Доклады Академии наук СССР
1972. Том 206, № 1

УДК 532.582.7 *ГИДРОМЕХАНИКА*

Е. П. МЕДНИКОВ

МИГРАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ОСАЖДЕНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ИЗ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА НА СТЕНКАХ ТРУБ И КАНАЛОВ

(Представлено академиком И. В. Петряновым-Соколовым 8 II 1972)

Осаждение аэрозольных частиц на стенках труб и каналов при турбулентном течении газа происходит, как известно, намного интенсивнее, чем при ламинарном [1]. Для объяснения механизма и расчета скорости этого широко распространенного вида осаждения аэрозолей, называемого далее турбулентно-инерционным, предложен ряд математических теорий [2–8].

Во всех теориях так или иначе используется концепция свободного полета частиц к стенке под действием турбулентных импульсов примыкающей зоны потока с расстояния, равного длине инерционного пробега частицы [1] $l_i = v_{p0}\tau$. Начальная скорость полета частицы v_{p0} по этой концепции принимается равной скорости турбулентных пульсаций v_0, а это означает отсутствие относительного движения частицы и, следовательно, невозможность инерционного вылета частицы из несущего ее моля при любом времени релаксации частицы τ. Расчет v_0 в [2] не корректен, а в [3] вовсе отсутствует. Пробегаемый частицей пристеночный слой газа предполагается совершенно неподвижным, хотя известно, что он весьма динамичен [13]. Имеются и иные несообразности, отмеченные в [9] и других работах. В связи с этим в теории [7] провозглашена новая идея — конвективный перенос частиц к стенке крупномасштабными вихрями, проникающими в вязкий подслой в ходе наблюдающихся там бурных спорадических выбросов газа в буферный слой. Способ подхода частиц непосредственно к стенке в ней не разъясняется, но судя по конечному уравнению, он сводится к прежнему гипотетическому свободному инерционному полету частиц, не дающему правомочных результатов. Новейшая, стохастическая модель процесса [8] содержит еще одно неправдоподобное положение — изотропность пристеночного движения частиц. Получаемые по существующим теориям значения скорости турбулентно-инерционного осаждения аэрозолей* в лучшем случае дают согласие с экспериментом в диапазоне малых значений l_i [10], да и то далеко не всегда [6, 11].

Ключ к пониманию механизма и расчету скорости турбулентно-инерционного осаждения аэрозолей дает явление поперечной миграции частиц к стенкам [12], которое не учитывалось в предшествующих теориях в силу новизны. В соответствии с [12] скорость поперечной миграции частиц V_m в точке с начальным расстоянием y_0 от стенки круглой трубы радиуса R определяется при $\mathrm{Re}_D \leqslant 10^5$ формулой

$$V_m = -\frac{y_{0+}}{15(10+y_{0+})^3}\left(\frac{\rho_p}{\rho}\right)^{1/2}\frac{\mathrm{Re}_d\,\mathrm{Re}_D^{1/4}}{1+\omega_L\tau}u_*, \qquad (1)$$

* Скоростью турбулентно-инерционного осаждения аэрозолей V_{ti} называется количество частиц, осаждающихся в 1 сек. на 1 см² поверхности стенки из турбулентного потока со средней концентрацией частиц $\bar{C} = 1$; она вычисляется по формуле $V_{ti} = j/\bar{C}$, где j — секундный поток частиц к стенке (г/(см²·сек) или шт/(см²·сек)). Размерность V_{ti} — см/сек — совпадает с размерностью линейной скорости частиц, но численное значение в общем случае иное.

где $y_{0+} = y_0 u_* / \nu$ — безразмерное расстояние до стенки, $u_* = \bar{u}(\lambda/8)^{1/2} \simeq$ $\simeq 0{,}2\bar{u} / \mathrm{Re}_D^{1/8}$ — динамическая скорость газа, $\bar{u}$ — средняя скорость течения газа, λ — коэффициент сопротивления трения, $\mathrm{Re}_D = 2R\bar{u} / \nu$ — число Рейнольдса для потока газа, $\mathrm{Re}_d = 2r\bar{u} / \nu$ — число Рейнольдса для частицы, ν — кинематическая вязкость газа, $\omega_L \approx \bar{u} / R$ — частота крупномасштабных («энергоемких») пульсаций газа, $\tau = 2\rho_p r^2 / (9\eta)$ — время релаксации частицы, ρ и η — плотность и вязкость газа, r и ρ_p — радиус и плотность частицы.

