

УДК 512.542

О МАКСИМАЛЬНЫХ АВНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУППАХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП¹

М. В. Селькин, Р. В. Бородич

Подгрупповым m -функтором Θ называется функция, которая сопоставляет каждой группе G некоторое множество $\Theta(G)$, состоящее из выделенных максимальных подгрупп группы G и самой группы G , при этом предполагается, что $\Theta(G^\alpha) = (\Theta(G))^\alpha$ для любого автоморфизма α группы G . Устанавливаются строение функторно-обобщенной подгруппы Фраттини и ее влияние на свойства группы.

Ключевые слова: конечная группа, p -нильпотентная группа, максимальная подгруппа, m -функтор.

M. V. Sel'kin, R. V. Borodich. On maximal abnormal subgroups of finite groups.

A subgroup m -functor Θ is a function that maps each group G to some set $\Theta(G)$ consisting of maximal subgroups of G and the group G itself; it is assumed that $\Theta(G^\alpha) = (\Theta(G))^\alpha$ for any automorphism α of G . We establish the structure of the functor generalized Frattini subgroup and its influence on the properties of the group.

Keywords: finite group, p -nilpotent group, maximal subgroup, m -functor.

Введение

В теории конечных групп центральное место занимают объекты, экстремально расположенные в группе. К таким объектам в первую очередь относятся максимальные подгруппы. Знание их строения, способа вложения в группу, взаимодействия между собой и другими подгруппами позволяет вскрывать новые свойства самих групп. Это и предопределило особый интерес исследователей к максимальным подгруппам еще на рубеже 19–20 веков (Г. Фраттини, О. Ю. Шмидт). Со временем выделилось и стало интенсивно развиваться одно из направлений теории конечных групп — исследование строения группы в зависимости от свойств некоторой системы ее максимальных подгрупп и их пересечений. На первом этапе эти исследования проводились применительно к конкретным классическим группам (О. Ю. Шмидт, Н. Ито, Б. Хушперт, К. Дерк, Р. Картер, Б. Фишер, Т. Хоукс, Л. А. Шеметков, Л. С. Казарин, Ю. А. Корзюков, Дж. Томпсон, Б. Бауман, Ф. Холл, В. Гашюц, В. Дескинс, Д. Барнс и др., см. обзоры [1; 2], В. С. Монахов [3]).

Осознание общности различных конкретных фактов в теории конечных групп привело к возникновению теории формаций (В. Гашюц), которая породила серию новых идей, понятий и позволила получить ряд классических результатов (Р. Картер, Т. Хоукс, Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба, М. В. Селькин, А. Болистер-Болиншес, И. Фенг, Б. Чанг, Х. Бетчел, М. Хофман, Д. Бейдлеман, Х. Смит, В. В. Шлык и др., см. монографии [4; 5]).

В 90-е годы 20 в. были найдены новые функциональные подходы к изучению свойств конечных групп. Они позволили посмотреть с единой точки зрения на многие результаты теории групп, объединив их в общей схеме применения подгрупповых функторов и классов групп: формаций, классов Фиттинга, классов Шунка (Д. Барнс, О. Кегель, Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба [6], С. Ф. Каморников, М. В. Селькин и др., см. монографии [4; 5], Р. В. Бородич и М. В. Селькин [7; 8]). Это дало возможность наряду с организующими возможностями подгрупповых функторов использовать их как аппарат исследования этих классов.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф 11М-159).

Данная работа является продолжением этих исследований и посвящается юбилею доктора физико-математических наук, профессора, члена-корреспондента РАН Александра Алексеевича Махнева, которому мы искренне благодарны за внимание и ценные советы.

1. Необходимые обозначения и вспомогательные результаты

Подгрупповым m -функтором Θ называется функция, которая сопоставляет каждой группе G некоторое множество $\Theta(G)$, состоящее из выделенных максимальных подгрупп группы G и самой группы G . При этом предполагается, что $\Theta(G^\alpha) = (\Theta(G))^\alpha$ для любого автоморфизма α группы G [4].

