

УДК 62-50: (54+66)

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, В. Л. ПЕРОВ,
В. А. ДУНАЕВ

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНОЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Оптимальное управление сложными химико-технологическими системами (х.т.с.), состоящими из большого количества взаимосвязанных элементов, приводит к задаче высокой размерности, для решения которой недостаточно возможностей современных вычислительных средств.

Непосредственное применение методов теории оптимального управления (¹⁻³) к х.т.с., состоящей из большого числа аппаратов, не дает желаемого результата и приводит к необходимости использования других подходов, связанных с многомерностью задачи. Произведенная определенным образом декомпозиция задачи оптимального управления снижает размерность задачи и обеспечивает успешное ее решение.

Пусть поведение в динамике х.т.с. описывается некоторой системой дифференциальных уравнений

$$dX/dt = F(X, U, Z)dt, \quad Y = \Psi(X),$$

где X — вектор фазовых переменных системы, U — вектор управления, Y — вектор выходных переменных, Z — вектор входных неуправляемых переменных.

Переменные Z и U по физическому смыслу являются расходом сырья и энергии на ведение процесса, Y — параметры целевых продуктов.

В фазовый вектор входят как переменные, относящиеся к отдельным элементам х.т.с. (цехам, аппаратам), так и переменные, относящиеся к нескольким элементам одновременно, или связывающие переменные.

Задача оптимального управления формулируется следующим образом. Найти управления как функции времени, удовлетворяющие математическому описанию х.т.с. и оптимизирующие некоторый интегральный критерий функционирования

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f^0(Y, U, Z) dt.$$

Частным случаем целевого критерия является максимум прибыли от х.т.с.:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [C_Z^T Z(t) + C_U^T U(t) - C_Y^T Y(t)] dt, \quad J_{\text{опт}} = \min_{\substack{u(t) \in U \\ t_0 \leq t \leq t_1}} J,$$

где C_Y , C_Z , C_U — векторы стоимости соответственно целевых продуктов, сырья и энергии управления.

Минимизация интегрального критерия на решениях системы дифференциальных уравнений позволяет получить наибольшее значение прибыли не только в установившемся состоянии системы, но и в переходных режимах х.т.с., связанных с изменением различных ее параметров.

Для осуществления декомпозиции исходной задачи оптимального управления представим х.т.с. в виде типовых подсистем, которые могут соответствовать либо отдельным аппаратам, либо группе аппаратов, объединенных функциональными связями (рис. 1).

$$dX_i/dt = f_i(X_i, Z_i, U_i), \quad i = 1, 2 \dots N,$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_i^0 \\ Z_i^{i^1} \\ \vdots \\ Z_i^{i^{n_i}} \end{bmatrix}, \quad Y_i = \begin{bmatrix} Y_i^0 \\ Y_i^{i^1} \\ \vdots \\ Y_i^{i^{m_i}} \end{bmatrix}$$

Z_i, Y_i — векторы входных и выходных переменных i -й подсистемы, Z_i^0 — вектор входных переменных i -й подсистемы, являющихся входными и для всех х.т.с., Y_i^0 — вектор выходных переменных i -й подсистемы и всей х.т.с., $Y_i^{i^1}$ — вектор выходных переменных i -й подсистемы и входных i^1 -й подсистемы, $Z_i^{i^1}$ — вектор входных переменных i -й подсистемы и выходных i^1 -й подсистемы, U_i — вектор управления i -й подсистемы; $i_1, i_2, \dots, i_{n_i}$ — номера подсистем, с которыми связаны входные переменные i -й подсистемы, где n_i — их число, $i^1, i^2, \dots, i^{m_i}$ — номера подсистем, с которыми связаны выходные переменные i -й подсистемы, где m_i — их число, N — число подсистем.

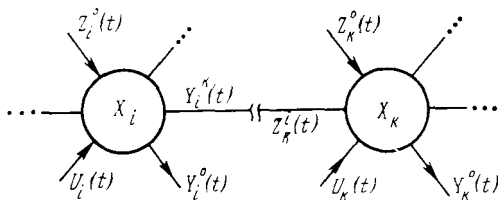


Рис. 1

Разветвление потоков в структуре х.т.с. должно учитываться в математической модели подсистемы, к которой относится суммарный поток. Векторы связывающих переменных, представляющие собой параметры материальных и энергетических потоков системы, как следует из рис. 1, имеют два обозначения: как выходные переменные одной подсистемы и как входные другой. Формально, при таком представлении в дифференциальные уравнения математических описаний отдельных подсистем не входят переменные с одинаковыми обозначениями, а условие связей $Y_i^k - Z_k^{i^1} = 0$ учитывается косвенным образом, как показано ниже.

