АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ОПТИКА
И
СПЕКТРОСКОПИЯ

ТОМ XVII

ВЫПУСК

4

ОКТЯБРЬ 1964

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

ТОМ XVII, ВЫП. 4 · ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ · 1964 год

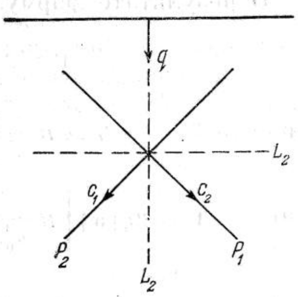
УДК 548.0 : 535.56

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫМИ ИНВЕРСИОННО-ПЛАНАЛЬНЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

Б. В. Бокуть и *Ф. И. Федоров*

Определены амплитуды волн отраженной и преломленных оптически активным кристаллом инверсионно-планального класса тетрагональной сингонии в различных случаях ориентации бинормали. Обсуждается возможность экспериментального обнаружения и измерения параметра оптической активности таких кристаллов. Показано, что равенство нулю скалярного параметра гирации еще не указывает на отсутствие свойства оптической активности в кристаллах.

В предыдущей работе [1] были получены общие выражения для амплитудных множителей волн, отраженных и преломленных инверсионно-планальным оптически активным кристаллом тетрагональной сингонии с произвольной ориентацией оптической оси. Применим результаты [1] [формулы (27)—(31)] для анализа полей отраженной и преломленных волн в различных случаях ориентации бинормали относительно поверхности раздела, а также в зависимости от поляризации падающей волны.



1. Бинормаль c параллельна плоскости раздела сред.

а. Плоскость падения параллельна бинормали и проходит через кристаллическую ось второго порядка L_2 (L_2 делит пополам угол между плоскостями симметрии P_1, P_2). При такой ориентации кристалла и плоскости падения имеем [1,2] (см. рисунок) [1]

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\,\mathbf{c}, \quad \mathbf{a} = |\mathbf{a}|\,\frac{\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{bc} = |\mathbf{a}|, \quad \mathbf{ac} = \mathbf{qc} = \mathbf{bc}_1 = \mathbf{bc}_2 = 0. \quad (1)$$

При этом формулы (30) работы [1] принимают следующий вид

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{g} = p\bar{\eta}\mathbf{q}, \quad g = \frac{p\bar{\eta}^2}{\bar{n}}, \quad n_0^2 = \varepsilon_0, \quad n_e^2 = \varepsilon_e + \left(1 - \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0}\right)\mathbf{a}^2,\\
&n_\pm^2 = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left[\varepsilon_0(\varepsilon_0 + \mathbf{a}^2) + \varepsilon_e(\varepsilon_0 - \mathbf{a}^2) \pm (\varepsilon_0 - \mathbf{a}^2)\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_e)^2 + 4p^2\bar{n}^2}\right],\\
&\eta_0^2 = \varepsilon_0 - \mathbf{a}^2, \quad \eta_e^2 = \eta_0^2\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta_0}{2\sqrt{\varepsilon_0}}\left(\sqrt{\varepsilon_e} + \sqrt{\varepsilon_0}\right),\\
&\eta_+ = \sqrt{\eta_0^2 + \frac{2g^2}{n_0^2 - n_e^2}}, \quad \eta_- = \sqrt{\eta_e^2 - \frac{2g^2}{n_0^2 - n_e^2}}, \quad \gamma = \frac{g}{n_0^2 - n_e^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

[1] Относительно обозначений см. [1].

