

ТЕОРЕМА 1. Два слова $v, w \in \Pi_\Gamma$, где Π_Γ – полугруппа Артина с древесной структурой, равны в Π_Γ тогда и только тогда, когда они равны в соответствующей ей группе Артина G_Γ .

При доказательстве непосредственно используется структура диаграммы равенства слов в группах Артина с древесной структурой. [2]

ТЕОРЕМА 2. Полугруппа Π_Γ Артина с древесной структурой изоморфно вложима в соответствующую ей группу Артина G_Γ с древесной структурой.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Два слова v, w , принадлежащие полугруппе Π , сопряжены в Π , если существует слово $z \in \Pi$, такое, что $zw = vz$ либо $wz = zv$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Будем говорить, что в полугруппе Π разрешима проблема сопряженности слов, если существует алгоритм, позволяющий для любых двух слов v, w принадлежащих Π , установить сопряжены ли w и v в Π .

ТЕОРЕМА 3. В полугруппе Артина Π_Γ с древесной структурой два слова v, w сопряжены в Π_Γ тогда и только тогда, когда они сопряжены в соответствующей ей группе Артина G_Γ с древесной структурой.

При доказательстве используется структура диаграммы сопряженности слов в группах Артина с древесной структурой [2]

ТЕОРЕМА 4. В полугруппе Артина Π_Γ с древесной структурой алгоритмически разрешима проблема сопряженности слов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Н. Безверхний О группах Артина, Кокстера с древесной структурой. Алгебра и теория чисел. Современные проблемы и их приложения. Тезисы докладов V Международной конференции, Тула, 2003, с. 33- 34
2. Безверхний В. Н. Карпова О.Ю. Проблемы равенства и сопряженности слов в группах Артина с древесной структурой // Известия тул. Гос. Университета, серия Математика. Механика. Кибернетика. 2006, т. 12 вып. 1, с. 67-82.

УДК 512.54

О пересечении A -допустимых абнормальных подгрупп

Р. В. Бородич (Беларусь, г. Гомель)

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины
e-mail: Borodich@gsu.by

Е. Н. Бородич (Беларусь, г. Гомель)

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины
e-mail: Borodich@gsu.by

М. В. Селькин (Беларусь, г. Гомель)

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины
e-mail: Borodich@gsu.by

On the intersection of A - admissible abnormal subgroups

R. V. Borodich (Belarus, Gomel)

Francisk Skorina Gomel State University

e-mail: Borodich@gsu.by

E. N. Borodich (Belarus, Gomel)

Francisk Skorina Gomel State University

e-mail: Borodich@gsu.by

M. V. Sel'kin (Belarus, Gomel)

Francisk Skorina Gomel State University

e-mail: Borodich@gsu.by

Все рассматриваемые группы конечны. Исследование пересечений максимальных подгрупп является одной из классических задач восходящих к работе Фраттини [1]. В 50-х годах теорема Фраттини получила развитие в работах Гашюца [2], Дескинса [3]. Дальнейший интерес к подгруппам фраттиниевого типа, в значительной степени, связан с развитием теории формаций (см. монографии [4, 5]).

Пусть даны группа G , множество A и отображение $f : A \mapsto \text{Aut}(G)$, где $\text{Aut}(G)$ — автоморфное отображение группы G в себя или автоморфизм группы G . Подгруппа M называется A -допустимой, если M выдерживает действие всех операторов из A , то есть $M^\alpha \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Несложно заметить, что так как операторы действуют как соответствующие им автоморфизмы, то каждая характеристическая подгруппа является A -допустимой для произвольной группы операторов.

Подгруппа H группы G называется максимальной A -допустимой подгруппой в G , если H является A -допустимой и любая собственная A -допустимая подгруппа из G , содержащая H , совпадает с H .

Обозначим через $\Delta(G, A)$ пересечение ядер всех абнормальных максимальных A -допустимых подгрупп. Если в G абнормальных максимальных A -допустимых подгрупп нет, то положим $\Delta(G, A) = G$. В случае единичности группы операторов подгруппа $\Delta(G, A)$ совпадает с подгруппой Гашюца $\Delta(G)$ [2].