Пусть Θ — некоторый подгрупповой m -функтор и $\mathfrak{X}$ — класс групп. Для любой группы G положим $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G) = \cap M$, где $M \in \Theta(G) \setminus \{G\}$ и $M \notin \mathfrak{X}$. Если в группе G нет максимальных подгрупп M с отмеченным выше свойством, то полагаем $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G) = G$. Если $\mathfrak{X} = \emptyset$, то $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G) = \Phi_\theta(G)$ для любой группы G . Если $\Theta(G)$ содержит все максимальные подгруппы группы G , не принадлежащие $\mathfrak{X}$, то положим $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G) = \Phi^{\mathfrak{X}}(G)$. В случае, когда $\mathfrak{X}$ — формация всех p -нильпотентных групп, будем вместо $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)$ использовать обозначение $\Phi_\theta^p(G)$.

Согласно [4] подгрупповой m -функтор Θ называется *регулярным*, если выполняются следующие условия:

- 1) из $N \geq G$ и $M \in \Theta(G)$ следует $MN/N \in \Theta(G/N)$;
- 2) из $M/N \in \Theta(G/N)$ следует $M \in \Theta(G)$.

Если Θ — подгрупповой m -функтор и $M \in \Theta(G)$, то M будем называть *Θ -подгруппой* группы G .

В дальнейшем m -функтор Θ будем называть *абнормально полным*, если для любой группы G множество $\Theta(G)$ содержит все абнормальные максимальные подгруппы группы G .

Заметим, что для максимальной подгруппы понятие абнормальной и ненормальной подгруппы совпадают.

Подгруппой Гашюца $\Delta(G)$ называют пересечение всех абнормальных максимальных подгрупп группы G .

Формация — это класс групп, замкнутый относительно фактор-групп и конечных подпрямых произведений. Если выполняется только первое условие, то такой класс групп называют *гомоморфизмом*.

Используемые в работе определения можно найти в монографиях [4; 5; 9].

Лемма 1. Пусть $\mathfrak{X}$ — гомоморф, Θ — m -функтор. Если $\Phi_\theta(G) \subset \Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)$, то выполняются следующие утверждения:

- 1) $G = \Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)M$, где M — Θ -подгруппа, принадлежащая классу $\mathfrak{X}$;
- 2) если G разрешима и Θ — абнормально полный регулярный m -функтор, то $G = QM$, где Q — нормальная q -подгруппа группы G , q — простое число и M — Θ -подгруппа группы G , принадлежащая классу $\mathfrak{X}$.

Доказательство. Так как $\Phi_\theta(G) \subset \Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)$, то найдется подгруппа M из $\Theta(G)$, принадлежащая $\mathfrak{X}$, такая, что $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G) \not\subseteq M$. Следовательно, $G = M\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)$.

Докажем второе утверждение. Пусть G разрешима. Рассмотрим $G/\Phi_\theta(G)$. Так как группа $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi_\theta(G)$ разрешима, то в $\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi_\theta(G)$ найдется неединичная характеристическая q -подгруппа $Q/\Phi_\theta(G)$ для некоторого простого $q \in \pi(\Phi_\theta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi_\theta(G))$. Если предположить, что $Q/\Phi_\theta(G)$ содержится во всех Θ -подгруппах, принадлежащих $\mathfrak{X}$, то $Q/\Phi_\theta(G) \subseteq \Phi_\theta(G)/\Phi_\theta(G)$. Получили противоречие. Значит, найдется такая Θ -подгруппа $M/\Phi_\theta(G)$, принадлежащая $\mathfrak{X}$, что $M/\Phi_\theta(G) \cdot Q/\Phi_\theta(G) = G/\Phi_\theta(G)$. Отсюда получаем, что $G = MQ$. Из регулярности m -функтора Θ следует, что $M \in \Theta(G)$. Если предположить, что $M \notin \mathfrak{X}$, то $M \geq Q$ и $G = M$. Значит, $M \in \mathfrak{X}$. Далее $Q = Q_1\Phi_\theta(G)$, где Q_1 — силовская q -подгруппа в Q .

