

УДК 534.011

МЕХАНИКА

А. С. КЕЛЬЗОН, Ю. П. ЦИМАНСКИЙ

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОДАТЛИВОСТИ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ НА КОЛЕБАНИЯ СБАЛАНСИРОВАННОГО ВАЛА

(Представлено академиком В. В. Новожиловым 12 I 1972)

Податливость опор качения оказывает влияние на динамику высокооборотных валов, в частности, этим объясняется снижение критических оборотов ⁽¹⁾, изменение жесткости радиально-упорного подшипника в зависимости от соотношения статической и динамической нагрузок на подшипник ⁽²⁾. Колебания неуравновешенных валов на подшипниках качения рассмотрены в ⁽²⁾.

В настоящей работе исследуется возможность возникновения опасных амплитуд колебаний и реакций на опорах при идеальной балансировке.

1. Устойчивость абсолютно жесткого уравновешенного вала на нелинейных податливых опорах будем рассматривать при предположении ⁽¹⁾, что центр инерции вала C (рис. 1) описывает прямую синхронную прецессию. Будем полагать монтажный радиальный зазор в подшипнике равным нулю, будем также пренебрегать силами затухания и считать радиальное упругое поле подшипника во всех направлениях однородным. Тогда дифференциальное уравнение относительного движения центра инерции C вертикального вала в проекции на ось δ примет вид

$$m\ddot{\delta} = -\delta^{3/2}/a^{3/2} + m\omega^2\delta,$$

где m — масса вала, приходящаяся на один подшипник, $\delta = OC$ — деформация опоры качения, $P = \delta^{3/2}/a^{3/2}$ — сила упругости опоры качения, определяемая по Герцу, a — постоянный коэффициент, характеризующий геометрию подшипника качения ⁽³⁾, ω — угловая скорость вращения. Кориолисова сила инерции не входит в уравнение, так как она направлена перпендикулярно оси δ ; она только дает добавочную составляющую реакции.

Для исследования устойчивости применим метод фазовой плоскости ⁽⁴⁾. Уравнения движения изображающей точки на фазовой плоскости $O\delta\dot{\delta}$ будут иметь вид

$$\delta\dot{\delta}/dt = \dot{\delta}, \quad d\dot{\delta}/dt = -\delta^{1/2}/(ma^{3/2}) + \omega^2\delta. \quad (1)$$

Первый интеграл системы (1)

$$\frac{\dot{\delta}}{2} = -\frac{2}{5a^{3/2}m} \delta^{5/2} + \frac{\omega^2\delta^2}{2} + \Pi_0,$$

где $\Pi_0 = 0$, если отсчет начинать от точки O (рис. 1); $\Pi(\delta) = \frac{2}{5ma^{3/2}} \delta^{5/2} - \frac{\omega^2\delta^2}{2}$ — кривая энергетического баланса, обращается в нуль при $\delta = 0$ и

при $\delta = \pm 1,56 a^3 m^2 \omega^4$, точки B, B_1 (рис. 2). Особые точки кривой $\Pi(\delta)$: изолированный максимум $\delta = 0$, изолированные минимумы $\delta = \pm a^3 m^2 \omega^4$ — точки A, A_1 (рис. 2).

Из кривых фазовых траекторий (рис. 2) видно, что при угловой скорости ω , отличной от нуля, в положении O появляется неустойчивая точка типа «седло». Устойчивые положения равновесия типа «центр» наступают в точках A, A_1 с координатами $\delta = \pm a^3 m^2 \omega^4$, которые зависят от угловой скорости и с ростом последней быстро удаляются от точки O .

Если систему возмущать с амплитудой, большей AB , то точка будет колебаться за пределами сепаратрисы BB_1 , по траектории D , совершая колебания около среднего положения O , что приводит к ударным явлениям в подшипнике. Реально это может иметь место при относительно невысоких угловых скоростях, когда AB меньше возмущающих факторов, например, от геометрических погрешностей дорожек качения.

2. Качественный анализ амплитуд и реакций между валом и подшипниками проведем, рассматривая центр инерции вала в положении устойчивого равновесия A (рис. 2), что на неподвижных осях координат xOy (рис. 1) представляет колебания по скелетной кривой $\delta = a^3 m^2 \omega^4$. По ней можно судить об особенностях амплитудно-частотной характеристики жесткого вала на подшипниках качения. Скелетная кривая начинается в начале координат, амплитуда колебаний растет пропорциональна четвертой степени угловой скорости.