Пусть критерий оптимального управления представляет собой аддитивную функцию подсистем, например критерий прибыли, тогда представляется возможность искать экстремальные управления для каждой подсистемы независимо с последующей коррекцией оптимальных управлений, исходя из условий связи элементов х.т.с.

Рассматривая условия связей как ограничения типа равенств на экстремальную задачу, введем невязки $Y_i^k - Z_k^{i^1}$ с множителем Лагранжа в критерий оптимизации

$$J^* = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ (C_Z^i)^T Z_i^0(t) + (C_U^i)^T U_i(t) - (C_Y^i)^T Y_i^0(t) + \right. \\ \left. + \sum_{\gamma=1}^{n_i} [\lambda_i^\gamma(t)]^T [Z_i^{i^\gamma}(t) - Y_{i^\gamma}^i(t)] \right\} dt.$$

Критерий J^* , за исключением последнего члена, разлагается на аддитивные составляющие, соответствующие подсистемам. Чтобы разбить на слагаемые член с множителем Лагранжа $\lambda(f)$, задаемся некоторым начальным приближением множителей $\lambda(t) = [\lambda(t)]_0$, тогда в члене

$\sum_{\gamma=1}^{n_i} [\lambda_{\gamma}^i(t)]^T Z_{\gamma}^{i\gamma}(t)$ варьируется только $Z_{\gamma}^{i\gamma}$ и его можно отнести к критерию i -й подсистемы, а член $\sum_{\gamma=1}^{n_i} [\lambda_{\gamma}^i]^T Y_{\gamma}^{i\gamma}(t)$ к критериям других подсистем.

Интегральный критерий J^* запишется в виде суммы критериев подсистем

$$J^* = \sum_{i=1}^N J_i^*,$$

$$J_i^* = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ (C_Z^i)^T Z_{\gamma}^0(t) + (C_U^i)^T U_i(t) - (C_Y^i)^T Y_{\gamma}^0(t) + \right.$$

$$\left. + \sum_{\gamma=1}^{n_i} [\lambda_{\gamma}^i(t)]^T Z_{\gamma}^{i\gamma}(t) - \sum_{\gamma=1}^{m_i} [\lambda_{\gamma}^i(t)]^T Y_{\gamma}^{i\gamma}(t) \right\} dt.$$

Обычными методами теории оптимального управления находится экстремум J_i^* на решениях систем дифференциальных уравнений типовых подсистем. Полученные при произвольном выборе $\lambda(t)$ управления, вооб-

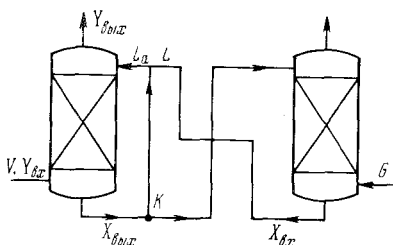


Рис. 2

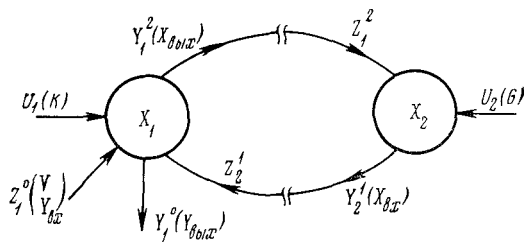


Рис. 3

ще говоря, не будут оптимальными для всей х.т.с., так как в задаче оптимизации с ограниченными $\lambda(t)$ в экстремуме является вполне определенной функцией времени, при которой невязка $Y_i^h - Z_i^h = 0$.

Из необходимого условия экстремума для множителей Лагранжа, используя разложение невязки в ряд Тейлора, получаем рекуррентную формулу для последующих приближений множителей Лагранжа в функциональном пространстве, аналогичную формуле в методе Ньютона.

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i - a[\partial(Z^* - Y^*) / \partial \lambda]^{-1}[Z^* - Y^*].$$

Если начальные приближения множителей достаточно близки к экстремальным значениям, так что членами выше первого порядка в разложении можно пренебрегать, то экстремальные значения множителей, в принципе, находятся за одну итерацию при $a = 1$. Для практических расчетов $0 < a \leq 1$.

