

Е. З. МЕЙЛИХОВ, Б. А. АРОНЗОН

**ВЛИЯНИЕ КВАНТУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
НА КОНЦЕНТРАЦИЮ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

(Представлено академиком И. К. Кикоиным 31 I 1972)

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию влияния квантующего магнитного поля  $\hbar\omega_n^* > k_0T$ , где  $\omega_n^* = eH / (m^*c)$  — циклотронная частота электрона эффективной массы  $m^*$  на статистику электронов в полупроводниках. При этом концентрация электронов в зоне проводимости дается соотношением

$$n = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} N_c \mathcal{H} \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ F_{-1/2} \left[ E_F - \left( N + \frac{1}{2} + G \right) \mathcal{H} \right] + F_{-1/2} \left[ E_F - \left( N + \frac{1}{2} - G \right) \mathcal{H} \right] \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $E_F = \varepsilon_F / (k_0T)$ ,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми,  $\mathcal{H} = \hbar\omega_n^* / (k_0T)$ ,  $N_c = (2\pi m^* k_0T)^{3/2} / (4\pi^3 \hbar^3)$ ,  $F_{-1/2}(x) = \int_0^{\infty} \frac{t^{-1/2} dt}{1 + \exp(t-x)}$  — интеграл Ферми,  $N = 1, 2, 3, \dots$ ,  $G = 1/4(m^*/m_0)g$ ,  $g$  — гиромангнитный фактор Ландэ электронов проводимости.

Рассмотрим собственный полупроводник с невырожденными носителями обоих типов. Для невырожденных носителей уравнение (1) можно переписать в виде (1)

$$n = N_c \frac{\mathcal{H} \operatorname{ch}(G\mathcal{H})}{2 \operatorname{sh}(\mathcal{H}/2)} \exp E_F. \quad (2)$$

В этом случае концентрация электронов определяется из условия нейтральности  $n = p$  ( $p$  — концентрация дырок в валентной зоне), которое с учетом (2) принимает вид

$$n = N_c \frac{\mathcal{H} \operatorname{ch}(G\mathcal{H})}{2 \operatorname{sh}(\mathcal{H}/2)} \exp E_F = P_V \exp(-E_g - E_F). \quad (3)$$

Здесь предполагается, что магнитное поле не является квантующим по отношению к дыркам, имеющим большую эффективную массу  $M^* \sim m_0$  ( $\mathcal{H} \ll M^*/m^*$ ) и подчиняющимся классической статистике с эффективной плотностью состояний в зоне  $P_V = \frac{(2\pi M^* k_0T)^{3/2}}{4\pi^3 \hbar^3}$ ;  $E_g = \varepsilon_g / k_0T$ ,  $\varepsilon_g$  — ширина запрещенной зоны.

Из (3) следует

$$E_F(\mathcal{H}) = -\frac{1}{2} E_g + \frac{1}{2} \ln \left[ \left( \frac{M^*}{m^*} \right)^{3/2} \cdot \frac{\operatorname{sh}(\mathcal{H}/2)}{\mathcal{H} \operatorname{ch}(G\mathcal{H})} \right], \quad (4)$$

$$\frac{n(\mathcal{H})}{n(0)} = \left[ \frac{\mathcal{H} \operatorname{ch}(G\mathcal{H})}{2 \operatorname{sh}(\mathcal{H}/2)} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Согласно соотношению (5), концентрация электронов в рассматриваемом случае не является (при  $G \neq 0, 1/2$ ) монотонной функцией магнитного

поля и достигает своего максимального значения в поле, определяемом уравнением

$$\text{th}(\mathcal{H}/2) [G \text{th}(G\mathcal{H}) + 1/\mathcal{H}] = 1/2. \quad (6)$$

На рис. 1 представлены рассчитанные по (5) зависимости отношения  $n(\mathcal{H})/n(0)$  от магнитного поля при различных значениях параметра  $G$ . За исключением случаев  $G = 0, 1/2$  (для которых  $n(\mathcal{H})$  соответственно монотонно убывает или растет) это отношение достигает максимума при некотором значении  $\mathcal{H}$ . Так, при  $G = 0,35$  величина этого максимума  $[n(\mathcal{H})/n(0)]_{\max} = 1,11$ , причем сам максимум является весьма широким и для его экспериментального определения необходимо  $\mathcal{H} \sim 10$ .

