Доклады Академии наук СССР
1973. Том 208, № 5

УДК 533.95:538.561

ФИЗИКА

В. И. КУРИЛКО

О МЕХАНИЗМЕ РАЗВИТИЯ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЛАЗМЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 16 V 1972)

Неустойчивость моноэнергетического пучка в плазме ([1], [2]), при которой частота ω и волновое число $k_\parallel$ связаны соотношением $\omega \simeq k_\parallel V$ (V — скорость пучка), называется черенковской, поскольку фазовая скорость возбуждаемой волны близка к скорости пучка, как это имеет место при черенковском излучении отдельной частицы. Впервые наличие связи между этой неустойчивостью и черенковским излучением продольных волн плазмы электронами пучка было указано в работе ([1]) (более подробно этот вопрос обсуждается в обзорах ([3], [4])). Однако количественный вывод инкремента из эффекта возбуждения плазмы движущимся зарядом до сих пор удалось провести только для кинетической неустойчивости при стохастическом спектре ([5], [6]). Физически условие применимости кинетического приближения $\varepsilon \ll k_\parallel v_T$ (ε — инкремент, v_T — тепловая скорость пучка) эквивалентно требованию малости длины волны $\lambda_g = 2\pi / k_\parallel$ по сравнению с тепловым смещением $\Delta z \equiv v_T / \varepsilon$ электрона за время развития неустойчивости ($\Delta z \gg \lambda_g$). В этом случае тепловое движение препятствует когерентности излучения электронов, вследствие чего инкремент оказывается пропорциональным сумме интенсивностей индуцированного излучения отдельных частиц пучка ([5], [6]).

В гидродинамическом приближении ($\varepsilon \gg k_\parallel v_T$) тепловое движение не нарушает когерентности излучения, поэтому при количественной оценке инкремента пучковой неустойчивости пренебрежение эффектами когерентности недопустимо. Ниже мы покажем, что учет этих эффектов, а также обратного влияния результирующего поля на движение частиц пучка позволяет выразить гидродинамический инкремент через характеристики излучения отдельного электрона в плазме ([7]).

Итак, рассмотрим пучок с плотностью n_b и скоростью v, проходящий через однородную плазму с плотностью n_p. При отсутствии модуляции пучка спонтанное черенковское излучение его электронов взаимно гасится. Поэтому суммарное поле в этом случае равно нулю (в пренебрежении излучением, обусловленным тепловыми флуктуациями) *. Наличие регулярной модуляции пучка (регулярного индуцирующего поля) нарушает компенсацию полей спонтанного черенковского излучения. Для вычисления результирующего поля и его реакции на движение частиц пучка представим возмущение плотности пучка в виде суммы слагаемых, каждое из которых в переменных Лагранжа описывает движение одного из элементарных излучателей: $\tilde{n}(\mathbf{r}, t) = \sum_s h(z_s) \cdot \delta[\mathbf{r} - \mathbf{R}_s(t)]$, где $h(z_s)$ — безразмерная функция, описывающая форму модулирующего сигнала.

---

* Для усиления регулярного поля необходимо, чтобы его начальная амплитуда $E(0)$, определяющая интенсивность индуцированного взаимодействия, превосходила флуктуационную: $E_ф \ll E(0) \ll E_{\max} \simeq m_0 \varepsilon^2 \lambda g / e$, $E_ф \sim (4\pi T / r_d^3)^{1/2}$. При $\varepsilon \ll k_\parallel v_T$ неравенство $E_ф \ll E_{\max}$ выполняется с малым запасом; в этих условиях роль эффектов когерентности в развитии кинетической неустойчивости, по-видимому, незначительна.

Поле, возбуждаемое элементарным излучателем, имеет вид

$$E_z^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} -\dfrac{2e\omega_p^2}{v^2} K_0\left(\dfrac{\omega_p}{v}\rho_s\right)\cdot\cos\left[\omega_p\left(t - \dfrac{z - z_s}{v}\right)\right], & z_s > z - vt; \\ \qquad\qquad \omega_p^2 \equiv \dfrac{4\pi e^2}{m_0} n_p; & \\ 0, & z_s < z - vt; \end{cases} \tag{1}$$

$$\rho_s \equiv [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2]^{1/2}.$$

Результирующее поле получаем сложением полей элементарных излучателей с помощью перехода к непрерывному распределению их плотности. В частности, для случая одномерной синусоидальной модуляции плотности $\left(\sum\limits_s h(z_s) E_z^{(s)} = \alpha n_b \int d\mathbf{r}_s \sin k_\parallel z_s E_z^{(s)}\right)$

находим

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \frac{2\pi e \alpha n_b}{\omega_p/v - k_\parallel} \cos[k_\parallel (z - vt)], \tag{2}$$

где αn_b — амплитуда модуляции плотности пучка.

Как и следовало ожидать, результирующее поле имеет вид плоской бегущей волны с частотой $\omega_M \equiv k_\parallel v$, амплитуда которой зависит от глубины модуляции пучка ω_p и расстройки δ между частотой собственных колебаний плазмы ω_p и частотой ω_M автомодуляции пучка. Физически соотношение (2) показывает, что поле излучения модулированного пучка в гидродинамическом случае пропорционально полю элементарного излучателя $\left(E \sim \dfrac{\omega_p}{v^2} e\right)$, числу когерентно излучающих частиц в сгустке $(M \equiv \alpha n_b v^3 \times \omega_p^{-3})$ и числу когерентно излучающих сгустков $(N \equiv (1 - \omega_M / \omega_p)^{-1})$.