Из зависимости Герца $P = \delta^{3/2} / a^{3/2}$, с учетом уравнения скелетной кривой, получаем реакцию между валом и подшипником

$$P = a^3 m^3 \omega^6.$$

Для качественной оценки влияния податливости вала рассмотрим модель: безмассовый вал жесткостью c и диск массой m посередине. Смещение центра инерции диска δ от оси вращения состоит из искривления оси вала P/c и деформации в подшипнике, определяемой зависимостью Герца $aP^{2/3}$. С другой стороны, смещение определяется из выражения центробежной силы инерции диска. Получаем

$$\delta = \begin{cases} P/(m\omega^2), \\ P/c + aP^{2/3}; \end{cases}$$

$$\delta = \frac{a^3 m^2 \omega^4}{(1 - \omega^2/k^2)^3}, \quad P = \frac{a^3 m^3 \omega^6}{(1 - \omega^2/k^2)^3},$$

где $k^2 = c/m$. (Коэффициент динамичности $(1 - \omega^2/k^2)$ из-за нелинейной податливости подшипника качения входит в эти выражения в третьей степени.)

3. До сих пор силы инерции тел качения не учитывались. Рассмотрим их влияние. Коэффициент a неодинаков для внутреннего (a_1) и наружного (a_2) колец. Наружному кольцу добавочно приходится воспринимать центробежные силы тел качения F . Тогда формулы Герца принимают вид

$$\delta = a_1 (bP)^{2/3} + a_2 (bP + F)^{2/3},$$

где b — доля силы, воспринимаемой наиболее нагруженным телом качения. Определив δ из выражения для центробежных сил инерции вращающихся масс $P = m\omega^2\delta$, получаем систему уравнений для количественной оценки колебаний жесткого сбалансированного вала на подшипниках каче-

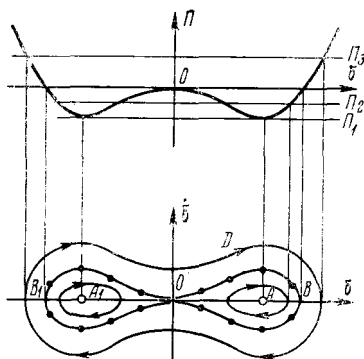


Рис. 2. Фазовый портрет системы

пия:

$$\delta = a_1(bzG)^{2/3} + a_2(bzG + F)^{2/3}, \quad (2)$$

$$\delta = zg / \omega^2,$$

где G — вес вала, приходящийся на один подшипник, g — ускорение силы тяжести, $z = P/G$ — отношение сил инерции к весу вала.

В результате экспериментальных исследований подшипников качения, проведенных в СССР, ЧССР, США⁽³⁾, получены ресурсные значения (рис. 3) для стандартных 1 и высокоскоростных 2 подшипников, а также значения для предельно достигнутых 3 оборотов. Для определения характера влияния нелинейной податливости опор качения на этой же диаграмме нанесены кривые $z = 0,1; 1; 10; 100$, подсчитанные по (2). Вес G вала

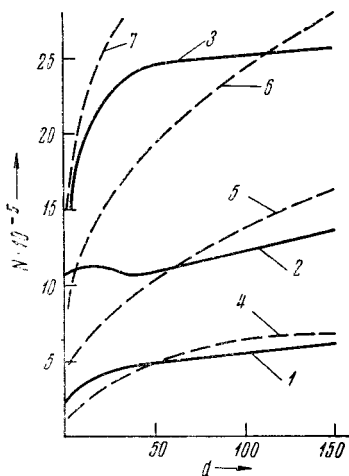


Рис. 3

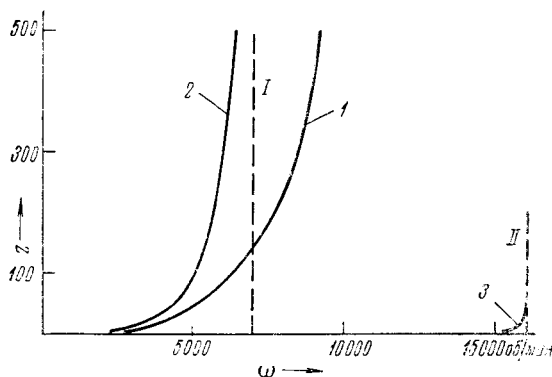


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость скоростного параметра $N = [d_c n]$ от внутреннего диаметра d для однорядных шарикоподшипников. 1, 2, 3 — данные⁽³⁾; 4—7 — расчет по формуле (2) при различных значениях отношения z сил инерции к весу вала: 4 — $z = 0,1$; 5 — $z = 1$; 6 — $z = 10$; 7 — $z = 100$. d_{cp} — диаметр между центрами тел качения, мм. n — в об/мин