Аналогичной формулой, с несколько иными значениями числовых коэффициентов в ее знаменателе, описывается скорость миграции частиц и в плоскопараллельном канале.

Для нахождения скорости турбулентно-инерционного осаждения аэрозоля необходимо знать распределение концентрации частиц по поперечному сечению потока, а это достигается решением дифференциального уравнения переноса частиц в турбулентном потоке при соответствующих краевых условиях. С учетом явления миграции частиц указанное уравнение при стационарном течении газа и поглощающих стенках имеет вид: для круглой трубы

$$-r_R u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r_R}\left[r_R D_{tp} \frac{\partial C}{\partial r_R}\right] + \frac{\partial}{\partial r_R}\left[r_R C V_m\right]; \qquad (2)$$

для плоскопараллельного канала

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left[D_{tp} \frac{\partial C}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[C V_m\right], \qquad (2')$$

где $r_R = (R - y)$ — радиальное расстояние от оси трубы; x — продольная координата; u — локальное значение осредненной скорости течения газа и продольного движения частиц, определяемое по известным универсальным формулам распределения скоростей ([13]); C — локальная концентрация частиц; D_{tp} — коэффициент турбулентной диффузии частиц, принимаемый при высокой степени их увлечения пульсациями газа равным коэффициенту турбулентной вязкости газа ν_t; последний описывается по ([4]) единой, но сложной формулой

$$\frac{\nu_t}{\nu} = y_+^{(4-y_+^{0,08})} / \left[1000\,(2{,}5\cdot 10^7/\mathrm{Re}_D)^{y_+/(400+y_+)}\right], \qquad (3)$$

либо тремя позонными, но простыми формулами, приведенными в ([14]).

Зададим граничные условия, которым должна удовлетворять функция C в уравнениях (2) и (2′). Примем, что в начальном сечении трубы или канала частицы распределены равномерно:

$$x = 0, \quad C = \bar{C}_0 = \mathrm{const}, \qquad (4)$$

и лишь после него перераспределяются в соответствии с действующими явлениями переноса и осаждения частиц на стенках. Поскольку обычное граничное условие $y = 0$, $C = 0$ здесь, как и в случае броуновской диффузии инерционных частиц ([15]), не является правильным, необходим особый вывод.

Сравнение диффузионной составляющей поперечного потока частиц (первый член в правой части (2) и (2′)) и его миграционной составляющей (второй член) с использованием формул (1) и (3) и экспериментально полученных профилей концентрации частиц осаждающихся аэрозолей ([6], [16]) (напоминающих внешне в ядре профили осредненных скоростей газа) показывает, что в центральной области турбулентного потока преобладает диффузионный перенос частиц, а в пристеночной — миграционный. При этом переход от диффузионного режима переноса к миграционному происходит пространственно настолько быстро, что, не делая большой ошибки, можно принять его совершающимся скачком *.

Расстояние от стенки, на котором происходит этот скачок, можно определить, руководствуясь следующим. Диффузионный характер перемещения частиц $((\overline{\Delta y^2})^{1/2} \sim t^{1/2})$ проявляется в турбулентных потоках, как доказывает теория [13], лишь при большом по сравнению с периодом пульсаций T времени диффузии, в пределах же периода пульсаций он не сказывается вовсе $((\overline{\Delta y^2})^{1/2} \sim t)$. Рассматривая под этим углом зрения последний этап приближения частиц к стенке длительностью $t = T$, можно утверждать, что он протекает совершенно бездиффузионно и, следовательно, скорость его определяется целиком и полностью скоростью миграции частиц. Преодолеваемое таким способом расстояние l_m в направлении стенки нетрудно найти из равенства

$$l_m = V_{mlr}T, \qquad (5)$$

где V_{mlr} — скорость миграции частиц в исходной точке с координатой $y = -l_{mr} = l_m + r$, $T = 2\pi / \omega_L \approx 2\pi R / \bar{u}$ — период крупномасштабных пульсаций газа, определяющих перемещение частиц.

