30к-2
58

ВЕСЦІ
АКАДЭМІІ НАВУК БССР

05
Ба 1107

СЕРЫЯ
ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ
НАВУК

3

ВЫДАВЕЦТВА „НАВУКА І ТЭХНІКА“

МІНСК 1969

ГГУ имени Ф. Скорины

ВЕСЦІ АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСКАЙ ССР № 3 1969
СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК

УДК 535

Б. В. БОКУТЬ, А. Н. СЕРДЮКОВ

НЕЛИНЕЙНОЕ ПОНДЕРОМОТОРНОЕ ВРАЩЕНИЕ, ВЫЗВАННОЕ МОЩНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Пондеромоторное вращающее действие (эффект Садовского) заключается, как известно [1], в том, что под действием излучения среда испытывает вращающий момент плотности $\mathbf{M} = [\mathbf{PE}]$. Расчет величины этого момента для случая линейной поляризации $\mathbf{P} = \hat{\varkappa}\cdot\mathbf{E}$ был выполнен в [1, 2]. Однако, вообще говоря, поляризация $\mathbf{P}$ зависит от напряженности поля $\mathbf{E}$ внутри среды нелинейно: $\mathbf{P} = \hat{\varkappa}\cdot\mathbf{E} + \hat{\chi} : \mathbf{EE} + \hat{\theta} \vdots \mathbf{EEE} + \ldots$, где $\hat{\chi}$ и $\hat{\theta}$ — тензоры нелинейной восприимчивости соответственно третьего и четвертого ранга. Рассмотрение пондеромоторного действия излучения, обусловленного нелинейной зависимостью $\mathbf{P}$ от $\mathbf{E}$, представляет несомненный интерес. В частности, в некоторых случаях измерение такого вращающего момента может дать дополнительную возможность экспериментального определения параметров нелинейностей.

Учитывая нелинейную зависимость $\mathbf{P}$ от $\mathbf{E}$, получим для плотности вращающегося момента выражение

$$\mathbf{M} = [\hat{\varkappa}\cdot\mathbf{E},\ \mathbf{E}] + [\hat{\chi} : \mathbf{EE},\ \mathbf{E}] + [\hat{\theta} \vdots \mathbf{EEE},\ \mathbf{E}]. \tag{1}$$

Здесь первое слагаемое, связанное с восприимчивостью $\hat{\varkappa}$, характеризует линейный вращающий момент, а два другие — нелинейный вращающий момент. В соответствии с этим будем говорить о линейном или нелинейном эффекте Садовского.

В дальнейших расчетах ограничимся каким-либо конкретным классом кристаллов, например $\bar{4}2m$. Выберем систему координат так, чтобы ось z совпадала с оптической осью кристалла. Тогда $\varkappa_{\mu\nu} = \varkappa_{(\nu)}\delta_{\mu\nu}$, $\varkappa_{(1)} = \varkappa_{(2)} = \varkappa_0$, $\varkappa_{(3)} = \varkappa_e$. Для тензоров $\hat{\chi}$ и $\hat{\theta}$ симметрия кристалла допускает отличие от нуля лишь компонент $\chi_{3,21}$, $\chi_{1,23} = \chi_{2,13}$ и $\theta_{1,111} = \varkappa_{\mu\nu} = \varkappa_{(\nu)}\delta_{\mu\nu}$, $\varkappa_{(1)} = \varkappa_{(2)} = \varkappa_0$, $\varkappa_{(3)} = \varkappa_e$. Для тензоров $\hat{\chi}$ и $\hat{\theta}$ симметрия кристалла допускает отличие от нуля лишь компонент $\chi_{3,21}$, $\chi_{1,23} = \chi_{2,13}$ и $\theta_{1,111} = \theta_{2,222}$, $\theta_{3,333}$, $\theta_{2,233} = \theta_{3,223} = \theta_{1,133} = \theta_{3,113}$, $\theta_{1,122} = \theta_{2,112}$ [3, 4], причем $\chi_{\mu,\nu\sigma}$ и $\theta_{\mu,\nu\sigma\rho}$ предполагаются симметричными относительно любой перестановки соответственно двух и трех последних индексов. Таким образом, из (1) следует

