

Доклады Академии наук СССР

1955. Том 105, № 3

ФИЗИКА

Ф. И. ФЕДОРОВ
К ТЕОРИИ ПОЛНОГО ОТРАЖЕНИЯ
(Представлено академиком А. А. Лебедевым 27 V 1955)

Явление полного отражения представляет большой принципиальный интерес и ему посвящено значительное число теоретических и экспериментальных работ (см., например, ⁽¹⁾), однако все исследования ограничиваются случаем, когда падающий свет линейно поляризован перпендикулярно или параллельно плоскости падения. Лишь в работе ⁽⁵⁾ Вигрефе рассмотрел случай, когда азимут колебаний χ падающей линейно поляризованной волны отличен от 0 или $\pi/2$. Уже в этом случае обнаруживаются некоторые принципиальные особенности явления, не имеющие места в частных случаях $\chi = 0$ или $\chi = \pi/2$. Однако в работе ⁽⁵⁾ содержатся ошибки, и её результаты остались почти незамеченными ¹. Общий случай полного отражения при произвольной эллиптической поляризации падающей волны до сих пор не рассматривался. Между тем, как показано ниже, его рассмотрение позволяет выяснить некоторые принципиальные, ранее неизвестные стороны явления полного отражения.

Вследствие линейности уравнений Максвелла и граничных условий поля падающей, отраженной и преломленной волн всегда можно разложить на сумму соответствующих составляющих, параллельных и перпендикулярных плоскости падения. В случае неполного отражения на границе прозрачных изотропных сред аналогичное разложение справедливо также для плотности энергии w и вектора Умова — Пойнтинга \mathbf{P} . Однако в общем случае для w и \mathbf{P} , квадратично зависящих от \mathbf{E} и \mathbf{H} , такое разложение невозможно. Именно с этим обстоятельством связаны принципиальные отличия полного отражения в общем случае поляризации падающей волны от случая её линейной поляризации при $\chi = 0$ или $\chi = \pi/2$.

Интересующие нас соотношения получаются в наиболее простой и компактной форме, если вести все расчёты в векторном виде, не переходя к компонентам. Уравнения Максвелла для плоских волн

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\phi}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\phi}, \quad \phi = \omega \left(t - \frac{1}{c} \mathbf{m} \right) \quad (1)$$

в немагнитных средах имеют вид

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = -[\mathbf{m} \mathbf{H}], \quad \mathbf{H} = [\mathbf{m} \mathbf{E}] \quad (\mathbf{m}^2 = \epsilon). \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$ — вектор рефракции ^(3,4); n — показатель преломления; \mathbf{n} — единичный вектор волновой нормали. Плотность электрической и магнитной энергии и вектор Умова — Пойнтинга выражаются формулами

$$w_e = \frac{\epsilon}{32\pi} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)^2, \quad w_m = \frac{1}{32\pi} (\mathbf{H} + \mathbf{H}^*)^2, \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = \frac{c}{16\pi} [\mathbf{E} + \mathbf{E}^*, \mathbf{H} + \mathbf{H}^*]. \quad (4)$$

¹Работа ⁽⁵⁾, например, не цитируется в обзоре ⁽¹⁾, её результаты не учтены также в известной монографии Борна ⁽²⁾, содержащей в связи с этим ошибочное утверждение (см. сноска на стр. 6).

Относя индексы 0, 1, 2 к падающей, отраженной и преломлённой волнам соответственно, можно написать геометрические законы отражения и преломления в виде

$$[\mathbf{m}_0 \mathbf{h}] = [\mathbf{m}_1 \mathbf{h}] = [\mathbf{m}_2 \mathbf{h}] = \mathbf{a}, \quad (5)$$

где \mathbf{h} — единичный вектор нормали к поверхности раздела. Отсюда следует

$$\mathbf{m}_i = [\mathbf{h} \mathbf{a}] + \eta_i \mathbf{h}, \quad \eta_i = \mathbf{m}_i \mathbf{h}_i, \quad \eta_1 = -\eta_0, \quad \eta_2 = \sqrt{n_2^2 - \mathbf{a}^2} \quad (6)$$