Необходимо отметить, что не каждая максимальная подгруппа будет являться максимальной A -допустимой относительно некоторой группы операторов A , а так же не всякая максимальная A -допустимая подгруппа группы является максимальной подгруппой в этой же группе (см. [6]).

Теорема. Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$. Если N — нормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Delta(G, A) \in \mathfrak{F}$. Тогда N представима в виде прямого произведения $N = N_1 \times N_2$, множители которого удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $N_1 \in \mathfrak{F}$;
- 2) $\pi(N_2) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset$;
- 3) $N_2 \subseteq \Delta(G, A)$.

Следствие. Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация, содержащая $\mathfrak{N}$ и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$. Если N — нормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Delta(G, A) \in \mathfrak{F}$, то $N \in \mathfrak{F}$.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Frattini G. *Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni* // Atti Acad. Dei Lincei 1885. Vol. 1. P. 281–285.

2. Gaschütz W. *Über die Φ -Untergruppen endlicher Gruppen* // Math. Z. 1953. Bd. 58. S. 160–170.
3. Deskins W. E. *A condition for the solvability of a finite group* // III.J.Math. 1961. Vol. 5. № 2, P. 306–313.
4. Селькин М. В. *Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп*. Мн.: Беларуская навука, 1997.
5. Скиба А. Н. *Алгебра формаций*. Мн.: Беларуская навука, 1997.
6. Бородич Р. В. *Об $\mathfrak{F}$ -достижимых подгруппах в группах с операторами* / Бородич Р. В., Бородич Е. Н., Селькин М. В. // Проблемы физики, математики и техники. 2015. № 2, — с. 33–39.

УДК 512.542

Конечные группы с заданным вложением силовских подгрупп

А. Ф. Васильев (Беларусь, г. Гомель)

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

e-mail: formation56@mail.ru

Finite groups with a given embedding of Sylow subgroups

A. F. Vasil'ev (Belarus, Gomel)

Francisk Scorina Gomel State University

e-mail: formation56@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Знание свойств вложения силовских подгрупп в группу позволяет во многих случаях получить существенную информацию о самой группе. Например, группа G нильпотентна тогда и только тогда, когда ее силовские подгруппы нормальны (субнормальны) в G . Согласно известной теореме Глаубермана [1], если все силовские подгруппы группы самонормализуемы, то группа является p -группой для некоторого простого числа p .

Хорошо известны [2] следующие обобщения понятия субнормальности. Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая формация. Подгруппа H группы называется: $\mathfrak{F}$ -субнормальной в G , если либо $H = G$, либо существует максимальная цепь подгрупп $H = H_0 < H_1 < \dots < H_{n-1} < H_n = G$ такая, что $H_i^{\mathfrak{F}} \leq H_{i-1}$ для $i = 1, \dots, n$; К- $\mathfrak{F}$ -субнормальной в G , если существует цепь подгрупп $H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_{n-1} \leq H_n = G$ такая, что либо $H_{i-1} \trianglelefteq H_i$, либо $H_i^{\mathfrak{F}} \leq H_{i-1}$ для $i = 1, \dots, n$.

В случае, когда $\mathfrak{F}$ совпадает с классом $\mathfrak{N}$ всех нильпотентных групп, всякая $\mathfrak{N}$ -субнормальная подгруппа является субнормальной, обратное утверждение в общем случае неверно. Однако в разрешимых группах эти понятия эквивалентны.

Отметим, что в любой группе всякая субнормальная подгруппа является К- $\mathfrak{F}$ -субнормальной, обратное утверждение верно не всегда. Для случая $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}$ понятия субнормальной и К- $\mathfrak{N}$ -субнормальной подгрупп эквивалентны.

В монографии [2] нашли отражение результаты многочисленных работ, в которых изучались свойства $\mathfrak{F}$ -субнормальных, К- $\mathfrak{F}$ -субнормальных подгрупп и их приложения.