$$\begin{aligned}
M_1 &= 2\,\chi_{1,23}E_1E_3^2 - 2\chi_{3,21}E_1E_2^2 + [\varkappa_0 - \varkappa_e + \theta_{1,111}E_2^2 - \\
&\quad - \theta_{3,333}E_3^2 - 3\theta_{2,233}(E_1^2 + E_2^2 - E_3^2) + 3\theta_{1,122}E_1^2]\,E_2E_3, \\
M_2 &= -\,2\chi_{1,23}E_2E_3^2 + 2\chi_{3,21}E_2E_1^2 - [\varkappa_0 - \varkappa_e + \theta_{1,111}E_1^2 - \\
&\quad - \theta_{3,333}E_3^2 - 3\theta_{2,233}(E_1^2 + E_2^2 - E_3^2) + 3\theta_{1,122}E_2^2]\,E_1E_3, \\
M_3 &= -2\chi_{1,23}E_3(E_1^2 - E_2^2) + (\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\,E_1E_2(E_1^2 - E_2^2).
\end{aligned} \tag{2}$$

ГГУ имени Ф. Скорины

Отсюда легко видеть, что для кристаллов рассматриваемой симметрии в случае сильных полей линейный эффект Садовского невозможно наблюдать в чистом виде из-за влияния нелинейной восприимчивости $\hat{\theta}$.

В нелинейной среде, как известно, кроме волн на частоте падающего излучения, генерируется и электромагнитное излучение на кратных частотах [3, 5]. Ощутимая для рассматриваемой задачи интенсивность такого излучения может быть получена лишь для определенных направлений распространения основных волн (фазовое согласование). Чтобы можно было пренебречь генерацией высших гармоник, выберем направление распространения излучения в среде, отличающееся от направления фазового согласования. Например, ориентируя кристалл таким образом, чтобы излучение распространялось вдоль оптической оси кристалла z $(E_3=0)$, из (2) получим

$$M_1 = -2\chi_{3,21}E_1E_2^2,\ M_2 = 2\chi_{3,21}E_2E_1^2,$$
$$M_3 = (\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\,E_1E_2\,(E_1^2 - E_2^2). \tag{3}$$

Если поле $\mathbf{E}$ в среде является монохроматическим, то усреднение (3) по времени обратит в нуль компоненты плотности вращающего момента M_1 и M_2. Таким образом, усредненный вращающий момент в рассматриваемой ситуации будет обусловлен только тензором $\hat{\theta}$

$$\mathbf{M} = \mathbf{e}_3(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122}) < E_1E_2\,(E_1^2 - E_2^2)>. \tag{4}$$

Появление вращающего момента при распространении излучения большой интенсивности вдоль оптической оси одноосного кристалла вызвано тем, что величины $<E_1^2>$ и $<E_2^2>$ приводят к эффекту Керра, пропорциональному квадрату напряженности электрического поля [6]:

$$\varkappa'_{(1)} = \varkappa_0 + \theta_{1,111} < E_1^2 > + 3\theta_{1,122} < E_2^2 >,$$
$$\varkappa'_{(2)} = \varkappa_0 + \theta_{1,111} < E_2^2 > + 3\theta_{1,122} < E_1^2 >,$$

в результате чего одноосный кристалл в оптическом отношении становится, вообще говоря, двуосным. Соответствующие эффективные волновые числа при этом будут равны

$$k_1 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1} = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 + 4\pi(\varkappa_0 + \theta_{1,111} < E_1^2 > + 3\theta_{1,122} < E_2^2 >)},$$
$$k_2 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2} = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 + 4\pi(\varkappa_0 + \theta_{1,111} < E_2^2 > + 3\theta_{1,122} < E_1^2 >}.$$

