

И. Д. ЕГОРОВ, член-корреспондент АН СССР Б. В. ДЕРЯГИН,
У. Б. БАЗАРОВ, А. В. БУЛГАДАЕВ

О КОМПЛЕКСНОЙ СДВИГОВОЙ ВОЛНЕ В ЖИДКОСТЯХ

В работах (1) показано, что почти все жидкости, в том числе и мало-вязкие, обладают измеримым объемным модулем сдвига при частотах порядка 10^5 гц, хотя по существующим представлениям сдвиговая упругость могла бы проявляться только при частотах порядка $10^{10} - 10^{11}$ гц.

В данной работе предлагается метод исследования распространения и затухания сдвиговых волн в жидкостях, что, несомненно, имеет большое значение для физики жидкостей. Метод основан на изучении взаимодействия пьезокварцевого резонатора с пленкой жидкости известной толщины. Поверхностью контакта является горизонтальная боковая грань пьезокварца (рис. 1), совершающая при колебаниях последние тангенциальные смещения, которые возбуждают в пленке жидкости сдвиговую волну.

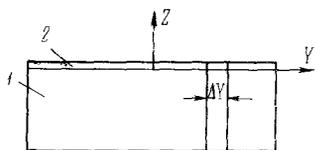


Рис. 1. Пьезокварц (1) и контактирующая с ним пленка жидкости (2)

Теория метода заключается в следующем. Синусоидальные смещения рабочей поверхности происходят в плоскости $Z = 0$ в направлении оси Y . Начало координат помещено в середине кристалла. Из волнового уравнения

$$\rho \frac{\partial^2 \varphi(Z, t)}{\partial t^2} = \mu^* \frac{\partial^2 \varphi(Z, t)}{\partial Z^2}, \quad (1)$$

где ρ и μ^* — плотность и комплексный модуль сдвига жидкости, можно определить смещения частиц жидкости в виде:

$$\varphi(Z, t) = u \frac{\exp(i\kappa^* Z) + \exp(-i\kappa^* Z) \exp(2i\kappa^* H)}{1 + \exp(2i\kappa^* H)}, \quad (2)$$

где $u = u(Z, t)$ — смещения рабочей грани пьезокварца, κ^* — комплексное волновое число жидкости

$$\kappa^* = 2\pi f(\mu^* / \rho)^{-1/2} = \beta - i\alpha, \quad (3)$$

где β — действительный сдвиг фазы, α — константа затухания, f — резонансная частота пьезокварца.

Формула (2) получена при условиях, что смещения частиц жидкости в месте контакта с пьезокварцем равны смещениям пьезокварца и отсутствуют напряжения на свободной поверхности пленки.

Решая уравнение движения элемента ΔY пьезокварца с пленкой вязкоупругой жидкости толщиной H , можно получить для комплексного сдвига резонансной частоты пьезокварца следующее выражение:

$$\Delta f^* = \frac{S\rho f}{2M} \frac{i}{i\kappa^*} \frac{1 - \exp(2i\kappa^* H)}{1 + \exp(2i\kappa^* H)}, \quad (4)$$

где S — площадь рабочей грани, M — масса пьезокварца. Из формулы (4) действительный и мнимый сдвиги частот выражаются в виде

$$\Delta f' = -\frac{S\rho f}{2M} \frac{1}{\beta^2 + \alpha^2} \frac{\beta \sin 2\beta H + \alpha \operatorname{sh} 2\alpha H}{\cos 2\beta H + \operatorname{ch} 2\alpha H}, \quad (5)$$

$$\Delta f'' = \frac{S\rho f}{2M} \frac{1}{\beta^2 + \alpha^2} \frac{\beta \operatorname{sh} 2\alpha H - \alpha \sin 2\beta H}{\cos 2\beta H + \operatorname{ch} 2\alpha H}, \quad (6)$$

где

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\frac{\rho}{\mu'}} \left(\frac{1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

$$\alpha = 2\pi f \sqrt{\frac{\rho}{\mu'}} \left(\frac{-1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Тангенс угла механических потерь $\operatorname{tg} \theta = \mu'' / \mu'$, где μ' и μ'' — действительная и мнимая части комплексного модуля сдвига. На ЭВМ «Наири-2» были рассчитаны кривые зависимости $\Delta f'$ и $\Delta f''$ от толщины пленки H для жидкостей с модулями сдвига $10^3 - 10^7$ дин/см² при значениях тангенса

угла механических потерь от 0,5 до 5. На рис. 2 показан один из полученных результатов для жидкости с $\mu' = 10^6$ дин/см² и $\operatorname{tg} \theta = 0,5$. На рассчитанных кривых (рис. 2) можно видеть затухающую осциллирующую $\Delta f'$ и $\Delta f''$, стремящихся при увеличении толщины к определенным предельным значениям, причем $\Delta f'' > \Delta f'$. Характерна особенность изменения $\Delta f'$ и $\Delta f''$ при малых толщинах пленки: **градиент изменения $\Delta f'$ много больше градиента изменения $\Delta f''$** . Эта особенность будет необходима при интерпретации экспериментальных результатов.