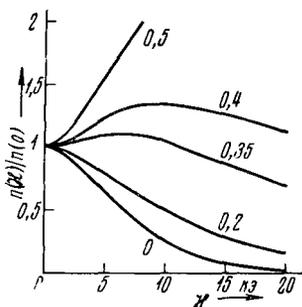


Рис. 1

Рис. 1. Зависимость концентрации электронов проводимости  $n(\mathcal{H})$  в собственном полупроводнике при различных значениях фактора Ландэ  $G$  (цифры у кривых) от величины магнитного поля  $\mathcal{H}$

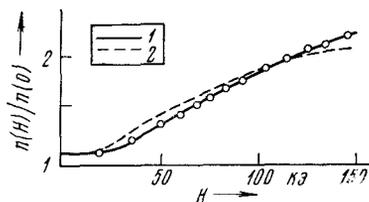


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость концентрации свободных электронов в InSb от величины магнитного поля.  $A = 10^{-4}$ ,  $G = 0,2$ , 1 — экспериментальные данные, 2 — теоретическая зависимость

В InSb ( $G \cong 0,2$ ) должен наблюдаться монотонный спад концентрации с ростом магнитного поля. Поскольку температурная область собственной проводимости для наиболее чистых образцов InSb ограничена снизу температурой  $\sim 150^\circ \text{K}$ , то изменение концентрации на  $\sim 10\%$  происходит в поле  $\sim 100$  кэ. Физическая причина убывания концентрации электронов в собственном полупроводнике с ростом магнитного поля заключается в увеличении энергетического интервала между зонами валентной и проводимости, связанным с возрастанием энергии электрона на две зоны проводимости на величину  $1/2 \hbar \omega_H^*$ . В слабых полях (и в случае  $G = 0,5$ ) концентрация электронов растет вследствие увеличения плотности состояний в зоне проводимости, однако в более сильных полях первый (экспоненциальный) эффект становится доминирующим.

В очень сильных магнитных полях, когда  $\mathcal{H}^1 = eH / (M^*c) > k_0 T / \hbar$ , магнитное поле становится квантующим также и для дырок ( $\mathcal{H} \cong 20$  для InSb). Вместо (3) будем при этом иметь

$$n = N_c \frac{\mathcal{H} \text{ch}(G\mathcal{H})}{2 \text{sh}(\mathcal{H}/2)} \exp E_F = P_V \frac{\mathcal{H}' \text{ch}(G'\mathcal{H}')}{2 \text{sh}(\mathcal{H}'/2)} \exp(-E_g - E_F). \quad (7)$$

Здесь  $G'$  — приведенный  $g$ -фактор Ландэ для дырок. Из (7) следует

$$E_F(\mathcal{H}) = -\frac{1}{2} E_g + \frac{1}{2} \ln \left[ \left( \frac{M^*}{m^*} \right)^{1/2} \frac{\text{ch}(G'\mathcal{H}')}{\text{ch}(G\mathcal{H})} \cdot \frac{\text{sh}(\mathcal{H}/2)}{\text{sh}(\mathcal{H}'/2)} \right], \quad (8)$$

$$\frac{n(\mathcal{H})}{n(0)} = \left[ \frac{\mathcal{H} \text{ch}(G\mathcal{H})}{2 \text{sh}(\mathcal{H}/2)} \right]^{1/2} \left[ \frac{\mathcal{H}' \text{ch}(G'\mathcal{H}')}{2 \text{sh}(\mathcal{H}'/2)} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Область применимости соотношения (9) — очень сильные магнитные поля, в которых (5) становится несправедливым. Соотношения (5), (9) дают сходные зависимости  $n(\mathcal{H})$ , которые в области очень сильных магнитных полей сменяют друг друга. Зависимость  $n(\mathcal{H})$ , определяемая со-

отношением (9), более сильная; это вызывается тем, что при этом в магнитном поле сдвигается не только дно зоны проводимости, но и край валентной зоны, причем в противоположном направлении.