Учитывая только первые члены в разложении k_1 и k_2 по степеням $\theta_{\mu,\nu\sigma\rho}$, приближенно можем записать

$$k_1 = k_0 + \frac{2\pi\omega}{cn_0}\,(\theta_{1,111} < E_1^2 > + 3\theta_{1,122} < E_2^2 >),$$
$$k_2 = k_0 + \frac{2\pi\omega}{cn_0}\,(\theta_{1,111} < E_2^2 > + 3\theta_{1,122} < E_1^2 >), \tag{5}$$

где n_0 — показатель преломления обыкновенной волны с частотой ω (для слабых сигналов в линейном приближении), $k_0 = \dfrac{\omega n_0}{c}$ — ее волновое число.

Рассмотрим кристалл как полубесконечную среду, границей которой является плоскость, образованная кристаллографическими осями второго порядка x и y. Пренебрегая генерацией высших гармоник и изменением амплитуд волн вследствие нелинейности среды, можем записать компоненты напряженности электрического поля в кристалле [7]

$$E_\mu = \frac{2n}{n + n_0}\,U_\mu \cos(\omega t - k_\mu z + \delta_\mu),\ \mu = 1,\ 2, \tag{6}$$

где U_μ — амплитуды нормально падающих на кристалл волн с фазовыми постоянными δ_μ; n — показатель преломления волны в изотропной среде. Подставляя (5) и (6) в (4), получим величину вращающего момента $\mathbf{L} = S\int\limits_0^d \mathbf{M}dz$, действующего на кристалл площади S и толщины d:

$$\mathbf{L} = \frac{3Scn_0n^2U^2\mathbf{e}_3 \sin 2\varphi}{4\pi\omega\,(n + n_0)^2} \times$$
$$\times \left\{\sin\left[\delta + \frac{4\pi\omega n^2U^2d}{cn_0\,(n + n_0)^2}\,(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos 2\varphi\right] - \sin\delta\right\}. \tag{7}$$

Здесь $U^2 = U_1^2 + U_2^2$, $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{U_2}{U_1}$, $\delta = \delta_2 - \delta_1$. Учитывая то обстоятельство, что компоненты тензора $\hat{\theta}$ малы ($\sim 10^{-15}$ ед. CGSE [8]), будем считать, что для кристаллов обычных размеров

$$\sin\left[\frac{4\pi\omega n^2U^2d}{cn_0\,(n + n_0)^2}\,(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos 2\varphi\right] \approx$$
$$\approx \frac{4\pi\omega n^2U^2d}{cn_0\,(n + n_0)^2}\,(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos 2\varphi.$$

Поэтому выражение (7) для кристаллов разумной толщины d приближенно с достаточной степенью точности может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{L} = \frac{3Sdn^4U^4\mathbf{e}_3}{2\,(n + n_0)^4}\,(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos\delta\sin 4\varphi. \tag{8}$$

Аналогичные расчеты могут быть проделаны и для других одноосных и кубических кристаллов. Результаты таких расчетов для случая распространения излучения вдоль оптической оси кристалла приведены в таблице.

Нелинейный вращающий момент здесь зависит как от амплитуды, так и от поляризации падающего излучения. Как нетрудно видеть, в случае круговой поляризации $\left(\varphi = \dfrac{\pi}{4};\ \delta = \dfrac{\pi}{2}\,(2N + 1),\ N = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots\right)$ нелинейный вращающий момент оказывается отличным от нуля только для кристаллов тригональной системы. Для классов кристаллов $4mm$, $\bar{4}2m$, 422, $4/mmm$ и кубических этот момент оказывается наибольшим, когда падающее излучение линейно поляризовано ($\delta = N\pi$).