($n_0 = n_1$, n_2 — показатели преломления обеих сред). Электрическое поле каждой из трёх волн может быть написано в виде

$$E_i = A_i \mathbf{a} + B_i [\mathbf{n}, \mathbf{a}]. \quad (7)$$

Формулы Френкеля для амплитуд A_i , B_i имеют вид

$$\frac{A_0}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2]} = \frac{A_1}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_0]} = \frac{-A_2}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_0 \mathbf{m}_1]}, \quad (8)$$

$$\frac{B_0/A_0}{\mathbf{n}_0 \mathbf{n}_2} = \frac{B_1/A_1}{\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2} = \frac{B_2/A_2}{\mathbf{n}_2 \mathbf{n}_0}. \quad (9)$$

Полное отражение имеет место при условии $n_2^2 - \mathbf{a}^2 \leq 0$, откуда следует

$$\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}' + i\mathbf{m}'' = [\mathbf{h} \mathbf{a}] - i\eta \mathbf{h}, \quad \eta = +\sqrt{\mathbf{a}^2 - n_2^2}. \quad (10)$$

При этом комплексный вектор \mathbf{m}_2 будет нелинейным ($[\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_2] \neq 0$), а преломленная волна — неоднородной ⁽⁴⁾.

На основании (2), (4) получаем общие выражения выражения для плотности энергии и вектора Умова — Пойнтинга неоднородных волн в изотропном немагнитном диэлектрике:

$$w = w_e + w_m = w' + w'', \quad w'' = \frac{\epsilon}{16\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{E}^{*2}), \quad (11)$$

$$w' = \frac{1}{16\pi} ((\epsilon + |\mathbf{m}|^2) |\mathbf{E}|^2 - |\mathbf{m}\mathbf{E}^*|^2), \quad (12)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}' + \mathbf{P}'', \quad \mathbf{P}'' = \frac{c}{16\pi} (\mathbf{E}^2 \cdot \mathbf{m} + \mathbf{E}^{*2} \cdot \mathbf{m}^*), \quad (13)$$

$$\mathbf{P}' = \frac{c}{16\pi} (|\mathbf{E}|^2 (\mathbf{m} + \mathbf{m}^*) - [\mathbf{m} - \mathbf{m}^*, [\mathbf{E}\mathbf{E}^*]]). \quad (14)$$

Очевидно, величины w' , \mathbf{P}' не содержат фазового множителя $e_{i\phi}$, а w'' , \mathbf{P}'' содержат $e^{\pm i\phi}$. Поэтому, для средних значений \bar{w} и $\bar{\mathbf{P}}$ имеем: $\bar{w} = w'$, $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P}'$. Можно показать, что линейная поляризация определяется условием $[\mathbf{E}\mathbf{E}^*] = 0$, а круговая — условием $\mathbf{E}^2 = 0$ ⁽⁴⁾. В общем же случае полуоси эллипса колебаний по величине и направлению совпадают с вещественной и мнимой частями вектора

$$\mathbf{E}_r = \sqrt{\frac{|\mathbf{E}^2|}{\mathbf{E}^2}} \mathbf{E}. \quad (15)$$

Согласно (13) вектор \mathbf{P}'' описывает эллипс в плоскости, параллельной плоскости комплексного вектора $\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}' + i\mathbf{m}''$, т. е. плоскости падения. Используя (15), можно убедиться, что полуоси эллипса пропорциональны и параллельны \mathbf{m}' и \mathbf{m}'' . Таким образом, полный вектор потока энергии во второй среде дважды за период описывает конус, который направлен в ту же сторону от

