

В. И. СМЕРНОВ, Б. Н. СЕРГЕЕВ

О СВЯЗИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО РАЗМЕРАМ ЯДЕР КОНДЕНСАЦИИ И КРУПНЫХ ОБЛАЧНЫХ КАПЕЛЬ

(Представлено академиком Е. К. Федоровым 12 IV 1972)

Выяснение механизма образования крупных облачных капель имеет большое значение, поскольку эти капли являются зародышами частиц осадков.

Распределение крупных капель по размерам r следует степенной зависимости $f(r) \sim r^{-k}$ ($1 \leq k$) (k меняется от 2,6 до 13), которая еще не получила вполне удовлетворительного объяснения.

Уравнение конденсационного роста капли на гигроскопическом ядре запишем в виде ⁽⁵⁾

$$\frac{dr}{dt} = \frac{A_0}{r + r^*} \left(\delta - \frac{b_0}{r} + \frac{a_1 r_n^3}{r^3} \right), \quad (1)$$

где r — радиус капли, t — время, A_0 , b_0 и r^* — постоянные (при $T = 273^\circ \text{ К}$ и давлении 800 мбар $A_0 = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$, $b_0 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ см}$, $r^* = 2 \mu$ при коэффициенте конденсации воды 0,036), a_1 — постоянная, зависящая от свойств ядра, δ — пересыщение пара.

Пересыщение в облаках весьма мало (обычно $\delta < 0,1\%$). Пренебрегая величинами $\delta - b_0/r$ и r^* в (1), находим

$$r^5 = r_0^5 + 5A_0 a_1 r_n^3 t \simeq 5A_0 a_1 r_n^3 t, \quad (2)$$

где r_0 — радиус капель на уровне конденсации. Погрешность из-за отбрасывания δ в (1) мала, если

$$r_n^3 \gg (r_n^*)^3 = (5A_0 a_1 t)^{-1} [A(z - z_0)/\bar{n}]^{5/3}, \quad (3)$$

где $(z - z_0)$ — высота над уровнем конденсации z_0 , $\bar{n}$ — средняя концентрация капель, A — постоянная, равная $3,7 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-1}$ для $T = 273^\circ \text{ К}$ и давления 800 мбар. Легко получить (3), используя формулу для роста капель за счет пересыщения ⁽⁶⁾.

Из (1) видно, что рост капель начинается еще в подоблачном слое ($\delta < 0$), но, пока $|\delta| > 0,1-0,2$, радиус капли сравним с радиусом ядра. Отсюда нетрудно получить оценку сверху для r_0 . Величины r^* и r_0 обычно несущественны (см. пример).

Относительная погрешность в определении радиуса капли из-за пренебрежения величиной b_0/r равна $b_0 r^2 / (7a_1 r_n^3)$, что нетрудно найти после интегрирования (1) при $\delta, r^* = 0$.

Найдем распределение крупных капель $f(r, t)$ в идеализированном стационарном облаке, образующемся в однородном восходящем потоке. Искомое распределение связано с распределением ядер конденсации очевидным соотношением

$$u(r, t) f(r, t) dr = u(r_n, t_0) \varphi(r_n, t_0) dr_n, \quad (4)$$

где u — вертикальная скорость капель и ядер, $t_0 = 0$ — момент пересечения ядрами радиуса от r_n до $r_n + dr_n$ уровня конденсации, $t - t_0$ — продолжительность жизни капель в облаке.

Функции f и φ нормируются с учетом поведения несущей среды. Если расширение воздуха невелико (при адиабатическом подъеме оно составляет около 10% на 1 км подъема), то f и φ можно нормировать на число частиц в единице объема. При значительном расширении воздуха эти функции нормируются на число частиц в единице массы воздуха при условии, что их смещением относительно воздуха можно пренебречь.