Рис. 4. Относительные значения реакции между валом и подшипником: 1 — без учета податливости вала, 2 — с учетом податливости вала, 3 — в линейных упругих опорах жесткость $c = 1000$ кг/см. Длина вала 300 мм, диаметр 50 мм, подшипники № 208

во всех случаях принят равным 10 весам рассматриваемого подшипника. Тогда, как видно из (2), коэффициент z зависит от угловой скорости вращения и коэффициентов a_1, a_2, b , т. е. от геометрии подшипника. Поэтому взяв определенный подшипник с внутренним диаметром d (абсцисса диаграммы), определяем угловые скорости ω , при которых z принимает соответственно значения 0,1; 1; 10; 100. Ордината N определяется, если найденные значения угловой скорости перевести в об/мин и умножить на средний диаметр рассматриваемого подшипника. Рассмотрев таким образом подшипники с разными внутренними диаметрами, получаем геометрическое место точек для искомых z (рассматривались радиальные подшипники легкой серии).

Как видно, повышение скоростного параметра $N = [d_c n]$ (рис. 3) влечет за собой повышение коэффициента виброперегрузок z . Для ресурсных значений N , исходя из которых подбираются подшипники в инженерных расчетах, коэффициент $z \leq 1$. Дальнейшее стремление увеличить быстроходность подшипников наталкивается на резкое повышение коэффициента виброперегрузок (см. рис. 3, 3).

4. Для определения амплитуд и реакций между валом и опорами с учетом распределенной массы вала необходимо решить дифференциальное уравнение ⁽⁶⁾

$$[EJ\delta'']'' + \mu\ddot{\delta} = 0,$$

удовлетворяющее крайним и начальным условиям, где EJ — жесткость балки на изгиб, μ — погонная масса вала.

На рис. 4 представлены решения для вала, установленного в жестком корпусе на подшипниках качения, т. е. на обоих концах вала граничные условия между смещением δ и перерезывающей силой P удовлетворяют соотношению $\delta = aP^{2/3}$. Видно, что с учетом податливости вала реакции на опорах растут более интенсивно и неограниченно возрастают при приближении к критической скорости I .

При установке этого же вала с подшипниками качения на линейных упругих опорах жесткостью c , например ⁽⁷⁾, граничные условия имеют вид

$$\delta = P / c + aP^{2/3}.$$

Если рабочие обороты выше второй критической скорости в зоне самоцентрирования на всем протяжении до третьей критической скорости II , реакции между валом и опорами лежат ниже машинного нуля ЭЦВМ и только за несколько оборотов до третьей критической скорости начинает сказываться эффект влияния нелинейной податливости опор качения (рис. 4.3). Выше третьей критической скорости реакция и амплитуды опять практически равны нулю.

Итак, современные высокоскоростные подшипники качения по быстроходности подошли к тому пределу, когда резко начинает сказываться эффект их податливости независимо от точности балансировки вала. Для дальнейшего увеличения ресурса и создания высокоскоростных опор качения перспективным является установка вала в линейные упругие опоры, что обеспечивает работу вала с использованием эффекта самоцентрирования ^(8, 9).

Ленинградское высшее инженерное морское училище
им. С. О. Макарова

Поступило
10 I 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. I ä g e r, Die angenäherte Berücksichtigung der Elastizität von Kugel-und Rollenlagern, Konstruktion, Н. 3 (1958). ² А. С. С а в е р с к и й, Тр. Всесоюз. н.-и. инст. подшипниковой пром., № 4, 25 (1964). ³ Э. Л. П о з н я к, Машиноведение, № 1, 23 (1971). ⁴ И. М. Б а б а к о в, Теория колебаний, изд. 3, «Наука», 1968. ⁵ Н. А. С п и ц ы ц, Опоры валов и осей машин и приборов, Л., 1970. ⁶ М. Я. К и ш у л ь, Автоколебания роторов, М., Изд. АН СССР, 1963. ⁷ А. С. К е л ь з о н, В. И. П р я д и л о в, Э. Е. Б о г о р а д, Авт. свид. № 224965; Бюлл. изобр., № 26 (1968). ⁸ А. С. К е л ь з о н, ДАН, 110, № 1, 31 (1956). ⁹ А. С. К е л ь з о н, З. В. Т р о и ц к а я, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 3, 51 (1963).