По лемме Фраттини $G = QN_G(Q_1) = Q_1\Phi_\theta(G)N_G(Q_1) = \Phi_\theta(G)N_G(Q_1)$. Предположим, что $N_G(Q_1) \neq G$. Тогда $N_G(Q_1)$ содержится в некоторой абнормальной максимальной подгруппе K

группы G . Ввиду того, что Θ — абнормально полный m -функтор, имеем $G = \Phi_\theta(G)K = K$. Получили противоречие. Следовательно, Q_1 — нормальная q -подгруппа группы G . Лемма доказана.

Лемма 2 [10]. Пусть p — простое нечетное число. Группа G является p -нильпотентной тогда и только тогда, когда для любой подгруппы P , характеристической в некоторой силовской p -подгруппе группы G , $N_G(P)/C_G(P)$ — p -подгруппа.

2. Основные результаты

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{F}$ — гомоморф, Θ — абнормально полный регулярный m -функтор и G — разрешимая группа такая, что $\Phi_\theta(G) \subset \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \subset G$. Если все максимальные подгруппы из $\Theta(G)$, принадлежащие $\mathfrak{F}$, сопряжены в G , то $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = QN$, где Q — нормальная q -подгруппа, q — простое число и N — nilьпотентная подгруппа.

Доказательство. По лемме 1 $G = QM$, где M — Θ -подгруппа, принадлежащая $\mathfrak{F}$, Q — нормальная q -подгруппа (q — некоторое простое число) группы G , содержащаяся в $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)$.

Пусть M_0 — добавление к Q в G . Тогда $Q \cap M_0 \subseteq \Phi(M_0)$. По тождеству Дедекинда получаем, что

$$\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \cap QM_0 = Q(\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \cap M_0).$$

Если $T = \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \cap M_0 \not\subseteq \Delta(M_0)$, то найдется такая абнормальная максимальная подгруппа H в M_0 , что $M_0 = TH$. Покажем, что QH — максимальная подгруппа группы G . Предположим противное. Пусть в G имеется максимальная подгруппа S такая, что $QH \subset S \subset G$. Тогда $S = QM_0 \cap S = Q(M_0 \cap S)$. Так как $M_0 \cap S \supseteq H$ и H — максимальная подгруппа группы M_0 , получаем, что $M_0 \cap S = H$ или $M_0 \cap S = M_0$. В первом случае имеем, что $S = QH$, во втором — $S = G$. Получили противоречие с выбором S . Следовательно, QH — максимальная подгруппа в G . Так как H абнормальна в M_0 , то QH абнормальна в G , а значит, $QH \in \Theta(G)$. Из $Q \not\subseteq M$ по теореме Оре следует, что QH не сопряжена с M . Поэтому $QH \notin \mathfrak{F}$. Следовательно, $QH \supseteq \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \supseteq T$. Поэтому $G = QM_0 = QTH = QH$, получили противоречие. Значит, $T \subseteq \Delta(M_0)$. Отсюда следует, что T — nilьпотентная подгруппа. Теорема доказана.

В случае, когда $\mathfrak{F}$ совпадает с формацией всех сверхразрешимых групп, а $\Theta(G)$ содержит множество всех максимальных подгрупп для любой группы G , в качестве следствия теоремы 1 получаем результат из [11].

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная насыщенная формация и Θ — абнормально полный m -функтор. Если G — разрешимая группа и $\Phi_\theta(G) \subset \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \subseteq F(G) \subset G$, то $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$ — главный фактор группы G , дополняемый максимальной подгруппой, принадлежащей формации $\mathfrak{F}$, и $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = G^{\mathfrak{F}}\Phi_\theta(G)$.

Доказательство. Пусть разрешимая группа G удовлетворяет условиям теоремы. Если $G \in \mathfrak{F}$, то нетрудно видеть, что $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = G$, а это противоречит включениям $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \subseteq F(G) \subset G$. Будем считать, что G не принадлежит формации $\mathfrak{F}$.

Пусть $H/\Phi_\theta(G)$ — минимальная нормальная подгруппа группы $G/\Phi_\theta(G)$, содержащаяся в $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$. Тогда найдется такая максимальная подгруппа M в группе G , что $M \in \Theta(G)$, $G = HM$ и $H \cap M = \Phi_\theta(G)$. Так как $G = \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)M$ и $M \in \mathfrak{F}$, то $G/H = MH/H \simeq M/(M \cap N) \in \mathfrak{F}$.