Полученные выражения для вращающего момента в некоторых случаях могут быть использованы для экспериментального определения соответствующих компонент тензора $\hat{\theta}$. Например, как это следует из таблицы, измеряя величины $\mathbf{L}$ и U, можно определить $\theta_{3,222}$ для кристаллов классов $3m$, 32, $\bar{3}m$. Кроме того, в отдельных случаях определен-

Таблица

Вращающий момент для случая распространения излучения вдоль оптической оси одноосных кристаллов

Классы кристаллов	Вращающий момент
$3,\ \bar{3}$	$\mathbf{L} = -\frac{3Sdn^4U^4}{(n+n_0)^4}\{2(\mathbf{e}_1\theta_{3,222} - \mathbf{e}_2\theta_{3,111})[\sin^2\varphi - (\cos 2\delta + 2)\cos^2\varphi]\sin^2\varphi - (\mathbf{e}_1\theta_{3,111} - \mathbf{e}_2\theta_{3,222}) \times \cos\delta\,(1-4\sin^2\varphi)\sin 2\varphi$
$3m,\ 32,\ \bar{3}m$	$\mathbf{L} = -\frac{3Sdn^4U^4}{(n+n_0)^4}\,\theta_{3,222}\{2\mathbf{e}_1[\sin^2\varphi - (\cos 2\delta + 2)\cos^2\varphi] \times \sin^2\varphi + \mathbf{e}_2\cos\delta\,(1-4\sin^2\varphi)\sin 2\varphi\}$
$4,\ \bar{4},\ 4/m$	$\mathbf{L} = \frac{3Sdn^4U^4\mathbf{e}_3}{2(n+n_0)^4}\{(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos\delta\sin 4\varphi - 4\theta_{2,111}(\cos^2 2\varphi - \sin^2 2\varphi\cos^2\delta)\}$
$4mm,\ \bar{4}2m,\ 422, 4/mmm$ и кубические (все классы)	$\mathbf{L} = \frac{3Sdn^4U^4\mathbf{e}_3}{2(n+n_0)^4}(\theta_{1,111} - 3\theta_{1,122})\cos\delta\sin 4\varphi$
Гексагональные (все классы)	$\mathbf{L} = 0$

ным выбором поляризации излучения можно упростить выражение для нелинейного вращающего момента, так что он окажется зависящим только от некоторой одной компоненты тензора $\hat{\theta}$. Полученное таким образом выражение может быть использовано для экспериментального измерения этой компоненты.

Ввиду малости $\theta_{\mu,\nu\sigma\rho}$ нелинейный вращающий момент также должен быть очень малым. Однако использование мощного излучения оптического квантового генератора может привести к сравнительно большому вращающему моменту нелинейной среды. Величина нелинейного момента для пластинки толщины $d \sim 0{,}1$ *мм* и площади $S \sim 1$ *см*^{2} из кристалла KDP для излучения неодимового лазера ($\lambda = 1{,}06$ *мк*, $U \sim 10^6$ *в/см*) на основании выражения (8) оказывается порядка $L \sim 10^{-4}$ *эрг*.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность Б. Б. Бойко за ценные замечания.

Литература

1. Садовский А. И. Учен. зап. Юрьевского ун-та, 7, в. 1, 1899; 8, в. 2, 1900.
2. Бокуть Б. В. Весці АН БССР, сер. фіз.-мат. навук, № 4, 123, 1966.
3. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964.
4. Midwinter E., Warner J. Brit. J. Appl. Phys., 16, 1667, 1965.
5. Бломберген Н. Нелинейная оптика, «Мир», 1966.
6. Armstrong J. A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P. S. Phys. Rev., 127, 1918, 1962.
7. Федоров Ф. И. Оптика анизотропных сред. Минск, 1958.
8. Быков В. С., Новиков М. Н. Аннотации докладов, представленных на IV Всесоюзный Симпозиум по нелинейной оптике. Киев, 1968, стр. 80.

Институт физики АН БССР

Поступило в редакцию 26.IX 1968

ГГУ имени Ф. Скорины