плоскости падения, что и вектор \mathbf{P}' . Из (14) следует, что в общем случае при полном отражении средний поток энергии в преломлённой волне не параллелен плоскости падения, но имеет перпендикулярную к ней компоненту, связанную с членом $[\mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_2^*, [\mathbf{E}\mathbf{E}^*]]^2$. Эта компонента равна нулю для обычного отражения ($\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_2^*$) и в случае $A_0 = 0$ или $B_0 = 0$. Кроме того она исчезает при $[\mathbf{E}\mathbf{E}^*] = 0$, т. е. когда вектор \mathbf{E}_2 является линейным⁽⁴⁾. Согласно (7), (9) этот боковой поток равен нулю также при условии $\frac{B_0^*/A_0^*}{B_0/A_0} = \frac{\mathbf{m}_2^*\mathbf{m}_0}{\mathbf{m}_2\mathbf{m}_0}$ — отсюда определяется лишь разность фаз составляющих A_0, B_0 , отношение же их модулей может быть произвольным. Вигрефе⁽⁵⁾ впервые обратил внимание на наличие бокового потока энергии при полном отражении, но только для линейно поляризованного падающего света³. Между тем, при заданной энергии падающей волны и фиксированном угле падения боковой поток достигает максимума, когда $\frac{B_0^*/A_0^*}{B_0/A_0} = -\frac{\mathbf{m}_2^*\mathbf{m}_0}{\mathbf{m}_2\mathbf{m}_0}$, т. е. при некоторой эллиптической поляризации падающего света. В случае линейной поляризации падающей волны при $\chi = 45^\circ$ боковой поток энергии через полосу шириной в 1 см, неограниченно простирающуюся от плоскости раздела во вторую среду параллельно плоскости падения, равен

$$S_{2\text{бок}} = S_0 \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\sin 2\psi \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}{(1 - n^2)(\tan^2 \psi - n^2)}. \quad (16)$$

Здесь S_0 — поток энергии падающей волны через нормальную к нему площадку в 1 см²; λ_0 — длина волны света в первой среде в сантиметрах; ψ — угол падения; $n = n_2/n_1$ — относительный показатель преломления. Указанный боковой поток энергии должен вызывать специфическое боковое световое давление, поскольку в падающей волне он отсутствует и, следовательно, соответствующая компонента электромагнитного импульса поля не сохраняется. Однако, согласно (16), для видимого света $S_{2\text{бок}}/S_0 \sim 10^{-5}$, ввиду чего практически обнаружить этот эффект затруднительно.

Отметим кроме того, что, вследствие наличия этой боковой компоненты, при полном отражении в общем случае отраженный луч должен смещаться не только вдоль плоскости падения, что было подтверждено опытами Гооса и Хенхен⁽⁹⁾, но и в перпендикулярном к ней направлении.

Из (14), (10) следует, что $\mathbf{P}'_2 \mathbf{h} = \mathbf{P}_2 \mathbf{h} = 0$. Таким образом, поток энергии внутрь второй среды в среднем отсутствует, что и позволяет говорить о полном отражении. При этих условиях наличие поля во второй среде в случае неограниченной во времени и пространстве волны можно объяснить лишь за счёт члена \mathbf{P}''_2 (13), который даёт переменный поток энергии через границу раздела, равный в среднем нулю. Однако, в случае круговой поляризации преломлённой волны ($\mathbf{E}_2^2 = \mathbf{E}_2^{*2} = 0$) $\mathbf{P}''_2 = 0$ и, следовательно, $\mathbf{P}'_2 \mathbf{h} = 0$, т. е. полностью отсутствует не только средний, но и мгновенный поток энергии через границу раздела. В этом случае обычное объяснение наличия поля во второй среде становится полностью несостоятельным, что показывает принципиальную недостаточность теории полного отражения, не учитывающей ограниченности падающей волны в пространстве или во времени. На основании (7)–(9), (15) легко показать, что этот особый случай имеет место при такой эллиптической поляризации падающей волны, когда отношение полуосей эллипса колебаний равно относительному показателю преломления и, следовательно, не зависит от угла падения. Угол χ , образуемый большой осью эллипса колебаний падающей

²В книге Борна⁽²⁾ ошибочно утверждается, что при полном отражении поток энергии во второй среде направлен параллельно плоскости падения (стр. 62).