Пусть $K/\Phi_\theta(G)$ — минимальная нормальная в $G/\Phi_\theta(G)$ подгруппа, содержащаяся в $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$ и отличная от $H/\Phi_\theta(G)$. Рассуждая, как и выше, получаем, что $G/K \in \mathfrak{F}$. Но тогда $G/(K \cap H) = G/\Phi_\theta(G) \in \mathfrak{F}$. Из включения $\Phi(G) \subseteq \Phi_\theta(G)$ и насыщенности формации $\mathfrak{F}$ следует, что $G \in \mathfrak{F}$. Получили противоречие.

Таким образом, $H/\Phi_\theta(G)$ — единственная минимальная нормальная подгруппа группы $G/\Phi_\theta(G)$, содержащаяся в $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$. Учитывая, что $\Phi(G) \subseteq \Phi_\theta(G)$ и $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \subseteq F(G)$, получаем, что $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$ — абелева p -группа для некоторого простого числа p .

Несложно заметить, что $(\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)) \cap (M/\Phi_\theta(G)) = (\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \cap M)/\Phi_\theta(G)$ — нормальная подгруппа в $G/\Phi_\theta(G)$.

Так как $H \not\subseteq \Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) \cap M$, то $\Phi_\theta(G)^{\mathfrak{F}} \cap M = \Phi_\theta(G)$. Следовательно, $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = H$.

Из предыдущих рассуждений следует, что $\mathfrak{F}$ -корадикал $(G/\Phi_\theta(G))^{\mathfrak{F}} = G^{\mathfrak{F}}\Phi_\theta(G)/\Phi_\theta(G)$ совпадает с $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G)/\Phi_\theta(G)$, т. е. $\Phi_\theta^{\mathfrak{F}}(G) = G^{\mathfrak{F}}\Phi_\theta(G)$. Теорема доказана.

Если $\Theta(G)$ содержит множество всех максимальных подгрупп для любой группы G и $\mathfrak{F}$ совпадает с формацией всех сверхразрешимых групп, то из теоремы 2 следует теорема 4 из [11].

Теорема 3. Пусть Θ — абнормально полный t -функтор и p — простое нечетное число. Тогда либо $\Phi_\theta^p(G) = \Phi_\theta(G)$, либо G является p -разрешимой группой.

Доказательство. Положим $D = \Phi_\theta^p(G)$. Пусть G — не p -разрешимая группа. Если в $\Theta(G)$ нет p -нильпотентных максимальных подгрупп, то $D = \Phi_\theta(G)$. Если $\Theta(G) = \{G\}$, то из свойства абнормальной полноты функтора Θ следует, что в группе G нет абнормальных максимальных подгрупп. Следовательно, G нильпотентна, а значит, и p -разрешима. Получили противоречие. Таким образом, можно считать, что в G существует p -нильпотентная максимальная подгруппа $M \in \Theta(G)$ и $M \neq G$. Так как $D \not\subseteq M$, то $G = DM$. Тогда группа $G/D \simeq M/M \cap D$ является p -нильпотентной, в частности, p -разрешимой группой. Если D является p' -группой, то G p -разрешима. Получили противоречие. Следовательно, $p \in \pi(D)$.

Пусть P — силовская p -подгруппа из D . По лемме Фраттини $G = DN_G(P)$. Если $N_G(P) = G$, то $P \trianglelefteq G$. Отсюда и из p -разрешимости G/D следует p -разрешимость группы G . Получили противоречие.

Будем считать, что $N_G(P) \neq G$. Пусть R — максимальная подгруппа группы G такая, что $N_G(P) \subseteq R$. Из абнормальности подгруппы $N_G(P)$ следует, что $R \in \Theta(G)$. Так как $G = DR$, то R p -нильпотентна. Следовательно, $N_G(P)$ — p -нильпотентная подгруппа.