Теоретически случай примесного полупроводника рассмотрен в работе (4), в которой найдены зависимости концентрации электронов проводимости и энергии Ферми от магнитного поля. При этом показано, что концентрация электронов растет с ростом магнитного поля. Расчеты проводились на основе уравнения (1) и соотношения

$$N_D^+ = N_D [1 + 2 \exp(E_F - 1/2 \mathcal{H}) \operatorname{ch}(G \mathcal{H})]^{-1}, \quad (10)$$

связывающего концентрацию понижованных атомов примеси  $N_D^+$  и полную концентрацию атомов примеси  $N_D$  и найденного в предположении, что электроны на атомах примеси не взаимодействуют между собой (их области локализации не перекрываются), а также с электронами проводимости (отсутствует экранировка кулоновского потенциала примеси). Наличие этих взаимодействий при высокой концентрации доноров приводит к образованию примесной зоны, которая может перекрываться с зоной проводимости; в этом случае нельзя говорить о локализованном состоянии электрона на примесном центре. Однако в сильных магнитных полях волновая функция электрона сильно «сжимается» (2) и тем самым резко уменьшается как перекрытие волновых функций примесных электронов, так и экранировка кулоновского потенциала примеси (3). Энергия связи электрона с примесным центром увеличивается с ростом магнитного поля, и при некотором значении последнего происходит отделение примесной зоны от зоны проводимости, а затем и образование локализованных примесных уровней. Напряженность этого поля можно по порядку величины оценить из условия, что объем области локализации электрона меньше объема приходящегося на один атом примеси:  $\lambda a_0^2 b_0 N_D \ll 1$  (здесь  $a_0 = [c\hbar / (eH)]^{1/2}$  — магнитная длина,  $b_0 = \hbar^2 \kappa / (m^* e^2)$  — боровский радиус электрона на примеси,  $\kappa$  — диэлектрическая постоянная). Поле  $H \sim 100$  кэ разделяет зоны в InSb даже при  $n \sim 10^{16}$  см<sup>-3</sup> (4).

Таким образом, в сильных магнитных полях расширяются границы применимости соотношения (10).

Заметим, однако, что даже в том случае, когда примесная зона существует, электроны в этой зоне малоподвижны и их подвижность сильно убывает с ростом магнитного поля. Поэтому в сильных магнитных полях проводимость по примесной зоне вносит малый вклад в кинетические коэффициенты (5)\*.

В этом случае справедливо соотношение (10) с небольшой поправкой, связанной с тем, что становится несущественным (имевшее место ранее) кулоновское взаимодействие двух электронов (с разными спинами) на одном локализованном примесном уровне. При этом (10) примет вид

$$N_D^+ = N_D [1 + \exp(E_F - 1/2 \mathcal{H}) \operatorname{ch}(G \mathcal{H})]^{-1}, \quad (11)$$

что тем не менее не вносит принципиальных изменений в результаты.

Экспериментальное исследование влияния квантующего магнитного поля на концентрацию электронов проводилось как с помощью контактного (эффект Холла), так и бесконтактного методов. Результаты и методика холловских измерений описаны в (1), здесь приведены лишь результаты измерений для образца InSb с концентрацией электронов (при  $H = 0$ )  $n(0) = 2,2 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> (рис. 2)\*\*.

Бесконтактное измерение концентрации электронов  $n(H)$  проводилось путем исследования распространения геликонов в  $n = \text{InSb}$  с concentra-

\* Это происходит при азотной температуре в InAs в полях  $H \geq 10$  кэ для  $n \sim 4 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup> (6), в InSb при  $H \geq 10$  кэ,  $T \geq 10^\circ \text{K}$  для  $n \sim 10^{15}$  см<sup>-3</sup> (7), а при  $H \geq 100$  кэ вплоть до  $n \sim 10^{16}$  см<sup>-3</sup> (4).

