

УДК 539.12.01

Ю.А. ГРИШЕЧКИН, В.Н. КАПШАЙ

СВЯЗАННЫЕ s -СОСТОЯНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ЭНЕРГИИ ПОТЕНЦИАЛАМИ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА

Найдены численные решения уравнений квантовой теории поля, описывающих связанные s -состояния систем двух частиц для потенциалов однобозонного обмена, зависящих от энергии системы. На основе этих решений вычислены частоты перехода системы из первого возбуждённого состояния в основное и ширины распада связанного состояния двух частиц на два фотона. Проведено сравнение полученных спектров энергии и ширины распада с экспериментально измеренными величинами для позитрония.

Ключевые слова: двухчастичное релятивистское уравнение, потенциал однобозонного обмена, связанное состояние, условие нормировки волновых функций, нелинейная спектральная задача, метод итераций, экстраполяция Ричардсона, энергия связи, ширина распада, позитроний.

Введение

Релятивистские двухчастичные уравнения и потенциалы взаимодействия двух частиц посредством обмена одним бозоном были получены в рамках различных вариантов квазипотенциального подхода в квантовой теории поля [1–6]. Изначально эти уравнения были сформулированы в импульсном представлении в виде интегральных. Точные решения релятивистских двухчастичных уравнений с потенциалами однобозонного обмена до настоящего времени неизвестны. Это приводит к необходимости численного исследования этих уравнений. Основным свойством и главным отличием релятивистских потенциалов квазипотенциального подхода от нерелятивистских феноменологических является их параметрическая зависимость от энергии двухчастичной системы. Как следствие, это приводит к нелинейной спектральной задаче для интегральных уравнений.

В данной работе найдены численные решения уравнений квантовой теории поля, описывающих связанные s -состояния (сферически-симметричные) систем двух частиц [1, 2] с различными вариантами потенциалов однобозонного обмена, зависящих от энергии [2–6]. Масса скалярного бозона обмена выбрана равной нулю. На основе полученных решений затем вычислены частоты перехода систем и ширины распада. Проведено сравнение этих величин с результатами экспериментальных данных для позитрония.

Релятивистские двухчастичные уравнения

Релятивистские двухчастичные уравнения для связанных s -состояний имеют вид [1, 2]

$$E_p^2 \psi(2E, p) + \frac{2\lambda m^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{E_k} V(2E, p, k) \psi(2E, k) = E^2 \psi(2E, p), \quad E_p = \sqrt{p^2 + m^2}; \quad (1)$$

$$2E_p \psi(2E, p) + \frac{2\lambda m^2}{\pi E_p} \int_0^\infty \frac{dk}{E_k} V(2E, p, k) \psi(2E, k) = 2E \psi(2E, p), \quad E_k = \sqrt{k^2 + m^2}. \quad (2)$$

Здесь (1) – уравнение Логанова – Тавхелидзе; (2) – уравнение Кадышевского; $\psi(2E, p)$ – волновая функция; m – масса каждой частицы; $2E$ – энергия системы двух частиц ($0 < 2E < 2m$); λ – константа связи; $V(2E, p, k)$ – потенциал.

Условия нормировки волновых функций в случае зависящих от энергии потенциалов имеют довольно сложный вид [7]. В случае s -состояний эти условия приобретают следующую форму:

$$\int_0^\infty dp \frac{m}{E_p} \psi^2(2E, p) - \frac{2\lambda m^3}{\pi E} \int_0^\infty \frac{dp}{E_p} \psi(2E, p) \int_0^\infty \frac{dk}{E_k} \psi(2E, k) \frac{\partial}{\partial(2E)} V(2E, p, k) = 1 \quad (3)$$

– для волновых функций уравнения (1) и

$$\frac{m}{E} \int_0^\infty dp \psi^2(2E, p) - \frac{2\lambda m^3}{\pi E} \int_0^\infty \frac{dp}{E_p} \psi(2E, p) \int_0^\infty \frac{dk}{E_k} \psi(2E, k) \frac{\partial}{\partial(2E)} V(2E, p, k) = 1 \quad (4)$$

– для волновых функций уравнения (2).

