пример 1 ([3]). Рассматривается ортотропная труба [3] со следующими физико-механическими характеристиками: $E_1 = 39 \cdot 10^9$ Н/м², $E_{2\text{нач}} = 8,6 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu_{12} = 0,28$,

$G_{12} = 3,8 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, диаметр трубы $D = 0,1 \text{ м}$, количество слоев $N = 10$, толщина слоев $h = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $K = 219 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$, плотность жидкости $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. На рисунке 2 показано влияние изменения модуля упругости E_2 на скорость волны при гидроударе.

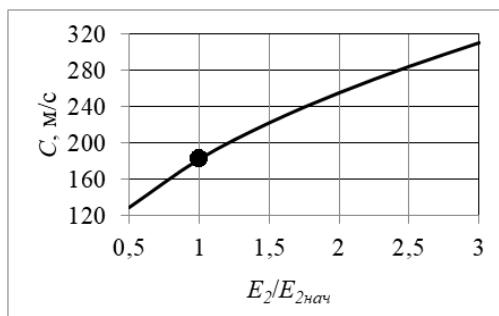


Рисунок 2 – График зависимости скорости волны при гидроударе от изменения модуля упругости материала трубы $E_2/E_{2нач}$ (расчет по методике [3]); точка на графике, соответствующая значению $E_2/E_{2нач} = 1$, совпадает со значением $C = 182 \text{ м/с}$ из примера в [3]

Произведем исследование влияния изменения толщин слоев h для двухслойной трубы с такими же физическими характеристиками, как в примере 1. На рисунке 3 показано влияние толщины слоев h на скорость волны при гидроударе для двухслойной трубы. Из рисунка 3 видно хорошее совпадение кривых при расчете по различным методикам.

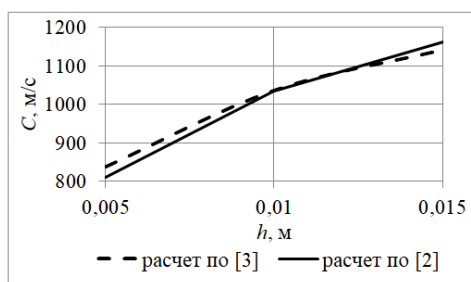


Рисунок 3 – Графики зависимости скорости волны C от толщины слоев h

Влияние изменения плотности транспортируемой жидкости на скорость волны при гидроударе рассмотрено в примере 2.

Пример 2. Начальные данные соответствуют примеру 2. Диаметр трубы $D = 0,1 \text{ м}$, толщина слоев $h = 0,005 \text{ м}$ и $h = 0,01 \text{ м}$. Влияние плотности жидкости ρ на скорость волны C показано на рисунке 4 (расчет по методике [2]).

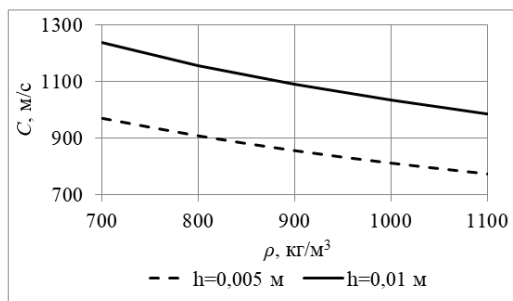


Рисунок 4 – Графики зависимости скорости волны C от плотности жидкости ρ

Пример 3. Рассмотрена труба из композита, состоящая из полиэтилена и армирующей проволки [4]: (модули упругости и коэффициенты Пуассона трубы равны $E_f = 207 \text{ ГПа}$, $\nu_f = 0,3$, $E_m = 1,43 \text{ ГПа}$, $\nu_m = 0,4$ с радиусами $r_a = 0,12 \text{ м}$, $r_c = 0,15 \text{ м}$ $r_b = 0,135 \text{ м}$. На рисунке 5 показано влияние объёмного содержания волокна V в матрице композиционного материала на скорость волны при гидроударе для двухслойной трубы. Расчет проводился по методике, изложенной в [2].

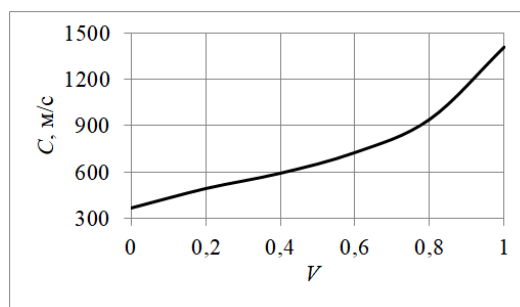


Рисунок 5 – Графики зависимости скорости волны C от объемного содержания волокна V в матрице материала

Заключение. Представлены методики расчета скорости волны при гидроударе при течении жидкости в двухслойных трубах из композитов. Из рисунка 3 видно, что значения скоростей волны при гидравлическом ударе по методикам, представленным в [2] и [3], близки по значениям, отличие составляет не более 10 %. Для оптимизации трубопроводов из композиционных материалов необходимо производить компьютерный расчет скорости волны, далее определять возникающие дополнительные напряжения, что позволит предотвратить разрушения труб при эксплуатации.

Литература

1. Можаровский, В. В. Обзор литературы о реновации и перепрофилировании трубопроводов и явлений гидроудара с использованием инноваций и компьютерных технологий / В. В. Можаровский, Ю. В. Василевич, С. В. Киргинцева // Теоретическая и прикладная механика. – 2024. – Вып. 39. – С. 86–99.
2. Можаровский, В. В. Скорость волны при гидроударе и напряженно-деформированное состояние слоистых футерованных труб из ортотропных материалов / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 44–51.
3. Pavlou, Dimitrios G. Composite materials in piping applications / Dimitrios G. Pavlou ; Technological Institute of Halkida (TEI-Halkida). – Greece : Mechanical Engineering Department, 2013. – 395 p.
4. Wuyi, Wan. Shock wave speed and transient response of PE pipe with steel-mesh reinforcement / Wan Wuyi, Mao Xinwei // Shock and Vibration. – 2016. – Vol. 5. – P. 1–10.
5. Titaa, Volnei. Theoretical models to predict the mechanical behavior of thick composite tubes / Volnei Titaa, Mauricio Francisco Caliri Júniora, Ernesto Massaroppi Juniorb // Materials Research. – 2012. – № 15 (1). – P. 70–80.
6. Можаровский, В. В. Влияние армирования труб из композита на параметры гидроудара / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Полимерные материалы и технологии. – 2024. – Т. 10, № 3. – С. 64–71.
7. Можаровский, В. В. Влияние расположения волокон в трубе из композита на параметры гидравлического удара / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 4 (57). – С. 30–35.
8. Water hammer calculation excel sheet [Electronic resource]. – Access mode : <https://www.coursehero.com/file/46340495/Water-Hammer-Calculationxls/>. – Date of access : 15.05.2023.