Таким образом, изложенное выше рассмотрение позволило выразить поле излучения модулированного пучка (2) через характеристики излучения индивидуального заряда (1) с учетом когерентности этого излучения в пределах сгустков и между ними [8, 9]. Для вычисления инкремента учтем влияние этого поля на движение электронов пучка. Подставляя (2) в уравнение движения и непрерывности, будем искать решения последних в виде бегущих волн типа (2) с зависящими от времени амплитудами.

$$\tilde{n}_b(z, t) = \alpha(t) n_b \sin[k_\parallel (z - vt)]; \quad \tilde{v}_b(z, t) = \beta(t) v \cos[k_\parallel (z - vt)]. \tag{3}$$

Тогда из требования отсутствия тривиальных решений для $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ получим следующее выражение для инкремента ε:

$$\varepsilon = \frac{\omega_{b\parallel}}{\sqrt{2(1 - \omega_M/\omega_p)}}, \quad \omega_{b\parallel}^2 \equiv \frac{4\pi e^2 n_b}{m_0 \gamma_0^3}, \quad \gamma_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \tag{4a}$$

Последнее соотношение справедливо при не слишком малых значениях расстройки $\delta \equiv \omega_p - \omega_M$: $\delta \gg \varepsilon$. При $\delta \ll \varepsilon$ необходимо учитывать изменение диэлектрической постоянной плазмы, обусловленное наличием пучка. В этом случае, как легко видеть из вывода (1) и (2), $N \simeq \omega_p / \varepsilon$, так что из первого равенства формулы (4a) находим

$$\varepsilon \simeq \left(\frac{n_b}{n_p}\right)^{1/3} \frac{\omega_p}{\gamma_0}. \tag{4б}$$

Формулы (4) совпадают с полученными из гидродинамического рассмотрения [1, 2] (с точностью до численного коэффициента порядка единицы в (4б)). Поэтому можно утверждать, что учет эффектов корегентности в излучении элементарного заряда в плазме, а также обратного влияния результирующего поля на движение частиц пучка действительно дает правильную количественную оценку гидродинамических инкрементов плазменно-пучковой неустойчивости.

Для объяснения усиления модуляции пучка полем излучения и обусловленной этим зависимости инкремента (4а) от знака расстройки рассмотрим особенности фокусировки пучка полем излучения. С этой целью вычислим частоту фазовых колебаний электрона в поле (2):

$$\Omega_ф^2 \equiv -\frac{e}{m_\parallel}\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{1}{2}\omega_{b\parallel}^2 \frac{\tilde{n}_b}{n_b}\frac{1}{\omega_p/\omega_M - 1}. \tag{5}$$

Отсюда видно, что на частотах $\omega_M < \omega_p$ поле излучения усиливает первоначальную группировку пучка, а следовательно, и интенсивность излучения. В области $\omega_p < \omega_M$ поле излучения дефокусирует сгустки пучка. Именно этим объясняется экспоненциальный рост возмущений при $\omega_M < \omega_p$ и отсутствие неустойчивости при $\omega_M > \omega_p$ (ср. ([10])). Этот результат можно объяснить также и тем, что при $\omega_M < \omega_p$ последующие сгустки пучка попадают в те области фаз поля излучения предыдущих (см. ([8])), где имеет место группировка ($\Omega_ф^2 > 0$), а при $\omega_M > \omega_p$ последующие сгустки дефокусируются этим полем. В резонансной области $\omega_M \simeq \omega_p$ необходимый для группировки сдвиг собственной частоты нарастающей медленной волны плотности заряда обеспечивается изменением дисперсионных свойств плазмы за счет конечной плотности пучка.

Выше была рассмотрена неустойчивость, обусловленная элементарным эффектом излучения продольных плазменных волн частицами пучка. Легко видеть, что аналогичное рассмотрение применимо также к неустойчивостям, обусловленным коллективным взаимодействием пучков заряженных частиц с поперечными волнами в плазме и вакуумных замедляющих структурах. В частности, таким путем оказывается возможным объяснить коэффициенты усиления ЛБВ *.

Автор выражает благодарность Я. Б. Файнбергу за предложенную тему и полезные обсуждения результатов.

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
29 III 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, Отчет Физико-технич. инст. АН УССР, 1948, ДАН, 69, 555 (1949); ЖЭТФ, 21, 1262 (1951). [2] D. Bohm, E. P. Gross, Phys. Rev., 75, 1851 (1949). [3] В. Л. Гинзбург, УФН, 69, 537 (1959). [4] Я. Б. Файнберг, Атомная энергия, 11, 313 (1961). [5] А. А. Андронов, Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 4, 861 (1961). [6] В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, «Наука», 1967. [7] В. И. Курилко, Докторская диссертация, Харьковск. гос. унив., 1970. [8] Б. М. Болотовский, Кандидатская диссертация, Физ. инст. АН СССР, 1954. [9] Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, Препринт 1С/70/45, Триест, 1970. [10] В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко, М. А. Стржемечный, Атомная энергия, 24, 545 (1968). [11] А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 10, 1414 (1967). [12] Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев, Лекции по электронике СВЧ, М., 1972.

* Возможность объяснения физических механизмов возбуждения вакуумных генераторов с.в.ч. на основе элементарных эффектов излучения отмечается в обзоре ([11]) и монографии ([12]).