

Член-корреспондент АН СССР В. С. СМЕРНОВ, В. И. ВЛАДИМИРОВ,
К. Т. ЖЕЛЯЗКОВ (Болгария), Б. В. САДОВНИКОВ

ВНУТРЕННИЕ НАПРЯЖЕНИЯ, СОЗДАВАЕМЫЕ ДИСЛОКАЦИЯМИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ ПОСЛЕ ПОПЕРЕЧНОЙ ПРОКАТКИ

1. Вопрос о внутренних напряжениях, возникающих в образце в процессе поперечной прокатки, имеет большую историю ⁽¹⁾; однако до сих пор нет согласия не только по вопросу величины, но и даже знака этих напряжений ⁽²⁾. Согласно ⁽¹⁾, напряжения в центре заготовки должны иметь характер трехосного растяжения, что оспаривается рядом авторов. Очевидно, что механизм разрушения в центре заготовки существенно зависит как от знака, так и от величины этих напряжений. Из общих соображений ясно, что величина напряжений будет меняться вдоль оси образца. Макроскопическая теория пластичности не может в простой форме решить вопрос о трехмерном напряженном состоянии. Поэтому в данной работе предлагается новый метод расчета внутренних напряжений, основанный на дислокационных методах.

В работе ⁽³⁾ авторами было введено понятие об эффективных дислокациях, создающих то же поле дальнедействующих напряжений, что и реальная дислокационная структура, но имеющих большой радиус кривизны или прямолинейных, причем длина таких дислокаций сравнима с

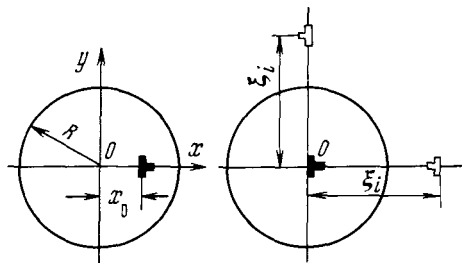


Рис. 1

Рис. 1. Схема, поясняющая метод введения мнимых дислокаций

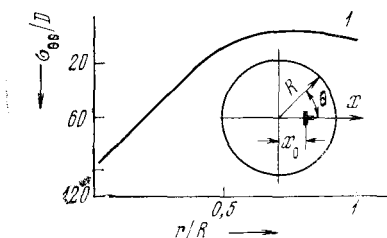


Рис. 2

Рис. 2. Изменение тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$, возникающих от дислокации с вектором Бюргерса $b = 1$ и расположенной на оси Ox при $x_0/R = 0,5$, вдоль радиуса образца R . $\theta = 45^\circ$, — — сжатие, + — растяжение

размерами образца. В ⁽³⁾ были предложены основные типы таких эффективных дислокаций: осевые, с осью вдоль оси образца, и торцевые, осуществляющие пластическую деформацию по копическим поверхностям вблизи торца (см. рис. 1, 2 работы ⁽³⁾). Данная работа посвящена расчету напряжений от осевых эффективных дислокаций.

2. Рассмотрим краевую дислокацию с вектором Бюргерса $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0$ (перпендикулярным оси образца z) в цилиндрическом образце радиуса R на расстоянии x_0 от центра (рис. 1). Напряжения от такой дислокации могут быть найдены по методу, предложенному в работе ⁽⁴⁾ для винтовой дислокации: проводим конформное отображение, переводящее дислокацию в центр цилиндра. Такое преобразование координат не изменяет уравнения

Лапласа. Приближенное решение в новой системе координат эквивалентно введению двух мнимых дислокаций (рис. 1), после него делаем обратный переход в исходную систему координат. В качестве примера приведем напряжения σ_{xx} :

$$\sigma_{xx} = \frac{Db}{R} A \left(\frac{M}{N^2} - \frac{L}{N^2} - \frac{1}{R^2} \right); \quad (1)$$

$$A = x^2 + y^2 - (x_i - \xi_i)x + R^2,$$

$$M = (x_i - \xi_i)^2 y^2 [(x - \xi_i)^2 + y^2],$$

(2)

$$L = [x^2 + y^2 - (x_i - \xi_i)x + R^2]^2 [(x - \xi_i)^2 + y^2],$$

$$N = (x_i - \xi_i)^2 y^2 + [x^2 + y^2 - (x_i - \xi_i)x + R^2]^2;$$

здесь ξ_i и x_i — решения системы уравнений

$$\xi_i x_i = R^2, \quad (\xi_i - x_0)(x_i - x_0) = r_0^2, \quad (3)$$

r_0 — радиус ядра дислокаций. При $r_0 \ll R$ $x_i = x_0$ и $\xi_i = R^2/x_0$ — расстояние до мнимой дислокации, $D = G/(2\pi(1-\nu))$, G — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона.

