Доклады Академии наук СССР
1972. Том 206, № 6

УДК 66.011 **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

Г. Г. ФИЛИППОВ, Л. П. ПОРТНОВ, Я. Д. ЗЕЛЬВЕНСКИЙ

К ТЕОРИИ КАСКАДОВ С ДВУХФАЗНЫМИ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

(Представлено академиком И. В. Петряновым-Соколовым 4 V 1972)

Теория разделения смесей в каскадах, образованных последовательным или параллельно-последовательным соединением отдельных разделительных элементов, была разработана в связи с задачей газодиффузионного разделения изотопов урана. Однако в своей общей форме, предложенной Коэном [1], теория каскадов формулируется безотносительно к физической природе разделительного элемента и обычно механически переносится на двухфазные разделительные элементы (ДРЭЛ), характерные для процессов дистилляции, экстракции, химического обмена и т. п. [2, 3]. Между тем для каскадного соединения ДРЭЛ можно сформулировать частную теорию, отличную от коэновской, но более соответствующую практике реализации таких каскадов.

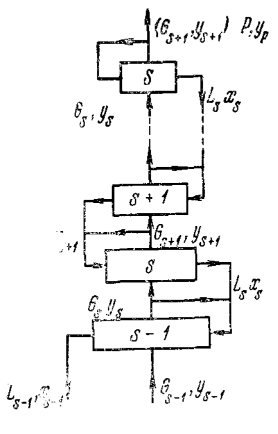

Рис. 1. Каскад с двухфазными разделительными элементами

Рассмотрим укрепляющий каскад, состоящий из ДРЭЛ, соединенных между собой так, как это показано схематически на рис. 1. Будем отождествлять ДРЭЛ с теоретической ступенью разделения, на которой происходит полное уравновешивание входящих в ступень потоков фазы L и фазы G. Объединение ДРЭЛ в каскад возможно лишь при условии организации соответствующего процесса обращения фаз, заключающегося либо в переводе части фазы G в агрегатное состояние фазы L, как в случае укрепляющего каскада, либо в переводе части фазы L в агрегатное состояние фазы G — в случае исчерпывающего каскада. Исчерпывающий и укрепляющий каскады можно объединить в полный каскад, но здесь мы ограничимся рассмотрением лишь укрепляющего каскада. Примем также, что процесс обращения фаз происходит без изменения состава.

Теорию каскадов указанного типа можно разработать на основе концепции постоянства извлечения по ступеням каскада. Определим извлечение на ступени ν_s следующим образом:

$$\nu_s = Py_P / G_s y_s. \tag{1}$$

Извлечение для каскада в целом определяется как

$$\nu = \nu_1 = Py_P / G_1 y_1, \tag{2}$$

где y — мольная доля выделяемого компонента в фазе G. Если мы не будем изменять поток фазы G от ступени к ступени, то ν будет уменьшаться по мере роста s. Чтобы поставить все ступени в одинаковые условия, когда $\nu_s = \nu$, мы должны соответствующим образом изменять G_s по мере роста y_s.

Каскад с постоянным извлечением по ступеням ν будет описываться следующими уравнениями:

$$G_s y_s = P y_P / \nu, \tag{3}$$

$$L_s x_s = P y_P (1 - \nu) / \nu. \tag{4}$$

Для s-й ступени каскада, рассматриваемой как теоретическая ступень разделения, справедливо уравнение

$$\frac{y_{s+1}}{1 - y_{s+1}} = \alpha \frac{x_s}{1 - x_s}, \tag{5}$$

где α — коэффициент разделения, константа, не зависящая от s, x — мольная доля выделяемого компонента в фазе L.

Запишем уравнение (5) в виде

$$\frac{1}{y_{s+1}} - 1 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{x_s} - 1\right) \tag{6}$$

Если y_{s+1} и x_s в этом уравнении выразить через соотношения (3) и (4), то с учетом условия $G_s = L_s = P$ получим линейное разностное уравнение первого порядка:

$$G_{s+1} - G_s \frac{1}{\alpha(1-\nu)} + \frac{P}{\alpha(1-\nu)} - \frac{P y_P (\alpha - 1)}{\alpha\nu} = 0. \tag{7}$$