Подстановка в (5) выражений для V_{mlr} и T с заменой

$$l_{mr} = l_{mr+}\nu/u_*, \quad r = r_+\nu/u_*,$$

$$\alpha = \frac{\pi}{375}(\rho_p/\rho)^{1/2}\,\mathrm{Re}_d\,\mathrm{Re}_D/(1+\omega_L\tau)$$

приводит для трубы к алгебраическому уравнению

$$l_{mr+}^4 + (30 - r_+)\,l_{mr+}^3 + (300 - 30r_+)\,l_{mr+}^2 + (1000 - 300r_+ - \alpha)\,l_{mr+} - 1000r_+ = 0, \qquad (6)$$

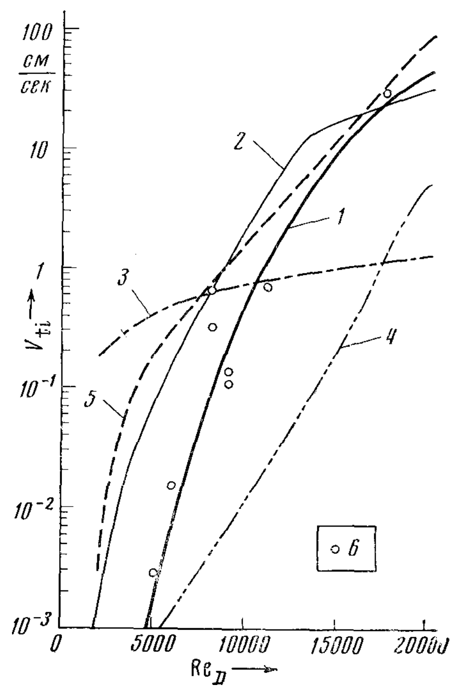

Рис. 1. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными о скорости турбулентно-инерционного осаждения аэрозольных частиц с $r = 1$ μ и $\rho_p = 1{,}5$ г/см³ в трубке с диаметром $2R = 5{,}3$ *мм*. *1* — миграционная теория; *2* — теория [2]; *3* — теория [3]; *4* — теория [4]; *5* — теория [6]; *6* — экспериментальные данные

решение которого и дает безразмерную координату l_{mr+}. Обычно $l_{mr+} \gg r_+$, тогда решением (6) является

$$l_{mr+} = \alpha^{1/3} - 10. \qquad (7)$$

Скачок механизмов переноса частиц происходит несколько дальше этой границы, а именно при $y = l_{mr}' = kl_{mr}$, где k — эмпирический коэффициент со значением порядка 1.

---

* Концепция скачка механизмов переноса и последующего «сшивания» потоков частиц на границе скачка физически не строга, однако использование ее в данном случае оправдывается двумя обстоятельствами: а) несравненно более быстрым, чем, например, при броуновской коагуляции высокодисперсных аэрозолей, переходом от одного механизма к другому (это объясняется стремительным падением D_{tp} и одновременно таким же ростом V_m с приближением к стенке); б) трудностью строгого решения задачи на основе кинетического уравнения, обусловленной сильной неоднородностью и недостаточной изученностью пристеночной турбулентности.

На границе скачка, где по условию диффузионный поток преобразуется в миграционный, имеем

$$V_{mlr}C_{lr} = D_{tp}\frac{dC}{dr_R}\bigg|_{r_R=R-l'_{mr}} = -D_{tp}\frac{dC}{dy}\bigg|_{y=l'_{mr}}, \tag{8}$$

в соответствии с чем получаем искомое граничное условие в виде

$$y = l'_{mr}, \quad C_{lr} = -\frac{D_{tp}}{V_m}\frac{dC}{dy}\bigg|_{y=l'_{mr}}. \tag{9}$$

