Доклады Академии наук СССР
1972. Том 207, № 5

УДК 533.6.011.8 *ФИЗИКА*

В. Д. БОРМАН, Л. А. МАКСИМОВ, Б. И. НИКОЛАЕВ, В. И. ТРОЯН

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ НА ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В КНУДСЕНОВСКОМ МОЛЕКУЛЯРНОМ ГАЗЕ

(Представлено академиком М. Д. Миллионщиковым 30 III 1972)

Известно ([1-4]), что кинетические коэффициенты молекулярных газов изменяются в магнитном и электрических полях (эффект Зенфтлебена). Прецессия несферичных молекул в поле приводит к изменению эффективного сечения столкновений между молекулами. При низких давлениях, когда длина свободного пробега молекул много больше характерного размера камеры, эффект Зенфтлебена должен исчезать, так как перенос в таком газе определяется в основном столкновениями молекул со стенкой. Однако следует ожидать, что внешнее поле (магнитное или электрическое) будет влиять на явления переноса и в сильно разреженном газе, если взаимодействие молекулы со стенкой зависит от ориентации молекулы. Ясно, что этот новый эффект должен существенным образом зависеть от свойств поверхности стенки и поэтому его исследование может дать дополнительную информацию об этих свойствах.

В настоящей работе для конкретности рассмотрим задачу о теплопередаче в кнудсеновском газе в присутствии магнитного поля, перпендикулярного к одинаковым плоскопараллельным стенкам, удаленным друг от друга на расстояние l.

Стационарное кинетическое уравнение для неравновесной функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{M})$, описывающее поведение молекулярного газа в зазоре имеет вид:

$$(\mathbf{v}\nabla)f + \gamma[\mathbf{MH}]df/d\mathbf{M} = 0, \tag{1}$$

где $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$ — скорость и момент вращения молекул, $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, γ — гиромагнитное отношение. Второй член в (1) описывает изменение f, вызванное прецессией молекул в поле.

В цилиндрической системе координат, в которой z-ось направлена по полю, решение уравнения (1) имеет вид

$$f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n \exp\left[in\left(\varphi_M - \varphi_v - \frac{\omega z}{v_z}\right)\right]. \tag{2}$$

В (2) φ_M и φ_v — полярные углы векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$, ω — частота прецессии молекул в поле ($\omega = \gamma H$).

Сформулируем граничные условия для функции распределения, позволяющие описать интересующее нас явление. Обычно ([5]) граничные условия записываются в виде

$$f^+ = \alpha_0 f_0 + (1-\alpha_0)f^-, \quad f^- = \alpha_l f_l + (1-\alpha_l)f^+. \tag{3}$$

Здесь f^+ (f^-) задает распределение молекул, летящих вверх (вниз). Максвелловские функции распределения f_0 и f_l, отвечающие температурам T_0 и T_l, описывают диффузное отражение молекул. Коэффициенты диффузного отражения α_0 и α_l в простейшем случае предполагаются постоянными.

Более совершенные граничные условия для функции распределения одноатомного газа учитывают различную вероятность вылета молекул с определенным направлением и величиной скорости. Тем самым предполагают, что коэффициент α зависит от вектора скорости вылетающих с поверхности молекул. В нашем случае газа с вращающимися молекулами можно предположить, что вероятность вылета молекул с определенными $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$ должна зависеть от ориентации векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$ относительно вектора $\mathbf{k}$ ($\mathbf{k}$ — нормаль к поверхности). Простейшим способом такую зависимость в рассматриваемой задаче можно учесть, если записать коэффициенты диффузного отражения в виде

$$\alpha_0 = \alpha[1 + \mu\mathbf{k}\cdot[\mathbf{vM}]], \quad \alpha_l = \alpha(1 - \mu\mathbf{k}\cdot[\mathbf{vM}]), \tag{4}$$

где μ предполагается малым постоянным коэффициентом, характеризующим отклонение диффузного рассеяния от изотропного (обе стенки считаются одинаковыми).

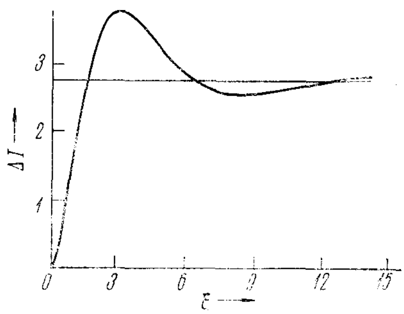

Рис. 1. Зависимость $\Delta I = f(\xi)$ по формуле (9)

Условие (4) означает, что вероятность вылета молекул с моментом $\mathbf{M}$, перпендикулярным $\mathbf{v}$, наибольшая.