Общее решение этого уравнения, с точностью до произвольной постоянной c, имеет вид:

$$G_s = c\left(\frac{1}{\alpha(1-\nu)}\right)^s + d, \tag{8}$$

где d — следующее сокращение:

$$d = P\left[\frac{y_P (d-1)(1-\nu) - \nu}{\alpha\nu(1-\nu) - \nu}\right]. \tag{9}$$

Согласно (3) и (8), мы можем сразу найти y_s в виде

$$y_s = \frac{P y_P}{\nu}\left[c\left(\frac{1}{\alpha(1-\nu)}\right)^s + d\right]^{-1}. \tag{10}$$

Постоянную c найдем из граничного условия

$$y_1 = \frac{P y_P}{\nu}\left[c\left(\frac{1}{\alpha(1-\nu)}\right) + d\right]^{-1}$$

или

$$c = \alpha(1-\nu)\left(\frac{P y_P}{\nu y_1} - d\right). \tag{11}$$

Для нахождения полного числа ступеней в каскаде S воспользуемся условием

$$y_P = y_{s+1} = \frac{P y_P}{\nu}\left[c\left(\frac{1}{\alpha(1-\nu)}\right)^{s+1} + d\right]^{-1}$$

или

$$S + 1 = \frac{\ln\left[\left(\frac{P}{\nu} - d\right)/c\right]}{\ln[1/\alpha(1-\nu)]}. \tag{12}$$

Таким образом, фиксируя значения y_1, y_P, P, ν и α мы можем полностью рассчитать каскад с постоянным извлечением, используя уравнения (8) — (12).

Выбор рабочего значения ν можно основывать на следующих соображениях. Введем в рассмотрение величину суммарного межступенчатого потока ψ:

$$\psi = \Sigma_1^s G_s. \tag{13}$$

В двухфазных процессах разделения поток G_s определяет площадь сечения s-й ступени разделения, а число ступеней определяет высоту каскада, поэтому ψ пропорционален объему каскада. Для укрепляющего каскада, согласно (8), ψ имеет вид:

$$\psi = c\frac{(1/\alpha(1-\nu))^{S+1}-1}{(1/\alpha(1-\nu))-1} + Sd. \tag{14}$$

В рассматриваемом каскаде мы не можем достигнуть значений ν, больших предельно возможного $\nu^* = (\alpha - 1) / \alpha$. В интервале $0 < \nu < \nu^*$ ψ в функции от ν пройдет через минимум, так как при $\nu \to 0$ мы должны неограниченно увеличивать G_s для достижения заданных P и y_P, а при $\nu \to \nu^*$ — неограниченно растет S. Оптимальное значение ν можно легко найти численно, табулируя значение ψ или используя какой-нибудь одномерный поиск экстремума.

Для каскадов, в которых S велико, можно получить аналитическую оценку оптимального ν. В этом случае, полагая что $G_{s+1} = G_s + dG_s / ds$, мы можем перейти от разностного уравнения (7) к дифференциальному уравнению относительно потока $G(s)$ и, используя соотношение (3), относительно концентрации $y(s)$:

$$dy / ds = ay - by^2, \tag{15}$$

где a и b следующие сокращения:

$$a = 1 - \frac{1}{\alpha(1-\nu)}; \quad b = \frac{\alpha - 1}{\alpha} - \frac{\nu}{y_P\alpha(1-\nu)};$$

ψ запишется теперь в виде:

$$\psi = \int_{y_1}^{y_P} G\frac{ds}{dy}dy = \frac{Py_P}{\nu}\int_{y_1}^{y_P}\frac{dy}{y_2(a-by)}. \tag{16}$$

Выполнив интегрирование, найдем

$$\psi = \frac{Py_P}{a\nu}\left[\frac{b}{a}\ln\frac{y_P(a-by_1)}{y_1(a-by_P)} + \frac{y_P - y_1}{y_P y_1}\right]. \tag{17}$$

В этом выражении первое слагаемое в квадратных скобках слабо зависит от ν, особенно при значениях y_P близких к 1. Поэтому $\min\psi$ будет достигаться при $\nu = (\sqrt{\alpha} - 1) / \sqrt{\alpha}$, обеспечивающим выполнение условия

$$d(1 / a\nu) / d\nu = 0.$$

Поступило
19 IV 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] K. Cohen, The Theory of Isotope Separation, N. Y., 1951. [2] М. Бенедикт, Т. Пигфорд, Химическая технология ядерных материалов, М., 1960. [3] А. М. Розен, Теория разделения изотопов в колоннах, М., 1960.