³В работе⁽⁵⁾ ошибочно утверждается, что боковой поток энергии всегда направлен влево от плоскости падения, независимо от положения плоскости поляризации падающего линейно поляризованного света (стр. 470). На самом деле из (14), (7), (9) следует, что направление боковой компоненты потока меняется на противоположное при изменении знака азимута колебаний падающей волны.

волны с нормалью к плоскости падения (**a**), определяется формулой

$$\lg 2\chi = \pm \frac{2\eta_0\eta n_1 n_2}{\eta_0^2 n_2^2 - \eta^2 n_1^2}. \quad (17)$$

При падении под предельным углом полного отражения $\chi = 0$, а при скользящем падении $\chi = \pi/2$. Разность фаз δ компонент A_0 и B_0 ($B_0/A_0 = |B_0/A_0|e^{i\delta}$) определяется соотношением $\tg \delta = \pm a^2/\eta_0\eta$. При этом эллипс колебаний отраженной волны имеет те же размеры, форму и направление обращения, что и в падающей волне, отличаясь лишь противоположным знаком χ .

В опытах Квинке⁽⁶⁾ и Галля⁽⁷⁾ была обнаружена зависимость глубины проникновения света во вторую среду при полном отражении от поляризации падающей волны. Эта зависимость полностью объясняется на основании теории Эйхенвальда (см., например, ⁽⁸⁾), поскольку Квинке и Галль рассматривали стандартный случай линейно поляризационного падающего света при $\chi = 0$ и $\chi = \pi/2$ ⁴. Очевидно, аналогичное экспериментальное исследование для указанного выше особого случая эллиптической поляризации падающей волны должно представить значительный интерес.

Физико-технический институт
Академии наук БССР

Поступило
8 XII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. А. Коробко-Стефанов. Усп. физ. наук, **42**, 433 (1950). ² М. Борн, Оптика, 1937. ³ Ф. И. Фёдоров, ДАН, **84**, 1171 (1952). ⁴ Ф. И. Фёдоров, 102, №1, (1955). ⁵ A. Wiegrefe, Ann. PHys., **45**, 465 (1914). ⁶ G. Quincke, Pogg Ann., **127**, 1, (1866). ⁷ W. D. Harkins, Phys. Rev., **15**, 73 (1920). ⁸ A. König, Handb. d. Phys., **20**, 1929, S. 141. ⁹ F. Goos, H. Lindberg-Hänchen, Ann. Phys., **1**, 333 (1947); **5**, 251 (1949).

⁴ В обзоре ⁽¹⁾ ошибочно утверждается, будто этот вопрос до сих пор остаётся открытым (стр. 459—460). На самом деле он давно разрешён (см., например, ⁽⁸⁾).

Doklady Akademii Nauk SSSR

1955. Vol. 105, # 3

PHYSICS

F. I. FEDOROV
TO THE THEORY OF TOTAL REFLECTION
(Presented by academician A. A. Lebedev on 27 V 1955)

(Translated by D. Pustakhod)

The effect of total reflection is of great fundamental interest and it has been the objective of many theoretical and experimental papers (eg., [1]), however all research is limited to the case that the incident light is linearly polarized perpendicularly or in parallel to the plane of incidence. Only Wiegrefe alone [5] has considered the case that the oscillation azimuth χ of linear polarized incident wave is different from 0 or $\pi/2$. Even in this case some fundamental features of this phenomena which are not observed in special cases $\chi = 0$ or $\chi = \pi/2$ are revealed. There are however few mistakes in [5], and its results remained almost unnoticed⁵. A general case of total reflection for arbitrary elliptical incident polarization has not been approached yet. Meanwhile, as discussed below, its consideration allows one to discover some fundamental, previously unknown properties of total reflection.

As a consequence of linearity of Maxwell equations and boundary conditions, one can always break down incident, reflected and refracted fields into a sum of corresponding components that are parallel and perpendicular to the plane of incidence. In case of partial reflection on the boundary between transparent isotropic media an analogous representation holds for energy density w and Poynting vector \mathbf{P} . However, in general case such a decomposition for w and \mathbf{P} is impossible, as soon as they are quadratically dependent on \mathbf{E} and \mathbf{H} . It is this reason that is responsible for vital distinction of total reflection in general case of incident light polarization and in linear polarization case at $\chi = 0$ or $\chi = \pi/2$.