Определив выражения $\mathbf{qh}_\pm$, $\mathbf{ah}_\pm$ и $\mathbf{be}_\pm$ (31) [1] с учетом (1) и (2), по формулам [1] (23), находим амплитудные множители отраженной A', B' и преломленных $A_\pm$ волн

$$\left.\begin{aligned} A' &= A\frac{\eta-\eta_+}{\eta+\eta_+} - 2iB\frac{\gamma(\eta_+-\eta_-)\,n\bar{n}\eta}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)},\\ B' &= B\frac{n_0^2n_e\eta_e\eta - n^2n_-\eta_0^2}{n_0^2n_e\eta_e\eta + n^2n_-\eta_0^2} + 2iA\frac{pn\eta\bar{\eta}}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)},\\ A_+ &= \frac{2n_0\eta\,|\mathbf{a}|}{\eta+\eta_+}\left(A - iB\frac{\gamma(\eta+\eta_-)\,nn_0}{n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta}\right),\\ A_- &= 2n_0\eta\,|\mathbf{a}|\left[B\frac{nn_0n_e\eta_e}{n_0^2n_e\eta_e\eta + n^2n_-\eta_0^2} + iA\frac{1}{\eta+\bar{\eta}}\left(\gamma + \frac{pn^2\bar{\eta}}{\bar{n}(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Если пренебречь оптической активностью, то выражения (3) совпадают с соответствующими значениями A', B', $A_\pm$ для неактивных одноосных кристаллов [2].

б. Плоскость падения перпендикулярна бинормали. Для этого случая имеем (см. рисунок)

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{c}_1+\mathbf{c}_2}{\sqrt{2}},\quad \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\frac{\mathbf{c}_1-\mathbf{c}_2}{\sqrt{2}},\quad \mathbf{a} = |\mathbf{a}|\,\mathbf{c},\quad \mathbf{bc} = \mathbf{qc} = \mathbf{ac}_1 = \mathbf{ac}_2 = 0,$$

$$\mathbf{g} = p(\bar{\eta}\mathbf{q}-\mathbf{b}),\quad g = \frac{p}{\bar{n}}(\bar{\eta}^2-\mathbf{a}^2),\quad n_e^2 = \varepsilon_e,\quad \eta_e^2 = \varepsilon_e - \mathbf{a}^2.$$

В результате формулы [1] (31), (23) дают

$$\left.\begin{aligned} A' &= A\frac{\eta-\eta_-}{\eta+\eta_-} + 2iB\frac{\gamma(\eta_+-\eta_-)\,n\bar{n}\eta}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)},\\ B' &= B\frac{n_0^3\eta - n^2n_+\eta_0}{n_0^3\eta + n^2n_+\eta_0} - 2iA\frac{pn\eta\bar{\eta}}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)},\\ A_+ &= 2\eta\,|\mathbf{a}|\left[B\frac{nn_0^3}{n_0^3\eta + n^2n_+\eta_0} - iA\frac{n_e}{\eta+\bar{\eta}}\left(\gamma - \frac{pn^2\bar{\eta}}{\bar{n}(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)}\right)\right],\\ A_- &= 2\eta\,|\mathbf{a}|\left(A\frac{n_e}{\eta+\eta_-} - iB\frac{\gamma nn_0^2}{n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta}\right). \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

2. Бинормаль перпендикулярна к поверхности раздела.

а. Плоскость падения проходит через бинормаль $\mathbf{c}$ и кристаллографическую ось второго порядка L_2. Для рассматриваемого случая

$$\mathbf{q} = \mathbf{c},\quad \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\frac{\mathbf{c}_1+\mathbf{c}_2}{\sqrt{2}},\quad \mathbf{a} = |\mathbf{a}|\frac{\mathbf{c}_1-\mathbf{c}_2}{\sqrt{2}},\quad \mathbf{ac} = \mathbf{bc} = \mathbf{qc}_1 = \mathbf{qc}_2 = 0,\quad \mathbf{g} = p\mathbf{b},$$

$$g = \frac{p\mathbf{a}^2}{\bar{n}},\quad n_e^2 = \varepsilon_0 + \left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}\right)\mathbf{a}^2,\quad \eta_e^2 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}(\varepsilon_e - \mathbf{a}^2),$$

