

Б2 244 197

ОРДENA ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ им. Б. И. СТЕПАНОВА  
АКАДЕМИИ НАУК БССР

КОВАРИАНТНЫЕ МЕТОДЫ  
В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

ОПТИКА И АКУСТИКА

(Сборник научных трудов)

Минск 1991

ЧАСТОТНО-ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТЕНЗОРОВ  
НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОСПРИИМЧИВОСТЕЙ

Б.В.Бокуть (Институт физики АН БССР),  
С.С.Гиргель (Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины)

Нелинейные оптические явления в кристаллах описываются тензорами различных рангов, причем частотная дисперсия весьма существенна. Для выяснения симметрий тензоров нелинейных оптических восприимчивостей в поглощающих кристаллах воспользуемся простой феноменологической моделью нелинейной среды [1, 2] как совокупности классических анизотропных ангармонических осцилляторов. Тогда можно получить, что в выражении для поляризации среды на частоте

$$P_i = \underline{\chi}_{ij}^{\omega_m} E_j + \underline{\chi}_{ijk}^{\omega_m; \omega_h, \omega_p} E_k E_h + \underline{\chi}_{ijk\epsilon}^{\omega_m; \omega_q, \omega_r, \omega_s} E_q E_r E_\epsilon + \dots \quad (I)$$

тензоры квадратичной  $\underline{\chi}$  и кубичной  $\underline{\Theta}$  нелинейных восприимчивостей равны соответственно

$$\underline{\chi}_{ijn}^{\omega_m; \omega_h, \omega_p} = \beta_{\pm uv} \underline{\chi}_{it}^{\omega_m} \underline{\chi}_{uj}^{\omega_h} \underline{\chi}_{vk}^{\omega_p}, \quad (2)$$

$$\underline{\Theta}_{ijk\epsilon}^{\omega_m; \omega_q, \omega_r, \omega_s} = \xi_{\pm uvw} \underline{\chi}_{it}^{\omega_m} \underline{\chi}_{uj}^{\omega_q} \underline{\chi}_{vk}^{\omega_r} \underline{\chi}_{we}^{\omega_s}, \quad (3)$$

причем частоты связаны между собой и удовлетворяют соотношениям

$$\omega_m = \omega_h + \omega_p; \quad \omega_m = \omega_q + \omega_r + \omega_s. \quad (4)$$

Для кристаллов ромбической сингонии тензор линейной восприимчивости на частоте  $\omega_m$  равен

$$\underline{\chi}_{ij}^{\omega_m} = \frac{e^2 N}{m f_i \omega_m} \left( \delta_{ij} - \frac{i e \omega_m \epsilon_{ijk} H^0_k}{m c f_i \omega_m} \right), \quad (5)$$

где  $f_i = \omega_m^2 - \omega_{oi}^2 - i \omega_m \gamma_i^{\omega_m}$ ,  $N$  - число осцилляторов в единице объема,  $\omega_{oi}$  - собственная частота колебаний, а  $\gamma_i^{\omega_m}$  - коэффициенты

затухания на частоте  $\omega_m$  вдоль  $i$ -й оси соответственно,  $H^0$  - внешнее магнитное поле или параметр магнитного упорядочения.

Выражения (2), (3) являются обобщением известной формулы Миллера [3] на случай гироанизотропной нелинейной поглощающей среды, причем тензор  $\underline{\theta}$  является аналогом параметра  $\Delta$  Миллера.

Для установления симметрии тензоров  $\underline{\chi}$ ,  $\underline{\chi}$ ,  $\underline{\theta}$  введем следующие симметрийные операции:  $\underline{\mathcal{I}}$  - операция обращения во времени магнитной структуры (изменение направлений всех магнитных моментов, магнитных полей и токов на противоположные); операция инверсии времени  $\underline{\mathcal{T}}$ . Для монохроматических волн она сводится к операции комплексного сопряжения  $\underline{\mathcal{K}}$ , которая изменяет знаки всех частот на противоположные;  $\underline{\mathcal{I}}$  - операция изменения знака линейного поглощения. Под воздействием  $\underline{\mathcal{I}}$  поглощение заменяется усилением и наоборот.

Из этих определений следует, что

$$\underline{\mathcal{I}}^* = \underline{\mathcal{I}}, \quad \underline{\mathcal{I}}^* = \underline{\mathcal{T}}, \quad \underline{\mathcal{I}} = \underline{\mathcal{T}}^*, \quad \underline{\mathcal{T}}^* = \underline{\mathcal{I}}, \quad (6)$$

где несколько символов содержат комбинированные операции.