The relations of interest are expressed in the simplest and most compact form if all calculations are made in vector form, not in component form. The Maxwell equations for plane waves

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\phi}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\phi}, \quad \phi = \omega \left(t - \frac{1}{c} \mathbf{m} \right) \quad (1)$$

in non-magnetic media take the form

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = -[\mathbf{m} \mathbf{H}], \quad \mathbf{H} = [\mathbf{m} \mathbf{E}] \quad (\mathbf{m}^2 = \epsilon). \quad (2)$$

Here $\mathbf{m} = n \mathbf{n}$ is the refraction vector [3,4]; n is the index of refraction; \mathbf{n} is the unit wave normal vector. An electric and magnetic energy density and Poynting vector are expressed by

$$w_e = \frac{\epsilon}{32\pi} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)^2, \quad w_m = \frac{1}{32\pi} (\mathbf{H} + \mathbf{H}^*)^2, \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = \frac{c}{16\pi} [\mathbf{E} + \mathbf{E}^*, \mathbf{H} + \mathbf{H}^*]. \quad (4)$$

⁵Paper [5], for example, is not cited in the review [1], its results are also overlooked in a well-known M. Born's monograph [2], which contains a misstatement in connection with this (see a footnote on p. 10).

Denoting the incident, reflected and refracted waves respectively by indices 0, 1, 2, one can write the geometrical laws of reflection and refraction as

$$[\mathbf{m}_0 \mathbf{h}] = [\mathbf{m}_1 \mathbf{h}] = [\mathbf{m}_2 \mathbf{h}] = \mathbf{a}, \quad (5)$$

where \mathbf{h} is the unit normal to the interface. Hence it follows that

$$\mathbf{m}_i = [\mathbf{h} \mathbf{a}] + \eta_i \mathbf{h}, \quad \eta_i = \mathbf{m}_i \mathbf{h}_i, \quad \eta_1 = -\eta_0, \quad \eta_2 = \sqrt{n_2^2 - \mathbf{a}^2} \quad (6)$$

($n_0 = n_1$, n_2 is the indices of refraction of either media). One can write an electric field for each of three waves as

$$E_i = A_i \mathbf{a} + B_i [\mathbf{n}, \mathbf{a}]. \quad (7)$$

Fresnel equations for amplitudes A_i , B_i have the form

$$\frac{A_0}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2]} = \frac{A_1}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_0]} = \frac{-A_2}{\mathbf{a}[\mathbf{m}_0 \mathbf{m}_1]}, \quad (8)$$

$$\frac{B_0/A_0}{\mathbf{n}_0 \mathbf{n}_2} = \frac{B_1/A_1}{\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2} = \frac{B_2/A_2}{\mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2}. \quad (9)$$

The total reflection occurs when $n_2^2 - \mathbf{a}^2 \leq 0$, whence it follows that

$$\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}' + i\mathbf{m}'' = [\mathbf{h} \mathbf{a}] - i\eta \mathbf{h}, \quad \eta = +\sqrt{\mathbf{a}^2 - n_2^2}. \quad (10)$$

In this case the complex vector \mathbf{m}_2 will be nonlinear ($[\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_2] \neq 0$), whereas refracted wave will be non-uniform [4].