и на основании тех же формул работы [1] находим

$$\left.\begin{aligned} A' &= A\frac{\eta-\eta_+}{\eta+\eta_+} - 2iB\frac{\gamma(\eta_+-\eta_-)\,n\bar{n}\eta}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)},\\ B' &= B\frac{n_0^2n_e\eta - n^2n_-\eta_e}{n_0^2n_e\eta + n^2n_-\eta_e},\\ A_+ &= 2\eta n_0\,|\mathbf{a}|\left(A\frac{1}{\eta+\eta_+} + iB\frac{\gamma nn_0}{n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta}\right),\\ A_- &= -2\eta n_0\,|\mathbf{a}|\left(b\frac{nn_0n_e}{n^2n_-\eta_e + n_0^2n_e\eta} + iA\frac{\gamma(n^2\bar{\eta}-\bar{n}^2\eta)}{(\eta+\bar{\eta})(n^2\bar{\eta}+\bar{n}\eta)}\right). \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

б. Нормальное падение. Так как вектор активности $\mathbf{g}$ всегда расположен в плоскости, перпендикулярной бинормали, и определяется векторами $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$, а в рассматриваемом случае $\mathbf{bc}_1 = \mathbf{bc}_2 = \mathbf{qc}_1 = \mathbf{qc}_2 = 0$, то $\mathbf{g} = g = 0$. Следовательно, в этом случае отраженная и преломленные волны будут распространяться в точности так же, как и в неактивном одноосном кристалле.

3. Рассмотрим случай, когда плоскость падения совпадает с одной из плоскостей симметрии кристалла, а бинормаль ориентирована произвольно относительно плоскости раздела. При этом

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{ac} = \mathbf{ac}_2 = \mathbf{bc}_1 = \mathbf{qc}_1 = 0,\quad \mathbf{a}\parallel\mathbf{c}_1,\\ &\mathbf{g} = p(\mathbf{bc}_2 + \bar{\eta}\mathbf{qc}_2)\,\mathbf{c}_1,\quad g = 0,\quad \gamma = 0,\\ &n_+ = n_0,\quad n_- = n_e,\quad \eta_+ = \eta_0,\quad \eta_- = \eta_e. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Для амплитудных множителей получаем выражения

$$\left.\begin{aligned} A' &= A\frac{\eta-\eta_0}{\eta+\eta_0},\\ B' &= B\left[\frac{\mathbf{bc}\,(n_0^2\eta_e\eta - n^2\eta_0^2) + \mathbf{qca}^2(n^2\eta_e - n_0^2\eta)}{\mathbf{bc}\,(n_0^2\eta_e\eta + n^2\eta_0^2) - \mathbf{qca}^2(n^2\eta_e + n_0^2\eta)} + 2i\frac{\mathbf{ag}\eta n^2}{(n^2\eta_e + n_0^2\eta)^2}\right],\\ A_+ &= -A\frac{2\eta n_0\mathbf{a}^2\sqrt{[\mathbf{m}_0\mathbf{c}]^2}}{(\eta+\eta_0)(\eta_0\mathbf{bc} - \mathbf{a}^2\mathbf{qc})},\\ A_- &= B\left[\frac{n\eta n_0^2\mathbf{a}^2\sqrt{[\mathbf{m}_e c]^2}}{\mathbf{bc}\,(n^2\eta_0^2 + n_0^2\eta_e\eta) - \mathbf{qca}^2(n^2\eta_e + n_0^2\eta)} + i\frac{\mathbf{ag}n^3\eta\mathbf{a}^2\sqrt{\bar{n}^2(\mathbf{bc})^2 - \bar{\eta}^2(\mathbf{qc})^2}}{(n^2\bar{\eta}+\bar{n}^2\eta)(\mathbf{a}^2\mathbf{qc} - \bar{\eta}\mathbf{bc})}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Произведенные расчеты показывают, что амплитудные множители A', B', $A_\pm$ являются в общем комплексными величинами [формулы (3)—(5), (7)]. Это приводит к тому, что в инверсионно-планальных кристаллах свойство оптической активности проявляется только в факте эллиптической поляризации отраженной и преломленных волн. Вращение плоскости поляризации у них не имеет места ни при каком направлении распространения света, в том числе и вдоль оптической оси, так как $\gamma \neq 1$ при любых $\mathbf{m}_\pm$. При совпадении плоскости падения с одной из плоскостей симметрии кристалла скалярный параметр гирации $g = 0$. В этом случае на показатели преломления оптическая активность не оказывает никакого влияния (6). Ориентация векторов магнитного поля преломленных волн также не отличается от ориентации этих векторов в одноосных неактивных кристаллах, так как $\gamma = 0$ (6). В силу параллельности векторов $\mathbf{e}_0$ и $\mathbf{g}$ (см. формулы (29) [1] и (7)) вектор $\mathbf{E}_+$ также оказывается линейным [2]. Однако при этом электрический вектор $\mathbf{E}_-$ является не линейным, как в случае неактивных кристаллов, а эллиптическим, поскольку векторы $\mathbf{e}_e$ и $\mathbf{g}$ взаимно ортогональны (см. (28), (29) [1] и (7)). Эллиптическими оказываются и векторы поля $\mathbf{E}'$, $\mathbf{H}'$ отраженной волны (см. (25) [1] и (7)). Эллиптичность этих векторов обусловлена тем, что вектор оптической активности (гирации) $\mathbf{g} \neq 0$.