Алгоритм расчета оптимальных управлений для декомпозированной х.т.с. приобретает следующий вид:

- 1) Задаемся начальным приближением множителей Лагранжа $\lambda^0(t)$;
- 2) решаем задачу оптимального управления в отдельных подсистемах х.т.с. по критериям J_i^* ;
- 3) даем последовательно каждому компоненту вектора $\lambda(t)$ построенные приращения $\Delta \lambda_i$ и решаем задачи динамической оптимизации химических технологических подсистем. Вычисляем все элементы матрицы $\Delta(Z^* - Y^*) / \Delta \lambda$ как функции времени;
- 4) вычисляем обратную матрицу $[\Delta(Z^* - Y^*) / \Delta \lambda]^{-1}$ и следующее приближение множителей Лагранжа; и т. д.

В качестве примера рассмотрим задачу динамической оптимизации адсорбции десорбционной системой (рис. 2).

Пусть критерий оптимизации

$$J = \int_{t_0}^t \{m(Y_{\text{вых}} - Y_{\text{вых}}^{\text{зад}})^2 + G\} dt,$$

где $Y_{\text{вых}}$ и $Y_{\text{вых}}^{\text{зад}}$ — концентрация газа и заданная концентрация газа на выходе абсорбера соответственно, m — заданный весовой коэффициент. Управляющие переменные: G — расход поглотителя.

Абсорбер описывается ячеечной моделью ⁽⁴⁾ с учетом кинетики массопередачи.

Математические модели аппаратов имеют высокую размерность, число ячеек может достигать 10—15, поэтому декомпозиция задачи весьма желательна. Разбиваем х.т.с. на две подсистемы: абсорбер и десорбер и вводим типовые обозначения переменных подсистем (рис. 3).

Согласно изложенному алгоритму, получаем следующие две задачи оптимизации.

Задача 1. а) $J_1^* = \int_{t_0}^t \{m(Y_{\text{вых}} - Y_{\text{вых}}^{\text{зад}})^2 + \lambda_1^2 Z_1^2 - \lambda_2^1 X_{\text{вых}}\} dt;$

б) математическая модель абсорбера, в которой входная концентрация абсорбента $X_{\text{вх}}$ заменяется на Z_1^2 .

Задача II. а) $J_2^* = \int_{t_0}^t \{G + \lambda_2^1 Z_2^1 - \lambda_1^2 X_{\text{вх}}\} dt;$

в) математическая модель десорбера, в которой входная концентрация абсорбента $X_{\text{вых}}$ заменяется на Z_2^1 .

Задаемся начальным приближением множителей $(\lambda_1^2)_0$ и $(\lambda_2^1)_0$ и решаем задачи динамической оптимизации для обеих подсистем

$$J_{\min}^* = \min_K J_1^*, \quad J_{2\min}^* = \min_G J_2^*.$$

В процессе решения подзадач определяются невязки $Z_2^1 - X_{\text{вх}}$ и $Z_1^2 - X_{\text{вых}}$ как функции времени.

Даем $[\lambda_1^2(t)]_0$ малое постоянное приращение $\Delta\lambda_1^2$, решаем задачи подоптимизации, находим $\Delta(Z_2^1 - X_{\text{вх}})$ и $\Delta(Z_1^2 - X_{\text{вых}})$ как функции времени. Вычисляем частные производные

$$\frac{\Delta(Z_2^1 - X_{\text{вх}})}{\Delta\lambda_1^2} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta(Z_1^2 - X_{\text{вых}})}{\Delta\lambda_1^2}.$$

Давая приращение $[\lambda_2^1(t)]_0$, находим остальные частные производные, как функции времени.

По рекуррентной формуле вычисляем следующее приближение множителей, где

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 \\ \lambda_2^1 \end{bmatrix}, \quad Z^* = \begin{bmatrix} Z_1^2 \\ Z_2^1 \end{bmatrix}, \quad Y^* = \begin{bmatrix} X_{\text{вых}} \\ X_{\text{вх}} \end{bmatrix}.$$

Декомпозиционный подход к задаче оптимального управления позволяет свести управление сложной х.т.с. к управлению отдельными подсистемами с последующей коррекцией, что уменьшает размерность решаемой задачи и снижает требование к объему памяти управляющей вычислительной машины.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Поступило
15 XII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. В. Кафаров, В. П. Мешалкин, В. Л. Перов, Автоматика и телемеханика, № 11 (1971). ² В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин, ДАН, 192, № 3 (1970). ³ В. В. Кафаров, В. Л. Перов и др., ДАН, 207, № 1 (1972).