Если подгруппа D p -нильпотентна, то нетрудно видеть, что группа G p -разрешима. Получили противоречие с предположением.

Будем считать, что D — не p -нильпотентная подгруппа. Тогда по лемме 2 найдется такая характеристическая подгруппа P^* из P , что $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ — не p -группа. Так как $N_G(P) \subseteq N_G(P^*)$, то $G = DN_G(P^*)$.

Возможны случаи: либо $N_G(P^*) = G$, либо $N_G(P^*)$ — p -нильпотентная подгруппа. Так как $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ — не p -группа, то второй случай невозможен. Остается принять, что $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ — не p -группа и $P^* \triangleleft G$.

Пусть P^* — максимальная среди характеристических подгрупп группы P , обладающая отмеченными выше свойствами. Так как $N_G(P)$ — p -нильпотентная подгруппа, то $P^* \subset P$. Пусть P_0/P^* — неединичная характеристическая подгруппа группы P/P^* . Тогда P_0 характеристична в P и $P^* \subset P_0$. Ввиду выбора подгруппы P^* получаем, что $N_D(P_0)/C_D(P_0)$ — p -группа.

Заметим, что $N_{D/P^*}(P_0/P^*) = N_D(P_0)/P^*$ и $C_D(P_0)P^*/P^* \subseteq C_{D/P^*}(P_0/P^*)$. Отсюда получаем, что $N_{D/P^*}(P_0/P^*)/C_{D/P^*}(P_0/P^*)$ — p -группа. Следовательно, по лемме 2 группа D/P^* является p -нильпотентной. Так как D является p -разрешимой группой, то из p -разрешимости G/D следует p -разрешимость и самой группы G . Теорема доказана.

В случае, когда $\Theta(G) \setminus \{G\}$ совпадает с множеством всех абнормальных максимальных подгрупп для любой группы G , из теоремы 3 вытекает соответствующий результат В.В. Шлыка из [12].

Теорема 4. Пусть Θ — абнормально полный t -функтор. Если $\Phi_\theta^p(G)$ не является p -нильпотентной группой для некоторого нечетного числа $p \in \pi(G)$, то $G = O_p(\Phi_\theta^p(G))M$, где M — p -нильпотентная Θ -подгруппа.

Доказательство. Ввиду теоремы 3 нетрудно видеть, что G является p -разрешимой группой. Пусть $D = \Phi_{\theta}^p(G)$. Так как D не p -нильпотентна, то по лемме 2 существует характеристическая подгруппа P^* в силовой p -подгруппе P группы D такая, что $N_D(P)/C_D(P)$ не является p -группой. Можно считать, что P^* — максимальная подгруппа с указанными выше свойствами.

Учитывая, что m -функтор Θ является абнормально полным и $N_G(P^*)$ — абнормальная подгруппа в G , имеем $N_G(P^*) = G$. Отсюда следует, что $P^* \subseteq O_p(D)$. Предположим, что $P^* \subset O_p(D)$, тогда $N_D(O_p(D))/C_D(O_p(D))$ — p -группа, а значит, $D/C_D(O_p(D))$ — p -группа. Из $C_D(O_p(D)) \subseteq O_p(D)$ получаем, что $D/O_p(D)$ — p -группа, значит, D — p -группа, противоречие. Следовательно, $P^* = O_p(D)$.

Если $D/O_p(D)$ p -нильпотентна, то в $D/O_p(D)$ имеется нормальная холловская p' -подгруппа $K/O_p(D)$. Тогда подгруппа K нормальна в G и подгруппа $O_p(D)$ нормальна в K . По теореме Шура — Цассенхауза существует холловская p' -подгруппа A из K такая, что $K = O_p(D)A$. По лемме Фраттини $G = KN_G(A)$.

Если $O_p(D) \subseteq \Phi(G)$, то $G = KN_G(A) = O_p(D)AN_G(A) = N_G(A)$. Следовательно, A нормальна в G . Но A — холловская p' -подгруппа в D , значит, D p -нильпотентна. Противоречие. Следовательно, $O_p(D) \not\subseteq \Phi(G)$, и поэтому $G = O_p(D)M$, где M — максимальная p -нильпотентная Θ -подгруппа группы G . Теорема доказана.

