

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, В. Л. ПЕРОВ,  
В. А. ИВАНОВ, Д. А. БОБРОВ

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Стратегия оптимизации химико-технологических систем (х.т.с.) представляет собой в общем случае совместное решение двух задач: отыскание локальных оптимальных условий функционирования подсистем, составляющих х.т.с., и согласование их работы между собой. В большинстве методов оптимизации эти задачи не разделены и решаются совместно (например, принцип максимума). Однако применение подобных методов для оптимизации х.т.с. произвольной структуры усложняет задачу, а порой делает невозможным ее решение вследствие чрезмерного увеличения размерности общей проблемы оптимизации.

В последнее время получили развитие так называемые многоуровневые методы <sup>(1)</sup>, существо которых заключается в расчленении общей проблемы оптимизации на две подпроблемы: а) отыскание частных оптимумов для подсистем х.т.с. (включающих один или несколько элементов); б) согласование найденных оптимумов между собой посредством учета структуры взаимосвязей между подсистемами.

Такая постановка проблемы снижает размерность задачи, так как на каждом этапе оптимизации ведется расчет одного или по крайней мере ограниченного числа элементов. При этом важным вопросом является декомпозиция х.т.с., которая осуществляется путем фиксирования связей между элементами. Выбор переменных, по которым производится декомпозиция, назовем их свободными переменными, в общем случае определяется топологией системы и наличием управляющих воздействий для каждого элемента х.т.с. Если число управляющих воздействий для каждого элемента х.т.с. равно числу выходных параметров этого элемента, то можно произвести декомпозицию системы на элементы, т. е. каждая подсистема х.т.с. состоит в этом случае из одного элемента. Однако при недостатке степеней свободы по управляющим переменным (число управлений меньше числа выходных параметров хотя бы для одного элемента х.т.с.) появляется возможность выбора различных групп свободных переменных. Предлагается алгоритм декомпозиции х.т.с. при решении задач оптимизации, который может быть применен к системам произвольной структуры без ограничений на количество управляющих воздействий для отдельных элементов, обеспечивающий оптимальную процедуру решения математических моделей элементов х.т.с.

Если в качестве математических моделей элементов использовать операторы связи <sup>(2)</sup>, то х.т.с. произвольной структуры описывается следующей системой уравнений

$$Z_i = T_i(X_i, U_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

$$Y_i = L_i(X_i, U_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

$$X_i = \sum_{j=1}^N [Q_{ij}] Z_j, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

где  $X_i$  — вектор входных переменных  $i$ -го элемента связывающих его с другими элементами,  $Z_i$  — вектор выходных переменных  $i$ -го элемента, связывающих его с другими элементами,  $U_i$  — вектор управляющих переменных  $i$ -го элемента,  $Y_i$  — вектор переменных, являющихся выходными для данного элемента и для системы вообще;  $N$  — число элементов системы; элементы матриц  $[Q_{ij}]$  равны 1, если имеются соответствующие связи между  $i$ -м и  $j$ -м элементами х.т.с. и равны 0, если таковые отсутствуют;  $T$  и  $L$  — операторы связи.

Сущность функционирования любой х.т.с. заключается в осуществлении физико-химических превращений исходного сырья в продукты потребления, предусмотренных технологией производства. При этом экономичность х.т.с. определяется как количеством подводимой энергии (химической, тепловой, электрической и т. д.), так и ее качеством, что связано с выбором уровня энергии, циркулирующей в системе. Отсюда естественным образом вытекает использование в качестве критерия оптимизации х.т.с. термоэкономического критерия <sup>(3)</sup>, отражающего превращения потоков эксергии в системе.

При оптимизации технологических параметров действующей х.т.с. термоэкономический критерий может быть записан следующим образом:

$$F = \sum_{i=1}^N [c_{\varepsilon_i} \varepsilon_i (U_i) + S_i (U_i, X_i)], \quad (4)$$

где  $c_{\varepsilon_i}$  — стоимость единицы эксергии сырья;  $\varepsilon_i$  — количество эксергии, поступающей с потоком сырья в  $i$ -й элемент,  $S_i$  — эксплуатационные затраты на ведение процесса.