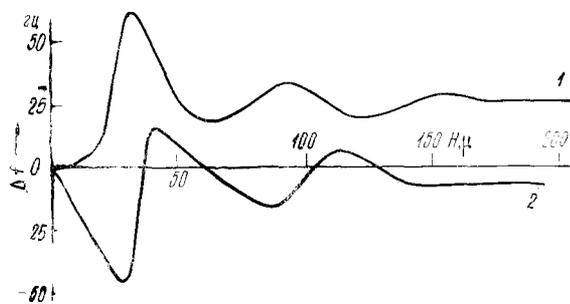


Рис. 2. Теоретические зависимости мнимого (1) и действительного (2) сдвигов частот пьезокварца от толщины пленок жидкости

Из формул (5) и (6) при $H \rightarrow \infty$ можно получить предельные значения сдвигов частот:

$$\Delta f'_\infty = -\frac{S\rho f}{2M} \frac{\alpha}{\beta^2 + \alpha^2}, \quad (9)$$

$$\Delta f''_\infty = \frac{S\rho f}{2M} \frac{\beta}{\beta^2 + \alpha^2}. \quad (10)$$

Из формул (7)–(10) получаем выражения для μ' и $\operatorname{tg} \theta$ жидкости

$$\mu' = \frac{16\pi^2 M^2}{S^2} \frac{\Delta f''_\infty{}^2 - \Delta f'_\infty{}^2}{\rho}. \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} \theta = 2\Delta f''_\infty \Delta f'_\infty / (\Delta f''_\infty{}^2 - \Delta f'_\infty{}^2). \quad (12)$$

Следовательно, для идеально вязкой жидкости, когда $\mu' = 0$, $\Delta f''_\infty = \Delta f'_\infty$, а $\operatorname{tg} \theta = \infty$. Из последних двух формул можно получить выражение для длины вязкоупругой сдвиговой волны:

$$\lambda = \frac{4\pi M}{S\rho f} \sqrt{\Delta f''_\infty{}^2 + \Delta f'_\infty{}^2}. \quad (13)$$

Анализ формулы (6) показывает, что расстояния между экстремальными точками $\Delta f''$ равны $\lambda/4$. Следовательно, при такой же толщине пленки жидкости будет наблюдаться первый максимум $\Delta f''$.

Таким образом, для определения действительного модуля сдвига жидкости и тангенса угла механических потерь достаточно измерить $\Delta f''_\infty$ и $\Delta f'_\infty$ пьезокварца при его максимальном нагружении жидкостью. Однако эксперименты показали, что на измерения действительного сдвига частоты пьезокварца оказывают влияние различного рода факторы, которые невозможно практически учесть. Во-первых, большую роль оказыва-

от влияние наводки электрического напряжения с электрода на электрод через жидкость, причем величина этой наводки зависит от рода жидкости. Кроме этого, поляризация исследуемой жидкости в электрическом поле, возбуждающем пьезокварц, влияет на конфигурацию поля, от чего также зависит резонансная частота. Поэтому измерение предельного значения действительного сдвига частоты не представляется возможным. Однако его можно вычислить по формуле (13), так как длину вязкоупругой волны экспериментально определяем с достаточной точностью по осцилляции $\Delta f''$ в зависимости от H .

В работе использовался пьезокварц среза $X-18^\circ,5$ в форме бруска прямоугольного сечения с размерами $33,3 \times 12 \times 6$ мм³. Пьезокварц данного среза обладает коэффициентом Пуассона, равным нулю (2), но при указанных размерах он взаимодействует с низкочастотными изгибными колебаниями. Поэтому существовала слабая нормальная компонента, вызывавшая дополнительное отрицательное смещение резонансной частоты.