Мы полностью отдаем себе отчет, что запись граничных условий в виде (3) с учетом (4) является приближением, которое не может претендовать на точное описание взаимодействия реальных молекул с поверхностью твердого тела. Однако появляющаяся зависимость функции распределения вылетающих с поверхности молекул от угла между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$ позволяет получить ненулевой результат — изменение теплового потока в магнитном поле.

Подставляя разложение (2) в уравнения (3), получим систему зацепляющихся уравнений относительно f_n, причем при малых значениях μ функции f_n быстро уменьшаются с ростом числа n. Решение этой системы дает

$$f_0^+ - f_0^- = \frac{\alpha}{(2-\alpha)}\left[1 + \frac{\alpha\mu^2 v_\perp^2 M_\perp^2}{(2-\alpha)}\,\frac{[(1-\alpha) - \cos(\xi/x)]}{[(1-\alpha)^2 - 2(1-\alpha)\cos(\xi/x) + 1]}\right], \tag{5}$$

где

$$x = v_z\left(\frac{m}{2kT}\right)^{1/2}, \quad \xi = \frac{2\omega l}{\sqrt{\pi}\ \bar{v}}, \quad \bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2}$$

($v_\perp$ и $M_\perp$ — проекции векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{M}$ на поверхность стенки).

Запишем выражение для потока тепла:

$$Q = \int\limits_{v_z > 0}\left(\frac{mv^2}{2} + \frac{M^2}{2I}\right)v_z(f^+ - f^-)\,d\mathbf{v}\,d\mathbf{M}. \tag{6}$$

Подставляя в (6) выражения (2) и учитывая (5), получим

$$\frac{\Delta Q}{Q_0} = -\frac{54}{7}\frac{\alpha}{(2-\alpha)}\psi^2\Delta I(\xi), \tag{7}$$

где

$$\Delta I(\xi) = \left[\int\limits_0^\infty\left(\frac{9}{2}x + x^3\right)\cos(\xi/x)\,e^{-x^2}dx - \frac{11}{4}\right], \tag{8}$$

$$Q_0 = \frac{7}{16}\frac{\alpha}{(2-\alpha)}n_0\bar{v}_0 k(T_0 - T_l), \quad \psi = \mu kT\sqrt{\frac{I}{m}}, \tag{9}$$

Q_0 — поток тепла в отсутствие поля.

При вычислении (7) использовалось соотношение $n_0\bar{v}_0 = n_l\bar{v}_l$, полученное из равенства потоков падающих и отраженных молекул. Кроме того предполагалось, что температуры стенок T_0 и T_l близки, а также $(1-\alpha) \ll \ll 1$, что соответствует почти чисто диффузному рассеянию молекул на стенке.

Выражение (7) полностью описывает изменение теплового потока в кнудсеновском режиме во внешнем поле.

Из формулы (7) следует: 1) эффект зависит только от отношения частоты ω прецессии молекулы в поле к частоте столкновений молекул со стенкой $\bar{v}/l$ и, следовательно, является функцией произведения Hl. Этот закон заменяет в данном случае закон H/P, характерный для эффекта Зенфтлебена. 2) В нашей модели теплопередача в поле больше, чем в отсутствие поля. 3) Должны наблюдаться осцилляции теплового потока, период которых растет, а амплитуда падает с ростом произведения Hl (см. рис. 1). Заметим, что осцилляции эффекта отвечают однократной, двукратной и т. д. прецессии молекулы при ее движении от стенки к стенке (см. зависимость от z в (2)). Апериодичность осцилляций обусловлена усреднением по v_z. 4) При достаточно больших значениях Hl наступает насыщение эффекта:

$$\left(\frac{\Delta Q}{Q_0}\right)_{Hl\to\infty} = \frac{297}{14}\frac{\alpha}{(2-\alpha)}\psi^2. \tag{10}$$

5) Эффект квадратичен по параметру μ, характеризующему отклонение характера рассеяния молекулы стенкой от изотропного диффузного. 6) При отражении, близком к чисто диффузному, эффект линеен по коэффициенту диффузного отражения α.

Авторы выражают благодарность акад. М. Д. Миллионщикову за обсуждение работы и ценные замечания.

Московский инженерно-физический институт

Поступило
27 III 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] H. Senftleben, Phys. Zs., **31**, 961 (1930); Ann. d. Phys., **7**, 273 (1965). [2] J. J. M. Beenakker, F. R. McCourt, Ann. Rev. Phys. Chem., **21**, 47 (1970). [3] Ю. Каган, Л. А. Максимов, ЖЭТФ, **51**, 1893 (1966). [4] Л. Л. Горелик, В. В. Синицын, ЖЭТФ, **46**, 401 (1964); Письма ЖЭТФ, **3**, 145 (1966). [5] М. Н. Коган, Динамика разреженного газа, «Наука», 1967.