Поскольку в центральной области потока преобладает диффузионный перенос частиц, вторым, миграционным членом в правой части (2) и (2′) можно пренебречь и вместо (2) и (2′) написать для нее соответственно

$$-r_R u\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r_R}\left[r_R D_{tp}\frac{\partial C}{\partial r_R}\right] = r_R D_{tp}\frac{\partial^2 C}{\partial r_R^2} + \frac{\partial(r_R D_{tp})}{\partial r_R}\frac{\partial C}{\partial r_R}, \tag{10}$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left[D_{tp}\frac{\partial C}{\partial y}\right] = D_{tp}\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial D_{tp}}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y}. \tag{10'}$$

Уравнения (10) и (10′), как уравнения с переменными коэффициентами, не решаются в квадратурах, но поддаются численному интегрированию на ЭВМ методом сеток и дают распределение концентрации частиц в центральной, основной области потока.

Для узкой пристеночной области потока толщиной $y = l_{mr}' \ll R$, отличающейся, ввиду малости u, пренебрежимо малым значением конвективного притока частиц, $C \approx C_{lr} = \text{const}$.

Искомая скорость турбулентно-инерционного осаждения аэрозоля вычисляется по формуле

$$V_{ti} = j_{mlr} / \bar{C} = C_{lr}V_{mlr} / \bar{C}, \tag{11}$$

где C_{lr} и $\bar{C}$ — концентрация частиц соответственно на границе скачка и в среднем в отдаленном от входа сечении с установившимся профилем относительной концентрации C / C_m (C_m — концентрация на оси трубы).

Численные расчеты скорости V_{ti} указывают на приемлемое согласие теоретических значений с экспериментом (если для мелких частиц в (2) и (2′) вместо D_{tp} берется $D_{tp} + D_{бр}$, где $D_{бр}$ — коэффициент броуновской диффузии частиц). Для иллюстрации на рис. 1 приведены результаты, полученные для случая, экспериментально исследованного в работе ([6]), где было $2R = 5{,}3$ мм, $r = 1$ μ, $\rho_p = 1{,}5$ г/см³, $\bar{u} = 14$—56 м/сек, $\mathrm{Re}_D = 5000$—$20\,000$. Для сравнения там же приведены теоретические кривые, рассчитанные в ([6]) по четырем предшествующим теориям ([2–4, 6]).

Автор выражает искреннюю благодарность И. Б. Стечкиной за обсуждение работы и ценные замечания.

Государственный научно-исследовательский институт
по промышленной и санитарной очистке газов
Москва

Поступило
21 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. А. Фукс, Механика аэрозолей, М., 1955; Успехи механики аэрозолей, М., 1961. [2] S. K. Friedlander, H. F. Johnstone, Ind. and Eng. Chem., 49, 115 (1957). [3] P. R. Owen, Aerodynamic Capture of Particles, London — N. Y., 1960. [4] C. N. Davies, Aerosol Science, London — N. Y., 1966. [5] S. K. Beal, Nucl. Sci. and Eng., 40, 1 (1970). [6] G. A. Sehmel, Aerosol Deposition from Turbulent Airstreams in Vertical Conduits. Batelle Pacific Northwest Lab., BNWL-578, Richland, Washington, 1968. [7] P. R. Owen, J. Fluid Mech., 39, 407 (1969). [8] P. Hutchinson, G. F. Hewitt, A. E. Dukler, Chem. Eng. Sci., 26, 419 (1971). [9] P. O. Rouhiainen, J. W. Stachiewicz, Paper Am. Soc. Mech. Eng. № HT-41 (1969). [10] T. Kneen, W. Strauss, Atmos. Environment, 3, 55 (1969). [11] T. L. Montgomery, M. Corn, J. Aerosol Sci., 1, 185 (1970). [12] Е. П. Медников, ДАН, 203, № 3 (1972). [13] О. И. Хинце, Турбулентность, М., 1963. [14] T. Mizushina, F. Ogino, J. Chem. Eng. Japan, 3, 166 (1970). [15] Ю. С. Седунов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1093 (1964). [16] L. G. Alexander, G. L. Coldren, Ind. and Eng. Chem., 43, 1325 (1951).