Аналогичный вид имеют напряжения σ_{yy} и σ_{xy} . Для удобства вычислений был сделан переход в цилиндрическую систему координат. В качестве примера на рис. 2 приведены напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ от дислокации с вектором Бюргерса $b = 1$ и координатой $x_0/R = 0,5$ под углом $\theta = 45^\circ$. Как и ожидалось, вблизи боковой поверхности напряжения сжимающие, вблизи центра — растягивающие.

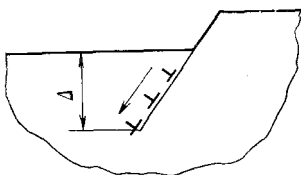


Рис. 3. К определению плотности эффективных дислокаций

3. Определим плотность эффективных дислокаций. Пусть в плоском образце пластическое течение зародилось на поверхности и проникло в глубь образца на величину Δ (рис. 3). При выходе каждой из линий скольжения на поверхность тела исчезают дислокации одного знака и создается избыток дислокаций другого знака. Этот избыток и может быть описан как группа

параллельных эффективных дислокаций. Если на протяжении какой-либо части поверхности имеется группа одинаковых линий скольжения, то в области Δ , охваченной деформацией, создается большая плотность избыточных (т. е. эффективных) дислокаций $\rho_{эф}$. Пусть l и l_n — длина свободных пробегов дислокаций внутри образца и вблизи поверхности. Тогда из выражений

$$n_{эф} = \rho l_n, \quad \varepsilon = \rho b l,$$

где $n_{эф}$ — число эффективных дислокаций, ε — относительная пластическая деформация, b — вектор Бюргерса, следует

$$\rho_{эф} \approx \frac{n_{эф}}{\Delta} = \frac{\varepsilon}{b\Delta} \frac{l_n}{l} \quad (4)$$

(если эффективные дислокации располагаются равномерно внутри этого тела). Напряжения от эффективных дислокаций могут быть весьма велики. Пусть, например, $\Delta = 1$ см, тогда напряжения на границе слоя деформации Δ будут порядка

$$\sigma_{эф} \approx Db\rho_{эф}\Delta^2/\Delta \approx D\varepsilon l_n/l; \quad (5)$$

при $\varepsilon = 0,1 = 10\%$ и $l_n/l = 1$ $\sigma_{эф} \approx 100$ кг/мм².

4. При поперечной прокатке с малыми единичными обжатиями $\varepsilon \leq 2\%$ эффективные дислокации, как было показано в ⁽³⁾, располагаются кругами, занимая цилиндрический слой $R \geq r \geq R_1$. Предполагая, как и ранее, что эффективные дислокации распределены внутри этого слоя равномерно и, вычисляя их полное количество по формуле (4), где $\varepsilon = \varepsilon_z$ — суммарное обжатие и $l_{\pi} = l$, можно найти напряжения в свободной от дислокаций осевой зоне образца $R_1 > r \geq 0$.

Такие расчеты для $r = 0,1 R$ были проведены численно на ЭВМ «Наир-С» с использованием формул (1) — (3) и аналогичных им. Размер области деформации R_1 брали из эксперимента. Результаты расчетов для трех алюминиевых образцов сведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер образца	$\varepsilon_{\Sigma}, \%$	$\varepsilon, \%$	$(R - R_1) / R$	$\sigma_{\theta\theta}, \text{ кг/мм}^2$	$\sigma_{rr}, \text{ кг/мм}^2$
1	1,9	0,5	0,3	0,6	0,1
2	7,1	0,36	0,6	4	1,1
3	7,5	0,5	0,8	9,5	9

5. Эти результаты подтверждают высказанное ранее ⁽¹⁾ на основе макроскопических расчетов утверждение, что при малых единичных обжатиях разрушение происходит из-за нормальных напряжений. Действительно, согласно данным ⁽³⁾ и ⁽⁵⁾, образцы 1 и 2 еще имеют некоторый запас пластичности, а образец 3 находится в предразрывном состоянии. Расчеты также показывают, что растягивающие напряжения в центральной части первого образца малы, а у третьего образца достигают величины порядка предела прочности на разрыв чистого алюминия. Оценки осевых напряжений σ_{zz} также показывают, что при $0 < R_1 \ll R$ они достигают величин $\sim \sigma_{rr}$ и $\sigma_{\theta\theta}$. Таким образом, проведенные расчеты подтверждают точку зрения, согласно которой разрушение в центральной зоне заготовки при малых единичных обжатиях происходит за счет трехосных растягивающих напряжений.

Ленинградский политехнический институт
им. М. И. Калинина

Поступило
22 IX 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. С. Смирнов, Поперечная прокатка, 1948. ² П. К. Тетерин, Теория поперечно-винтовой прокатки, М., 1971. ³ В. С. Смирнов, В. И. Владимиров, Б. В. Садовников, ДАН, **203**, № 3, 70 (1972). ⁴ I. Kovacs, Acta Physica, **15**, 11 (1962). ⁵ В. И. Владимиров, Б. В. Садовников, В. С. Смирнов, Физ. и хим. обработка матер., № 1, 76 (1972).