Экспериментальная установка для возбуждения пьезокварца и контроля за его колебаниями была такая же, как и в работах (1). Некоторое

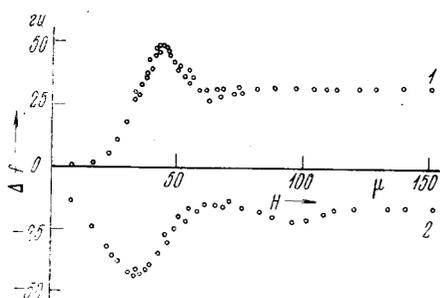


Рис. 3. Экспериментальные зависимости мнимого (1) и действительного (2) сдвигов частоты пьезокварца от толщины пленок ПМС-52000

отличие заключалось в кварцедержателе. Так как в данном случае рабочей поверхностью служила вся горизонтальная поверхность пьезокварца, то мы отказались от его зажима между стальными иглами по узловой линии. Пьезокварц свободно располагался по узловой линии на тонкой стеклянной полоске, причем такое расположение не изменяло его резонансных свойств.

Порядок проведения измерений был следующий. Поверхность пьезокварца после кратковременной обработки в хромовой смеси очищалась в тлеющем разряде по методике, описанной в работе (3). Сразу же после

очистки на рабочую поверхность наносилась жидкость калиброванной пипеткой. Толщина пленки жидкости определялась с точностью ± 1 μ взвешиванием кварца с пленкой на аналитических весах. Эксперименты проводились при температуре $20-21^\circ$ С.

Нами исследованы жидкости с различными значениями вязкостей. Однако удовлетворительные результаты получились только с весьма вязкими жидкостями. Это вызвано тем, что на экспериментальные резуль-

Таблица 1

Жидкость	λ, μ	$\Delta f''_{\infty},$ Гц	$\mu' \cdot 10^{-6},$ дин/см ²	$\text{tg } \theta$	Жидкость	λ, μ	$\Delta f''_{\infty},$ Гц	$\mu' \cdot 10^{-6},$ дин/см ²	$\text{tg } \theta$
ПМС-52000	180	32,5	1,4	0,78	ПМС-5384	170	28,5	0,85	1,65
ПМС-20000	176	31,5	1,3	0,97	ПМС-900	120	21,5	0,68	0,7

таты оказывает сильное влияние неравномерность пленки по толщине. Действительно, профиль пленки по поперечному сечению из-за малой толщины кварца (6 мм) всегда имеет форму сегмента круга большого радиуса. Поэтому осцилляции сдвигов частот в значительной степени смазываются, особенно зависимость $\Delta f''$ от толщины. Это связано с особенностью его зависимости от толщины при малых значениях последней, о чем мы упоминали выше. Кроме того, неравномерность пленки влияет на рас-

положение первого максимума $\Delta f''$ — толщина пленки, соответствующая ему, меньше истинного значения. Однако знание профиля пленки в каждом отдельном случае легко позволяет по экспериментальным данным восстановить истинную картину и определить значение длины сдвиговой волны. Учитывая все сказанное, мы провели эксперименты с вязкими полиметилсилоксановыми жидкостями со сравнительно большими значениями сдвиговой упругости, так как именно в этом случае получаются уверенно фиксируемые осцилляции сдвигов частоты. На рис. 3 показаны результаты эксперимента для одной из исследованных жидкостей ПМС-52000. Можно видеть, что наблюдаются осцилляции сдвигов частот. Несмотря на влияние неравномерности пленки по толщине первые максимумы выражены довольно отчетливо, особенно для действительного сдвига частоты. Учет неравномерности пленки по толщине показывает полное согласие с теоретическими кривыми рис. 2. Для данной жидкости $\lambda/4$ оказалась равной 45 μ . При толщине пленки больше 100 μ значение мнимого сдвига частоты остается постоянным и равным 32 гц. По формулам (11) — (13) можно вычислить значения μ' и $\text{tg } \theta$. В табл. 1 приведены экспериментальные данные λ , $\Delta f_{\infty}''$ и вычисленные значения μ' и $\text{tg } \theta$ для четырех исследованных жидкостей.

Таким образом, разработанный метод позволяет наблюдать распространение и затухание сдвиговых волн в жидкостях и измерять их механические свойства.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность И. А. Чабан и О. Р. Будаеву за оказанную помощь в работе.

Институт естественных наук
Бурятского филиала
Сибирского отделения Академии наук СССР
Улан-Удэ

Поступило
23 VI 1972

Институт физической химии
Академии наук СССР
Москва

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ У. Б. Базаров, Б. В. Дерягин, А. В. Булгадаев, ДАН, 160, 64 (1965); ДАН, 166, в. 3 (1966); ЖЭТФ, 51, в. 4 (10) (1966). ² У. Мазон, Методы и приборы ультразвуковых исследований, 1, М., 1966. ³ В. В. Карасев, Г. И. Измайлова, ЖЭТФ, 24, 871 (1954).