Потенциалы однобозонного обмена

Рассмотрим решение уравнений (1), (2) с несколькими вариантами зависящих от энергии потенциалов обмена безмассовым скалярным бозоном для систем двух скалярных частиц и систем двух частиц спина $1/2$. Одним из первых потенциалов, полученных в рамках квазипотенциального подхода, описывающих взаимодействие двух скалярных частиц, является выражение [2]

$$V(2E, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \left[|\mathbf{p} - \mathbf{k}| (E_p + E_k + |\mathbf{p} - \mathbf{k}| - 2E) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Отметим, что этот потенциал был получен на основе диаграммной техники гамильтоновой формулировки квантовой теории поля. Парциальное разложение потенциала (5) по полиномам Лежандра $P_l(\mathbf{pk}/pk)$ приводит к следующему выражению в случае s -волн:

$$V(2E, p, k) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k| - 2E}{E_p + E_k + p + k - 2E} \right). \quad (6)$$

В работе [3] на основе вычисления запаздывающей (retarded) и причинной (causal) функций Грина системы двух скалярных частиц были найдены потенциалы однобозонного обмена:

$$V_{\text{ret}}(2E, p, k) = \frac{1}{2} \left[A(2E, p, k) \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k| - 2E}{E_p + E_k + p + k - 2E} \right) + B(2E, p, k) \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k|}{E_p + E_k + p + k} \right) + \right. \\ \left. + C(2E, p, k) \left(\frac{1}{E_p + E_k + |p - k|} - \frac{1}{E_p + E_k + p + k} \right) \right], \quad (7)$$

где

$$A(2E, p, k) = \frac{E_p E_k}{E^2}, \quad B(2E, p, k) = 2 - \frac{2E}{E_p + E_k} - A(2E, p, k), \quad C(2E, p, k) = \frac{2(E_p - E)(E_k - E)}{E},$$

$$V_c(2E, p, k) = \frac{1}{4E_p E_k} \left[(E_p + E)(E_k + E)V_{\text{ret}}(2E, p, k) + (E_p - E)(E_k - E)V_{\text{ret}}(-2E, p, k) \right]. \quad (8)$$

Потенциалы взаимодействия двух фермионов в случае различных значений полного спина и полного орбитального момента системы были получены в работе [5] как коэффициенты разложения общего выражения для трёхмерного потенциала взаимодействия двух фермионов [4] по шаровым спинорам. В случае, когда спин системы равен нулю, потенциал имеет вид

$$V(2E, p, k) = \frac{1}{2m^2} (2E_p E_k - m^2) \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k| - 2E}{E_p + E_k + p + k - 2E} \right). \quad (9)$$

Если же полный спин равен единице, выражение для потенциала имеет форму [5]

$$V(2E, p, k) = \frac{1}{6m^2} \left(F_1(2E, p, k) \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k| - 2E}{E_p + E_k + p + k - 2E} \right) + F_2(2E, p, k) \ln \left(\frac{E_p E_k + m^2 - pk}{E_p E_k + m^2 + pk} \right) + \right. \\ \left. + F_3(2E, p, k) \left(\arctg \left(\frac{\sqrt{2E_p E_k + 2m^2 - p^2 - k^2}}{|p - k|} \right) - \arctg \left(\frac{\sqrt{2E_p E_k + 2m^2 - p^2 - k^2}}{p + k} \right) \right) \right), \quad (10)$$

где

$$F_1(2E, p, k) = 4 \frac{2p^2 k^2 - (E_p E_k + m^2)(p^2 + k^2 - (E_p + E_k - 2E)^2)}{p^2 + k^2 - (E_p + E_k - 2E)^2 - 2(E_p E_k + m^2)} + 2E_p E_k + m^2,$$

$$F_2(2E, p, k) = 4 \frac{p^2 k^2 - (E_p E_k + m^2)^2}{2(E_p E_k + m^2) - (p^2 + k^2 - (E_p + E_k - 2E)^2)},$$

$$F_3(2E, p, k) = F_2(2E, p, k) \frac{2(E_p + E_k - 2E)}{\sqrt{2E_p E_k + 2m^2 - p^2 - k^2}}.$$

Квазипотенциал для псевдоскалярного связанного состояния фермиона и антифермиона был найден в работе [6], и в случае обмена скалярным бозоном он имеет вид

$$V(2E, p, k) = \left[\frac{b(2E, p, k)}{8m^2} + \frac{1}{2} \right] \ln \left(\frac{E_p + E_k + |p - k| - 2E}{E_p + E_k + p + k - 2E} \right) + \frac{a(2E, p, k)}{8m^2}, \quad (11)$$