Таким образом, равенство нулю скалярного параметра гирации g вовсе не означает отсутствия оптически активных свойств в кристаллах, а свидетельствует лишь о том, что данная среда не может вращать плоскость поляризации. Подобный случай имеет место в кристаллах планальных классов средних сингоний [3, 4].

Определим эллиптичность отраженной волны в случае, когда плоскость падения совпадает с плоскостью симметрии. Для этого воспользуемся приведенным вектором [2] отраженной волны, который имеет в нашем случае вид (см. (25) [1])

$$\mathbf{E}'_r = \sqrt{\frac{|\mathbf{E}'^2|}{\mathbf{E}'^2}}\,\mathbf{E}' = A\left\{(X\mathbf{a} + \varkappa Y[\mathbf{n}'\mathbf{a}]) + i\frac{XZ\varkappa}{X^2+\varkappa^2Y^2}(X[\mathbf{n}'\mathbf{a}] - \varkappa Y\mathbf{a})\right\}, \quad (8)$$

где через X, Y обозначены вещественные множители при A и B, а Z — мнимая часть B' в выражении (7) для амплитуд отраженной волны; $\varkappa = \frac{B}{A}$. В (8) вещественная часть вектора $\mathbf{E}'_r$ дает большую, а мнимая — малую оси эллипса колебаний отраженной волны. Из (8) непосредственно находится ее эллиптичность

$$\frac{b}{a} = \frac{\varkappa XZ}{X^2 + \varkappa^2 Y^2}. \tag{9}$$

Отсюда видно, что если падающая волна будет линейно поляризована перпендикулярно ($\varkappa = 0$) или параллельно ($\varkappa = \infty$) плоскости падения, то отраженная волна будет также линейно поляризована.

Найдем экстремальные значения эллиптичности отраженной волны в зависимости от азимута колебания падающей волны $\varkappa$. Приравнивая нулю производную по $\varkappa$ и решая полученное уравнение, находим

$$\varkappa_{1,2} = \pm \frac{X}{Y}. \tag{10}$$

Значения $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ соответствуют максимумам эллиптичности отраженной волны

$$\frac{b}{a} = \pm \frac{Z}{2Y} = \pm \frac{\mathbf{ag}\eta n^2}{(n^2\eta_e + n_0^2\eta)^2} \frac{\mathbf{bc}\,(n_0^2\eta_e\eta + n^2\eta_0^2) - \mathbf{qca}^2\,(n^2\eta_e + n_0^2\eta)}{\mathbf{bc}\,(n_0^2\eta_e\eta - n^2\eta_0^2) + \mathbf{qca}^2\,(n^2\eta_e - n_0^2\eta)}. \tag{11}$$

Для обнаружения эллиптической поляризации отраженной волны можно поступить следующим образом. Направим на кристалл линейно поляризованную волну с азимутом колебаний, определяемым (10). Плоскость падения должна совпадать с плоскостью симметрии кристалла, оптическая ось которого может быть произвольно ориентирована относительно поверхности раздела. Изменяя угол падения, можно добиться совпадения нормалей преломленных волн с бинормалью кристалла. В этом случае отраженный свет будет строго линейно поляризованным $\left[\text{так как } \mathbf{g} = 0 \text{ (6) и (11) дает } \frac{b}{a} = 0\right]$. При всех других углах падения отраженная волна будет иметь эллиптическую поляризацию.