Определив dr_n/dr из (2), получаем

$$f(r, t) = \frac{5}{3} \frac{u [(r^5/5A_0a_1t)^{1/3}, t_0]}{u(r, t)} (5A_0a_1t)^{-1/3} r^{2/3} \varphi [(5A_0a_1t)^{-1/3} r^{5/3}]. \quad (5)$$

Распределение атмосферных ядер конденсации по размерам весьма часто следует закону Юнге (*) $\varphi(r_n) = br_n^{-\nu}$, где b и ν — постоянные, причем ν варьирует от 2 (s) до 6 (s). Находим

$$f(r, t) = \frac{5}{3} b \frac{u [(r^5/5A_0a_1t)^{1/3}, t_0]}{u(r, t)} (5A_0a_1t)^{(\nu-1)/3} r^{-(5\nu-2)/3}. \quad (6)$$

Если u достаточно велико, зависимость $u(r)$ незначительна и тогда $f(r, t) \sim r^{-k}$, где $k = (5\nu - 2)/3 = 2,7 - 9,3$ при $\nu = 2 - 6$.

Диапазон изменения k расширяется, если ядра состоят из смеси растворимого и нерастворимого веществ. Заменим в (1) $a_1r_n^3$ на «активность» C . Используя модель ядер, предложенную в (10), запишем $C = a'r_n^{2(1+\alpha)}$, где a' и α — характеристики ядер. Тогда при достаточно больших u

$$f(r, t) = \frac{5b}{2(1+\alpha)} \frac{u(t_0)}{u(t)} (5A_0a't)^{1/2(\nu-1)/(1+\alpha)} r^{-1/2(5\nu-3+2\alpha)/(1+\alpha)}. \quad (7)$$

Если $\nu = 2-6$ и $\alpha = 0-1/2$, то $k = 2,7-13,5$.

Обычно измеряют распределение капель на данной высоте z . Запишем уравнение движения капли: $[u(z, t) - v(r)]dt = dz$, где $v(r)$ — скорость падения капли в спокойном воздухе, причем r следует выразить через t согласно (2). Ограничимся частными случаями.

1) $u(z, t) = u(z)$, $v(r) \ll u(z)$. Имеем

$$t = \int_{z_0}^z [u(z')]^{-1} dz'. \quad (8)$$

Тогда $\psi(r, z) = f[r, t(z)]$,

$$\psi(r, z) = \frac{5}{3} b \frac{u(z_0)}{u(z)} \left(5A_0a_1 \int_{z_0}^z [u(z')]^{-1} dz' \right)^{(\nu-1)/3} r^{-(5\nu-2)/3}. \quad (9)$$

Снова получается степенное распределение.

2) $u(z, t) = u = \text{const}$, $v(r) = ar^2$ (закон Стокса), $v(r_n) \ll u$. Перейдем от (1) к $dr/dz = A_0a_1r_n^3/(u - ar^2)r^1$, и после интегрирования получаем

$$\psi(r, z) = \frac{5}{3} bu [5A_0a_1(z - z_0)]^{(\nu-1)/3} [u - (5/7)ar^2]^{-(\nu+2)/3} r^{-(5\nu-2)/3}. \quad (10)$$

Если $r < (u/a)^{1/2}$, то капли поднимаются относительно земли, при $r > (u/a)^{1/2}$ — падают. Распределение обрывается при $r = r_{\max} = [(7/5)u/a]^{1/2}$ на уровне $z = z_0$, а на более высоких уровнях — при меньших r . На уровне $z = z_0$ все падающие капли должны иметь радиус $r_{\max}$.

Оценим эффективность изучаемого механизма генерирования крупных капель. Число капель радиусом больше r в единице объема или массы воздуха (в зависимости от способа нормировки, см. выше) равно

$$N(r, z) = \int_r^\infty f(r', z) dr'. \quad (11)$$

В табл. 1 приводятся величины $N(r, z)$, в см^{-3} при $r = 20\mu$, рассчитанные из (10) при $v = 4$ для уровня $z - z_0 = 1000$ м. Предполагалось, что падением капель можно пренебречь. Распирение воздуха не учитывалось. Считалось, что гигроскопическое вещество (NaCl) составляет от всей массы ядра постоянную долю β , т. е. $a_1 = \beta a_0$, где a_0 определяется только свойствами гигроскопического вещества. Для таких ядер $\alpha = 1/2$. Принято, что концентрация ядер конденсации радиусом больше 10^{-5} см составляет $N_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$ (7). Изменение v от 3 до 5 дает при $\beta = 1$ диапазон $N(20)$ от $2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-3}$ до 3 см^{-3} .