Из (5) вытекает, что в поглощающих магнитных средах тензор линейной восприимчивости  $\underline{\chi}$  обладает следующими свойствами симметрии:

$$\underline{\chi}_{ik}^{\omega} = \underline{\chi}_{ki}^{\omega}; \quad \underline{\chi}_{ik}^{\omega} = \underline{\chi}_{ik}^{-\tilde{\omega}} = (\underline{\chi}_{ik}^{-\omega})^*, \quad (7); \quad (7\alpha)$$

где замена  $\omega \rightarrow (-\tilde{\omega})$  означает изменение знаков частоты  $\omega$  и поглощения  $\gamma^\omega$  на противоположные, а подчеркивание - обращение во времени магнитной структуры.

Полагая далее, что тензоры  $\underline{\beta}$  и  $\xi$  не зависят от частоты и магнитного упорядочения и симметричны по всем индексам, и учитывая симметрию  $\underline{\chi}$ , находим, что

$$\underline{\chi}_{ijk}^{m; n, p} = \underline{\chi}_{jik}^{n; m, p} = (\underline{\chi}_{jik}^{\tilde{m}, \tilde{n}, \tilde{p}})^*; \quad (8)$$

$$\underline{\Theta}_{ijk\epsilon}^{q; r, s} = \underline{\Theta}_{jike}^{q; r, s} = (\underline{\Theta}_{jike}^{\tilde{q}, \tilde{r}, \tilde{s}})^*. \quad (9)$$

Здесь, для краткости, частоты обозначены одним индексом:  $\omega_m \rightarrow m$ ,  $\omega_h \rightarrow \tilde{h}$ ,  $-\tilde{\omega}_p \rightarrow \tilde{p}$  и т.д.

Найденные частотно-перестановочные соотношения (ЧПС) (8), (9) можно сформулировать так.

У тензоров нелинейных оптических восприимчивостей можно переставлять одновременно дёкарты индексы и соответствующие им частоты. Если же переставляется крайний слева индекс, то у тензоров следует дополнительно изменить знак магнитной структуры и знаки частот и поглощения при непереставляемых индексах на противоположные.

Для линейных поглощающих сред ЧПС (7) представляют собой известный в линейной электродинамике принцип симметрии кинетических коэффициентов, или линейный принцип Онзагера. Поэтому можно сказать также, что ЧПС (8), (9) являются обобщением принципа Онзагера на нелинейные оптические явления в поглощающих кристаллах. В отличие от линейных соотношений взаимности Онзагера, накладывающих ограничения временной симметрии на компоненты тензоров одного и того же свойства, найденные нами ЧПС связывают тензоры различных нелинейных эффектов в одном поглощающем кристалле, но находящемся в термодинамически различных состояниях, когда поглощение на некоторых частотах становится отрицательным. Практически среды, обладающие отрицательным поглощением, хорошо известны. Это, например, лазерные среды с инверсной заселенностью.

Из найденных ЧПС для поглощающих нелинейных сред следует как частные случаи ряд результатов, известных в литературе. Так, когда поглощение отсутствует на некоторых частотах, получаем ЧПС для частично поглощающих сред, предложенные в [4, 2], без магнитной структуры - в [2, 5-8]. Если среду считать полностью прозрачной на всех взаимодействующих частотах, то (8), (9) переходят в хорошо известные ЧПС, ранее предложенные в [1, 8] (см. также [2]).

Хотя (8), (9) выведены на базе модельных представлений, можно полагать, что они будут справедливы и в общем случае. Кроме того, ЧПС (8), (9) несложно обобщить на более общие, чем уравнения связи (1) и учсть также возможные эффекты пространственной дисперсии.

#### Литература

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики. - М.: Издво ВИНИТИ, 1965. - 283 с.

2. Бломберген Н. Нелинейная оптика. - М.: Мир, 1966. - 424 с.
3. Miller R.C. Optical second harmonic generation in piezoelectric crystals // Appl. Phys. Lett. - 1964. - V. 5, № 1. - P. 17 - 19.
4. Гиргель С.С., Демидова Т.В. Свойства симметрии тензоров нелинейных оптических восприимчивостей анизотропных магнитных сред. - М.: МФТИ, 1987. - С. 53 - 55.
5. Ефремов Г.Ф. Соотношения симметрии для тензора кросс-восприимчивости. // ЖЭТФ. - 1966. - Т. 51, № 1. - С. 156 - 164.
6. Ефремов Г.Ф., Новиков М.А. Соотношения симметрии для нелинейных восприимчивостей в средах с поглощением. // Тезисы докладов ХП Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Часть II. - Москва, 26 - 29 августа 1985 г. - М.: 1985. - С. 803 - 804.
7. Клышко Д.Н. Физические основы квантовой электроники. - М.: Наука, 1986. - 293 с.
8. Pershan P.S. Nonlinear optical properties of solids: energy considerations // Phys. Rev. - 1963. - V. 130, № 3. - P. 919 - 929.