Когда плоскость падения не совпадает с плоскостью симметрии, согласно (3), (4), (5), отраженная и преломленные волны будут в общем случае поляризованы эллиптически.

Пусть на кристалл падает линейно поляризованная в плоскости падения волна ($B = 0$). При этом в случае 2, а отраженная волна будет линейно поляризована в плоскости падения, а в случаях 1, а и 1, б она будет поляризована эллиптически, с большой осью эллипса колебаний, перпендикулярной плоскости падения, и малой — в плоскости падения. Эллиптичность определяется следующими выражениями [см. (3), (4)]

$$\left.\begin{aligned} \frac{b}{a} &= \frac{2pn\eta\bar\eta}{(\eta - \eta_0)(n^2\bar\eta + \bar n^2\eta)} \quad \text{для случая 1, а,} \\ \frac{b}{a} &= -\frac{2pn\eta\bar\eta}{(\eta - \eta_e)(n^2\bar\eta + \bar n^2\eta)} \quad \text{для случая 1, б.} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Предположим теперь, что падающая волна линейно поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости падения ($A = 0$). Во всех разобранных случаях ориентации кристалла 1, а, 1, б, 2, а отраженная волна будет эллиптически поляризована. Большая ось эллипса колебаний оказывается расположенной в плоскости падения, а малая перпендикулярна к плоскости падения. Отношение полуосей эллипсов равно, соответственно

$$\left.\begin{aligned} \frac{b}{a} &= -\frac{2pn\bar\eta^3\varepsilon_0(\eta_0 - \eta_e)}{\eta(\varepsilon_0 - \varepsilon_e)(\eta + \bar\eta)(n_0^2\eta_e\eta - n^2\eta_0^2)} \quad \text{для 1, а,} \\ \frac{b}{a} &= \frac{2pn\eta(\eta_0 - \eta_e)(\bar\eta^2 - \mathbf{a}^2)}{(\varepsilon_0 - \varepsilon_e)(\eta + \bar\eta)(n_0^2\eta - n^2\eta_0)} \quad \text{для 1, б,} \\ \frac{b}{a} &= -\frac{2pn\eta\varepsilon_e(\eta_0 - \eta_e)}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_e)(\eta + \bar\eta)(n_0^2\eta - n^2\eta_e)} \quad \text{для 2, а.} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Следует заметить, что ожидаемый эффект должен быть мал, так как эллиптичности (11)—(13) пропорциональны малому параметру активности $p = k_0 p_1$. Однако выражения (12), (13) и (11) все же дают возможность определить параметр оптической активности. Это связано с наличием в знаменателях (12), (13) и (11) разностей $(\eta - \eta_0)$, $(\eta - \eta_e)$ и т. д., которые при помощи подбора соответствующей иммерсионной жидкости могут быть сделаны достаточно малыми [4]. Путем подбора показателя преломления иммерсионной жидкости, граничащей с кристаллом, можно, вероятно, добиваться даже круговой поляризации отраженной волны.

Таким образом, изложенный в работе [4] метод определения параметра оптической активности для кристаллов планальных классов средних сингоний полностью применим и для определения параметра p кристаллов инверсионно-планального класса тетрагональной сингонии.

Литература

[1] Ф. И. Федоров, Б. В. Бокуть. Опт. и спектр., *15*, 798, 1964.
[2] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд. АН БССР, Минск, 1958.
[3] Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *6*, 377, 1959.
[4] Ф. И. Федоров, Б. В. Бокуть, А. Ф. Константинова. Кристаллография, *7*, 910, 1962.

Поступило в Редакцию 7 мая 1963 г.