где

$$a(2E, p, k) = (2E - E_p - E_k)(|p - k| - (p + k)) - 2pk, \quad b(2E, p, k) = 4m^2 + (2E)^2 - 4E(E_p + E_k).$$

Нетрудно видеть, что нерелятивистский предел (предел при $m \rightarrow \infty$) выражений (6) – (11) даёт потенциал Кулона ($\lim_{m \rightarrow \infty} 2E = 2m - \kappa^2/m$, где $\kappa > 0$).

Метод численного решения

Простой анализ асимптотик волновых функций и потенциалов (6) – (11) при $k \rightarrow \infty$ и фиксированных p (или при $p \rightarrow \infty$ и фиксированных k) показывает, что интегралы в уравнениях (1), (2) сходятся, а значит, их решение возможно. Для решения уравнений после приведения полубесконечного интервала интегрирования к конечному $x \in [0; 1]$ посредством замены переменной $k/m = Cx/(1 - x)$ был использован метод квадратур [8, 9]. Выбор параметра $C > 0$ влияет на скорость сходимости получаемых решений к точным с ростом числа узлов квадратурной формулы.

После сведения интегральных уравнений к системам линейных алгебраических возникает необходимость решения нелинейных матричных задач на собственные значения энергии:

$$K_1(2E)\psi = E^2\psi, \quad K_2(2E)\psi = 2E\psi, \quad (12)$$

где $K_{1,2}(2E)$ – матрицы, составленные на основе интегральных сумм уравнений (1), (2), а ψ – векторы, составленные из значений волновых функций в узловых точках квадратурной формулы. Для решения задач (12) был использован метод итераций [10]. Изложим суть этого метода. Выберем физически разумное начальное приближение энергии $2E^{(0)}$ для заданного квантового состояния системы n и вычислим следующие приближения по формулам

$$K_1(2E^{(s)})\psi = (E^{(s+1)})^2\psi, \quad K_2(2E^{(s)})\psi = 2E^{(s+1)}\psi, \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

При этом для нахождения собственных значений матриц $K_{1,2}(2E)$ могут быть использованы стандартные методы решения линейных спектральных задач [9]. Процесс (13) продолжается, пока не будет выполнено условие $|2E^{(s+1)} - 2E^{(s)}| < \varepsilon$, где ε – заданная точность нахождения собственных значений матриц (мы выбираем $\varepsilon = 10^{-12}$).

Все ядра рассматриваемых интегральных уравнений содержат особенность вида $|p - k|$, что замедляет сходимость получаемых решений к точным. Поэтому были использованы квадратуры прямоугольников с числом узлов N и $2N$, а затем к полученным на этих сетках решениям – волновым функциям ψ_N , ψ_{2N} и собственным значениям энергии $2E_N$, $2E_{2N}$ – была применена уточняющая процедура Ричардсона [8, 9]

$$\psi = 4/3\psi_{2N} - 1/3\psi_N, \quad 2E = (4/3)2E_{2N} - (1/3)2E_N, \quad (14)$$

что позволило увеличить точность получаемых результатов.

Результаты решения

Решения уравнений (1), (2) с потенциалами (6) – (11) были получены для константы связи, равной постоянной тонкой структуры: $\lambda = 7,2973525698 \cdot 10^{-3}$ [11]. На рис. 1 приведены волновые

функции, найденные при решении уравнения (1) с потенциалом (8) для $C = 0,005$ и $N = 1000$. Номер кривой равен номеру состояния системы n . Рисунки волновых функций для других случаев имеют похожий вид, поэтому мы их не приводим. На рис. 1 видно, что число нулей волновой функции равно номеру состояния. Аналогичным свойством обладают волновые функции, полученные при решении релятивистских двухчастичных уравнений с другими потенциалами [12].