Упрощения в выводе (2) дают относительные погрешности в величине r , не превышающие приводимых ниже ($u = 1 \text{ м/сек. } z - z_0 = 1000 \text{ м}$): ε_1 — за счет δ при $\bar{n} = 300 \text{ см}^{-3}$, $\varepsilon_2 - r_0$, $\varepsilon_3 - r^*$, $\varepsilon_4 - b_3/r$.

Таблица 1

3	u, м/сек			
	0,5	1	2	4
1	0,58	0,29	0,14	0,07
0,2	0,12	0,06	0,03	0,01

r_n, μ	1	2	5	10
r, μ	13	20	34	52
$\varepsilon_1, \%$	-7,0	-0,9	-0,06	-0,007
$\varepsilon_2, \%$	-0,5	-0,8	-1,6	-2,8
$\varepsilon_3, \%$	3,8	2,5	1,5	1,0
$\varepsilon_4, \%$	2,5	0,7	0,1	0,04

Погрешность в r , равная ε , приводит к погрешности $k\varepsilon$ в распределении $\psi(r) = \text{const} \cdot r^{-k}$.

Погрешности малы и частично компенсируют друг друга. Аналогично обстоит дело и в других случаях.

По данным (1), используя параметры осредненных степенных распределений, находим среднее $N(20)$ от 1,4 до $2,4 \text{ см}^{-3}$ для облаков Сб (в зависимости от того, включать ли случай, когда $N(20) = 17,8 \text{ см}^{-3}$ или нет) и $N(20) = 0,063 \text{ см}^{-3}$ для Си. Данных о высоте взятия проб над основанием облаков в (1) не приводится.

Итак, теоретические формулы дают величины показателей степени в степенном распределении кушных капель по размерам, а также концентрации крупных капель, находящиеся в разумном согласии с наблюдениями.

Измерения распределения капель облаков и осадков, проведенных в чисто капельных облаках в очень широком диапазоне радиусов частиц (от 3 до 1000μ) (1), дали большой разброс показателя степени k при $r_{\text{max}} < 50 \mu$: для облаков Си от 4,6 до 13,1 при средней величине $\bar{k} = 8,1$ и для Сб от 6,6 до 10,0 при $\bar{k} = 8,4$. Одновременно для $r_{\text{max}} > 250 \mu$ $k = 4,5 - 5,3$ в облаках Сб, т. е. разброс k невелик.

В (1) обсуждается предположение, что степенное распределение является следствием коагуляции. Согласно (11), коагуляция приводит к $k = 3$ или 5 в зависимости от условий (стационарность или чисто временное изменение распределения). Позднее найдено $k = 2,5$ для нестационарного процесса (12) при более реальной постановке задачи.

Вероятно, крупнокапельная часть распределений, приведенных в (1), состоит не из одного, а из двух степенных участков. В первом, от $r = 10 - 15$, до $r \approx 50 \mu$ (возможно, чаще до 30μ , как кажется при рассмотрении графиков (1)), распределение обусловлено конденсацией на гигантских ядрах, во втором, $r > 50 \mu$, оно определяется коагуляцией. Положение границы раздела $r_c \approx 30 - 50 \mu$ согласуется с теоретическими данными о медленности гравитационной коагуляции при $r < 20 \mu$ (13, 14). Очевидно, r_c должно зависеть от концентрации капель.

Описываемый формулой (10) подъем распределения при приближении r к $[(7/5)u/a]^{1/2}$ должен наблюдаться лишь при очень малых значениях скорости подъема u , так как уже при $u > 13 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ радиус па-

дающих капель превышает 30 μ и тогда распределение уже может трансформироваться коагуляцией.