Таким образом задача оптимизации х.т.с. заключается в отыскании значений параметров  $X_i$ ,  $U_i$ ,  $Z_i$ , связанных уравнениями (1) и (3), минимизирующих аддитивный критерий (4).

Для решения задачи оптимизации по указанному критерию проводится декомпозиция х.т.с. Очевидно, что количество свободных переменных для каждого элемента в точности равна размерности вектора управлений этого элемента. Обозначим свободные переменные  $Z_{p_i}$  и расчетные (или базисные) переменные —  $Z_{q_i}$ .

Алгоритм выбора свободных переменных для х.т.с. произвольной структуры основан на рассмотрении структуры матриц смежности  $[A]$  и  $[B]$  и контурной матрицы  $[M]$ , элементы которых определяются следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \in T_j, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$b_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_k \in T_l, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$m_{is} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \in \mu_s, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $x_i$ ,  $u_k$  — компоненты векторов выходов и управлений для всех элементов х.т.с.,  $\mu_s$  —  $s$ -й контур информационно-потокowego мультиграфа х.т.с. <sup>(4)</sup>.

Исследование структуры матриц  $[A]$  и  $[B]$  совместно с уравнением (3) позволяет выявить различные альтернативные варианты выбора свободных переменных посредством установления взаимосвязи каждого управления  $u_k$  с различными возможными группами свободных переменных. Выбор той или иной группы переменных  $z_i$  в качестве свободных переменных оценивается на основе исследования структуры контурной матрицы  $[M]$ . Очевидно, наилучшей группой свободных переменных будет та, которая максимизирует сумму элементов строк контурной матрицы,

соответствующих данной группе свободных переменных, так как при этом расщляется наибольшее число подпроблем оптимизации подсистем. В случае равенства этого показателя для нескольких групп свободных переменных предпочтение отдается той, которая минимизирует количество элементов, входящих в подсистему. Это достигается выбором таких свободных переменных, которые максимизируют сумму элементов столбцов матрицы смежности  $[A]$ , соответствующих выбранной группе свободных переменных.

Для выбранных свободных переменных  $Z_{r_i}$  может быть определена оптимальная последовательность решения уравнений математического описания подсистем х.т.с., для чего к матрице  $\begin{bmatrix} A_1 \\ B \end{bmatrix}$  необходимо применить алгоритм двудольного информационного графа<sup>(5)</sup>. Матрица  $[A_1]$  образуется вычеркиванием из матрицы  $[A]$  строк, соответствующих выбранным свободным переменным  $Z_{r_i}$ .

Для выбранной группы свободных переменных  $Z_{r_i}$  оптимизация х.т.с. может быть проведена любым «многоуровневым» методом, например методом, описанным в работе<sup>(6)</sup>.

В заключение следует отметить, что важной особенностью предложенного метода декомпозиции является учет топологии х.т.с. и возможность полной формализации при использовании ЭВМ.

Московский химико-технологический институт  
им. Д. И. Менделеева

Поступило  
25 XI 1971

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> L. S. Lasdon, I. Schoeffler, Proc. of VI Joint Automatic Control Conf., Troy, N. Y., 1965. <sup>2</sup> В. В. Кафаров, В. Л. Перов и др., ДАН, 197, № 4 (1971). <sup>3</sup> В. В. Кафаров, В. Л. Перов и др., Теоретич. основы хим. технол., № 5 (1972). <sup>4</sup> В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин, ДАН, 192, № 3 (1970). <sup>5</sup> Н. М. Жаворонков, В. В. Кафаров и др., Теоретич. основы хим. технол., 4, № 2 (1970). <sup>6</sup> S. V. Brosilow et al., Proc. of VI Joint Automatic Control Conf., Troy, N. Y., 1965.