\*\* В (1) численные значения  $G$  для InSb и InAs завышены вдвое. Правильные значения  $G \approx 0,2$  (InSb),  $G \approx 0,1$  (InAs).

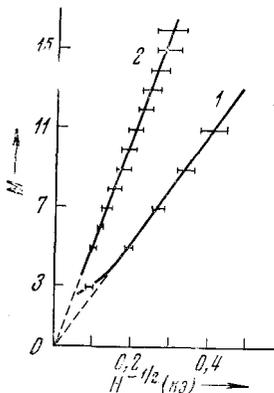


Рис. 3. Экспериментальная зависимость  $M(H^{-1/2})$ ,  $M$  — номер интерференционного максимума, при  $n = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (1) и  $5,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (2)

где  $M = 1, 2, 3$ . На рис. 3 приведены результаты измерений, представленные в виде зависимостей  $M(H^{-1/2})$ . В случае  $n(H) = n(0) = \text{const}$  эта зависимость, как следует из (12) (напомним, что  $\kappa \ll \omega_0^2 / (\omega \omega_H^*)$ ), линейна:  $M = \left( \frac{4\pi e \omega L^2}{\pi c} \right)^{1/2} H^{-1/2}$ . Из рис. 3 видно, что при  $H \sim 100 \text{ кэ}$  кривая 1 для  $n(0) = 1,25 \cdot 10^{16}$  отклоняется от прямой линии. Это свидетельствует об увеличении концентрации с ростом магнитного поля, поскольку экспериментальная кривая отклоняется от прямой в сторону увеличения  $k \sim \sqrt{n}$ , что находится в согласии с результатами контактных холловских измерений и теоретическими расчетами. (Погрешность, связанная с конечностью отношения  $\kappa / (\omega_0^2 / (\omega \omega_H^*))$ , не превышает 5% при  $n \geq 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $H \geq 100 \text{ кэ}$ ,  $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$  и существенно меньше экспериментально наблюдаемого отклонения.)

Получение количественных результатов из этих измерений нецелесообразно из-за их малой точности, связанной с тем, что, во-первых,  $k \sim \sqrt{n}$  (слабая зависимость), а во-вторых, точность определения значений  $H$ , соответствующих максимумам интерференционной картины, невелика.

С увеличением концентрации, как указывалось выше, становится существенной проводимость по примесной зоне, что приводит к исчезновению зависимости от магнитного поля. Это подтверждается представленной на рис. 3 экспериментальной кривой 2 для  $n = \text{InSb}$  с  $n(0) = 5,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , которая не дает (в пределах точности эксперимента) зависимости концентраций от магнитного поля.

Авторы выражают глубокую благодарность акад. И. К. Кикоину за постоянный интерес к работе и С. Ю. Мейлиховой за выполнение численных расчетов на ЭВМ.

Поступило  
18 I 1972

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Б. А. Аронзон, Е. З. Мейлихов, ЖЭТФ, 61, в. 5, 1906 (1971). <sup>2</sup> Y. Yafet, R. W. Keyes, E. N. Adams, J. Phys. Chem. Sol., 1, 137 (1956). <sup>3</sup> E. W. Fenton, R. N. Haering, Phys. Rev., 159, 593 (1967). <sup>4</sup> Л. Дж. Нейрингер, Тр. IX Международн. конфер. по физике полупроводников, 2, «Наука», 1969, стр. 757. <sup>5</sup> О. В. Емельяненко, Т. С. Лагунова и др., ФТТ, 7, 1315 (1965). <sup>6</sup> Ю. М. Бурдуков и др., Изв. АН СССР, сер. физ., 28, 951 (1964). <sup>7</sup> В. Ф. Банная, Е. М. Гершензон, Л. Б. Литвак-Горская, Физика и техника полупроводников, 4, 200 (1970). <sup>8</sup> S. I. Buchsbaum, Plasma Effects in Solids, Paris, 1964.