From (2), (4) we have general relations for energy density and Poynting vector of non-uniform wave in an isotropic non-magnetic dielectric:

$$w = w_e + w_m = w' + w'', \quad w'' = \frac{\varepsilon}{16\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{E}^{*2}), \quad (11)$$

$$w' = \frac{1}{16\pi} ((\varepsilon + |\mathbf{m}|^2) |\mathbf{E}|^2 - |\mathbf{m} \mathbf{E}^*|^2), \quad (12)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}' + \mathbf{P}'', \quad \mathbf{P}'' = \frac{c}{16\pi} (\mathbf{E}^2 \cdot \mathbf{m} + \mathbf{E}^{*2} \cdot \mathbf{m}^*), \quad (13)$$

$$\mathbf{P}' = \frac{c}{16\pi} (|\mathbf{E}|^2 (\mathbf{m} + \mathbf{m}^*) - [\mathbf{m} - \mathbf{m}^*, [\mathbf{E} \mathbf{E}^*]]). \quad (14)$$

Apparently, quantities w' , \mathbf{P}' do not contain phase factor $e_{i\phi}$, while w'' , \mathbf{P}'' contain $e^{\pm i\phi}$. Therefore, for mean values \bar{w} and $\bar{\mathbf{P}}$ we have: $\bar{w} = w'$, $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P}'$. It can be shown, that linear polarization is determined by $[\mathbf{E} \mathbf{E}^*] = 0$, whereas circular polarization is by $\mathbf{E}^2 = 0$ [4]. But in general case the oscillation ellipse semiaxes are equal in magnitude and direction with the real and imaginary components of vector

$$\mathbf{E}_r = \sqrt{\frac{|\mathbf{E}^2|}{\mathbf{E}^2}} \mathbf{E}. \quad (15)$$

According to (13), vector \mathbf{P}'' traces an ellipse in the plane, parallel to the plane of complex vector $\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}' + i\mathbf{m}''$, i. e. plane of incidence. Using (15), one can make sure, that ellipse semiaxes are proportional and parallel to

\mathbf{m}' and \mathbf{m}'' . Hence, the total energy flux vector in the second medium twice a period traces a cone, which is pointed the same direction from the plane of incidence as vector \mathbf{P}' . From (14) it follows that in general case of total reflection the average energy flux in the refracted wave is not parallel to the plane of incidence: it has a perpendicular component associated with the term $[\mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_2^*, [\mathbf{E}\mathbf{E}^*]]$ ⁶. This component equals to zero for the common reflection ($\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_2^*$) and in case that $A_0 = 0$ or $B_0 = 0$. Moreover, it disappears at $[\mathbf{E}\mathbf{E}^*] = 0$, i. e. when vector \mathbf{E}_2 is linear [4]. According to (7), (9) this lateral flux also equals to zero with the constraint $\frac{B_0^*/A_0^*}{B_0/A_0} = \frac{\mathbf{m}_2^*\mathbf{m}_0}{\mathbf{m}_2\mathbf{m}_0}$ is this defines only phase difference of the components A_0, B_0 , while the modules ratio of these components is unrestricted. Wiegrefe [5] was the first to pay attention to the presence of lateral flux in total reflection, but only for the case of linearly polarized incident light⁷. Meanwhile, at given incident wave energy and angle of incidence the lateral flux peaks at $\frac{B_0^*/A_0^*}{B_0/A_0} = -\frac{\mathbf{m}_2^*\mathbf{m}_0}{\mathbf{m}_2\mathbf{m}_0}$, i. e. at some elliptical polarization of incident light. In case of linear polarization of incident wave at $\chi = 45^\circ$ the lateral energy flux through a stripe of 1 cm wide that stretches in the second medium from the interface to infinity and is parallel to the plane of incidence equals to

$$S_{2\ side} = S_0 \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\sin 2\psi \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}{(1 - n^2)(\tan^2 \psi - n^2)}. \quad (16)$$

Here S_0 is the incident wave energy flux through a perpendicular area element of 1 cm²; λ_0 is the optical wavelength in the first medium expressed in centimeters; ψ is the angle of incidence; $n = n_2/n_1$ is the relative index of refraction. The lateral energy flux specified should lead to a specific lateral light pressure, as far as the lateral flux in the incident wave is nil, and therefore a corresponding component of electromagnetic field momentum is not conserved. However, in view of the fact that according to (16), $S_{2\ side}/S_0 \sim 10^{-5}$ for visible light, it is difficult to detect this effect in experiment.