Поскольку степенное распределение крупных капель найдено не только в конвективных, но и в слоистых облаках, имеет смысл развить теорию применительно к последним, имея в виду, что время пребывания частиц в слоистом облаке является случайной величиной⁽¹⁵⁻¹⁷⁾.

Из (6) следует, что при достаточно большом u зависимость $f(r)$ одинакова при различных t . При случайном распределении t форма интегрального распределения остается той же самой: $f(r) \sim r^{-k}$, $k = (5v - 2)/3$. По данным⁽¹⁸⁾, распределения облачных капель в диапазоне $7\mu < r < 30\mu$ и ядер конденсации были степенными, при $v' \simeq 2,3$ и $k \simeq 3,1$ (слоистые облака над Калифорнией) *. Наша формула дает $k = 3,2$. По-видимому, в данном случае капли $r < 30\mu$ росли только за счет конденсации.

Образование крупных капель облаков, еще не достигающих размеров, когда проявляется коагуляция в основном на гигантских ядрах означает весьма существенное упрощение задачи об образовании осадков. В самом деле, появляется возможность сравнительно просто находить скорость генерации капель — зародышей осадков на любой высоте в облаке.

По-видимому, новый подход позволит также развить сравнительно простую теорию воздействий на облака искусственными гигроскопическими ядрами.

Центральная аэрологическая обсерватория
Долгопрудный, Московск. обл.

Поступило
12 III 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Т. Okita, Tellus, 13, № 4, 509 (1961). ² А. М. Боровиков, И. П. Мазин, А. Н. Невзоров, Физ. атмосферы и океана, 1, № 3, 291 (1965). ³ Ю. В. Конышев, А. Г. Лактионов, там же, 2, № 7, 766 (1966). ⁴ А. Н. Невзоров, Тр. Центральн. аэрологич. обсерв., в. 79, 23 (1967). ⁵ А. С. Кабанов, И. П. Мазин, В. И. Смирнов, там же, в. 95, 50 (1971). ⁶ А. С. Кабанов, И. П. Мазин, В. И. Смирнов, Физ. атмосферы и океана, 6, № 3, 266 (1970). ⁷ С. Е. Junge, Tellus, 5, № 1, 1 (1953). ⁸ С. Л. Саркисов, Г. В. Степанов, В. Г. Хоргуани, Тр. Высокотгорн. геофиз. инст., в. 13, 88 (1969). ⁹ Б. Г. Андреев, Тр. VIII Всесоюзн. конф. по физ. облаков и активным воздейств., Л., 1970, стр. 93. ¹⁰ Л. М. Левин, Ю. С. Седунов, ДАН, 170, № 1, 81 (1966). ¹¹ P. Welander, Tellus, 11, № 2, 197 (1959). ¹² А. М. Головин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 783 (1963). ¹³ L. M. Hocking, Quart. J. Roy. Met. Soc., 85, № 363, 44 (1959). ¹⁴ M. H. Davis, J. D. Sartor, Nature, 215, 1371 (1967). ¹⁵ B. J. Mason, J. Meteorol., 17, № 4, 459 (1960). ¹⁶ И. П. Мазин, Тр. Центральн. аэрологич. обсерв., в. 47, 24 (1963). ¹⁷ Э. Т. Иванова, А. С. Кабанов, там же, в. 89, 26 (1969). ¹⁸ F. L. Ludwig, E. Robinson, Tellus, 22, № 1, 94 (1970).

* Из [1] при $a_1 r_n^3 \rightarrow a' r_n^{2(1+\alpha)}$ и из формулы Юнге легко найти что распределение обводненных ядер под облаком имеет вид

$$f(r_w) \propto r_w^{-v'}, \quad v' = 1/2(3v - 1 + 2\alpha) / (1 + \alpha),$$

так что $k = 1/3(5v' - 2)$ при любых v и α .