Если $\Theta(G)$ содержит множество всех максимальных подгрупп для любой группы G , то из теоремы 4 получаем теорему 2 из [13].

Теорема 5. Пусть Θ — абнормально полный m -функтор. Тогда либо $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{N}}(G) = \Phi_{\theta}(G)$, либо $G = QM$, где Q — нормальная q -подгруппа группы G , q — простое число и M — nilпотентная Θ -подгруппа группы G .

Доказательство. Несложно заметить, что

$$\Phi_{\theta}^p(G) \supseteq \Phi_{\theta}^{\mathfrak{N}}(G) \supseteq \Phi_{\theta}(G).$$

Если G не разрешима, то G не p -разрешима для некоторого $p \in \pi(G)$. Если $p > 2$, то по теореме 1 $\Phi_{\theta}^p(G) = \Phi_{\theta}(G)$, следовательно, $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{N}}(G) = \Phi_{\theta}(G)$. Пусть G p -разрешима для любого нечетного числа $p \in \pi(G)$. Нетрудно видеть, что в этом случае G является разрешимой. Теперь, применяя лемму 1, получаем утверждение теоремы. Теорема доказана.

Если $\Theta(G)$ содержит множество всех максимальных подгрупп для любой группы G , то из теоремы 5 получаем соответствующий результат Л.И. Шидова из [14].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чунихин С.А., Шеметков Л.А.** Конечные группы // Итоги науки и техники: сб. ст. / ред. Р.В. Гамкрелидзе. М.: ВИНТИ, 1969. Т. 8. С. 7–70. (Алгебра. Топология. Геометрия.)
2. **Кондратьев А.С., Махнев А.А., Старостин А.И.** Конечные группы // Итоги науки и техники: сб. ст. / ред. Р.В. Гамкрелидзе. М.: ВИНТИ, 1986. Т. 24. С. 3–120. (Алгебра. Топология. Геометрия.)
3. **Монахов В.С.** Замечание о пересечении ненормальных максимальных подгрупп конечных групп // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. 2004. № 6 (27). С. 81–87.
4. **Селькин М.В.** Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн.: Беларуская навука, 1997. 144 с.
5. **Каморников С.Ф., Селькин М.В.** Подгрупповые функторы и классы конечных групп. Минск.: Бел. навука, 2003. 254 с.
6. **Шеметков Л.А., Скиба А.Н.** Формации алгебраических систем. Современная алгебра. М.: Наука, 1989. 256 с.
7. **Селькин М.В., Бородич Р.В.** О пересечении максимальных подгрупп конечных групп // Вест. Самарск. гос. ун-та. 2009. № 8 (74). С. 67–77.

8. **Селькин М.В., Бородич Р.В.** Об $\mathfrak{F}$ -достижимых подгруппах конечных групп // Мат. заметки. 2011. Т. 90, № 5. С. 727–735.
9. **Шеметков Л.А.** Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. 272 с.
10. **Thompson J.G.** Normal p -complements for finite groups // J. Algebra. 1964. Vol. 1, no. 1. P. 43–46.
11. **Gilotti A., Tiberio U.** On the intersection of maximal non-supersoluble subgroups in a finite group // Boll. Unione Mat. Ital. Ser. 8. 2000. Vol. 3-B, no. 3. P. 691–698.
12. **Шлык В.В.** О пересечении максимальных подгрупп в конечных группах // Мат. заметки. 1973. Vol. 14, № 3. С. 429–439.
13. **Gilotti A., Tiberio U.** On the intersection of certain class of maximal subgroups of a finite group // Arch. Math. 1998. Vol. 71, no. 2. P. 89–94.
14. **Шилов Л.И.** О максимальных подгруппах конечных групп // Сиб. мат. журн. 1971. Т. 12, № 3. С. 682–683.

Селькин Михаил Васильевич

д-р. физ.-мат. наук, профессор

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

e-mail: Selkin@gsu.by

Поступила 15.01.2013

Бородич Руслан Викторович

канд. физ.-мат. наук, доцент

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

e-mail: Borodich@gsu.by