It is notable that as a consequence of presence of this lateral component, the reflected beam in the general case of total reflection must be displaced not only lengthwise of the plane of incidence, that was confirmed by the experiments of Goos and Hänchen [9], but in a direction orthogonal to the mentioned plane as well.

It follows from eq. (14), (10) that $\mathbf{P}'_2\mathbf{h} = \mathbf{P}_2\mathbf{h} = 0$. Therefore, the energy flux into the second medium equals to zero in average, which allows one to speak about the total reflection. Under these conditions the field presence in the second medium in case of unlimited in time and space wave is attributable to the term \mathbf{P}''_2 (13), which gives an equal to zero in average alternating energy flux through the interface. However, in case of circularly polarized refracted wave ($\mathbf{E}_2^2 = \mathbf{E}_2^{*2} = 0$) $\mathbf{P}''_2 = 0$ and, therefore, $\mathbf{P}'_2\mathbf{h} = 0$, i. e. not only average flux, but an instant energy flux through the interface equals to zero as well. Here the common explanation of the field presence in the second medium becomes entirely inconsistent, showing the fundamental inadequacy of the total reflection theory, which ignores the boundedness of an incident wave in space or time. From (7)–(9), (15)

⁶In Born's monograph [2] it is mistakenly stated, that in total reflection the energy flux in the second medium is directed in parallel to the plane of incidence (p. 62).

⁷In article [5] it is mistakenly stated, that lateral energy flux is alway directed to the left from the plane of incidence, regardless of the direction of polarization of linearly polarized incident light (p. 470). In fact it follows from (14), (7), (9), that the direction of the lateral flux component reverses as the incident light oscillation azimuth changes its sign.

it can easily be shown, that this particular case occurs at an elliptical polarization of an incident light such that oscillation ellipse semiaxes ratio equals to the relative index of refraction and, therefore, is independent of the angle of incidence. An angle χ between the major axis of oscillation ellipse of the incident wave and the incidence plane normal (**a**), is determined by

$$\lg 2\chi = \pm \frac{2\eta_0\eta n_1 n_2}{\eta_0^2 n_2^2 - \eta^2 n_1^2}. \quad (17)$$

$\chi = 0$ in case of incidence at a critical angle of total reflection, and $\chi = \pi/2$ at glancing incidence. The phase difference δ of the components A_0 and B_0 ($B_0/A_0 = |B_0/A_0|e^{i\delta}$) is given by $\tg \delta = \pm a^2/\eta_0\eta$. In this case the oscillation ellipse of the reflected wave has the same size, shape and direction of circulation as that of the incident wave, differing only in sign of χ .

The dependence of the depth of light penetration into the second medium in total reflection from the incident wave polarization was discovered in the experiments of Quincke [6] and Gall [7]. This dependency is entirely explained on the basis of Eichenwald theory (eg., see [8]), as far as Quincke and Gall considered the standard case of linearly polarized incident light at $\chi = 0$ и $\chi = \pi/2$ ⁸. It is evident, that an analogous experimental study for the specified above special case of elliptical polarization of the incident wave is of much interest.

Physical Technical Institute
Academy of Sciences of the BSSR

Received
8 XII 1954

REFERENCES

- [1] A. A. Korobko-Stefanov. Usp. Phys. Nauk, **42**, 433 (1950).
- [2] M. Born, Optika, 1937.
- [3] F. I. Fedorov, DAN, **84**, 1171 (1952).
- [4] F. I. Fedorov, DAN, 102, #1, (1955).
- [5] A. Wiegrefe, Ann. Phys., **45**, 465 (1914).
- [6] G. Quincke, Pogg Ann., **127**, 1, (1866).
- [7] W. D. Harkins, Phys. Rev., **15**, 73 (1920).
- [8] A. König, Handb. d. Phys., **20**, 1929, S. 141.
- [9] F. Goos, H. Lindberg-Hänchen, Ann. Phys., **1**, 333 (1947); **5**, 251 (1949).

⁸In the review [1] it is mistakenly stated, that this issue still remains unsolved (p. 459—460). In fact, it has long been resolved (eg., see [8]).