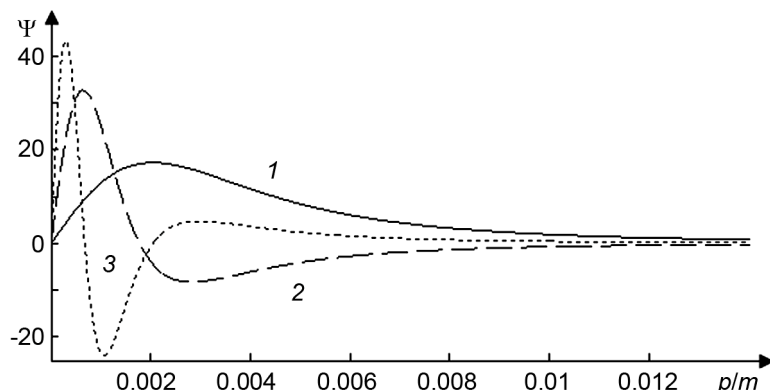


Рис. 1. Волновые функции для уравнения Логунова – Тавхелидзе с потенциалом (8): кр. 1 – первое (основное) состояние; кр. 2 – второе состояние; кр. 3 – третье состояние

Результаты для обезразмеренной и умноженной на 10^5 энергии связи $2E/m - 2$ первых четырех состояний приведены в табл. 1.

Таблица 1

Энергия связи $(2E/m - 2) \cdot 10^5$

Потенциал	n	Уравнение Логунова – Тавхелидзе			Уравнение Кадышевского		
		$N = 800$	$N = 1600$	$N = 3200$	$N = 800$	$N = 1600$	$N = 3200$
(6)	1	-1,266335	-1,266331	-1,266331	-1,266304	-1,266300	-1,266300
	2	-0,300382	-0,300378	-0,300377	-0,300378	-0,300374	-0,300374
	3	-0,124172	-0,124168	-0,124168	-0,124171	-0,124167	-0,124167
	4	-0,064006	-0,064003	-0,064003	-0,064006	-0,064003	-0,064002
(7)	1	-1,266458	-1,266454	-1,266453	-1,266427	-1,266423	-1,266422
	2	-0,300401	-0,300397	-0,300397	-0,300398	-0,300394	-0,300393
	3	-0,124178	-0,124174	-0,124173	-0,124177	-0,124173	-0,124173
	4	-0,064009	-0,064005	-0,064005	-0,064009	-0,064005	-0,064005
(9)	1	-1,266519	-1,266515	-1,266515	-1,266488	-1,266484	-1,266484
	2	-0,300406	-0,300402	-0,300402	-0,300403	-0,300399	-0,300398
	3	-0,124178	-0,124174	-0,124174	-0,124177	-0,124173	-0,124173
	4	-0,064008	-0,064005	-0,064004	-0,064008	-0,064004	-0,064004
(11)	1	-1,266363	-1,266361	-1,266361	-1,266332	-1,266331	-1,266330
	2	-0,300382	-0,300381	-0,300381	-0,300378	-0,300377	-0,300377
	3	-0,124169	-0,124168	-0,124168	-0,124168	-0,124168	-0,124168
	4	-0,064003	-0,064003	-0,064003	-0,064003	-0,064003	-0,064003
		$N = 400$	$N = 800$	$N = 1600$	$N = 400$	$N = 800$	$N = 1600$
(8)	1	-1,266441	-1,266396	-1,266392	-1,266410	-1,266365	-1,266361
	2	-0,300434	-0,300391	-0,300387	-0,300430	-0,300388	-0,300384
	3	-0,124214	-0,124175	-0,124171	-0,124214	-0,124174	-0,124170
	4	-0,064045	-0,064008	-0,064004	-0,064045	-0,064007	-0,064004
(10)	1	-1,266482	-1,266437	-1,266432	-1,266451	-1,266406	-1,266402
	2	-0,300439	-0,300397	-0,300393	-0,300436	-0,300394	-0,300389
	3	-0,124215	-0,124176	-0,124172	-0,124215	-0,124175	-0,124171
	4	-0,064045	-0,064008	-0,064004	-0,064045	-0,064008	-0,064004

В колонках табл. 1 напротив каждого N даны значения энергии, полученные экстраполяцией Ричардсона (14) результатов, найденных при N и $2N$: для потенциалов (6) – (10) $C = 0,01$, для потенциала (11) $C = 0,005$. Отметим, что при решении для достижения наилучшей точности мы выбирали малые значения параметра C (порядка $0,01$). Это связано с тем, что, как видно на рис. 1, волновые функции наиболее быстро изменяются при малых значениях p/m ($p/m \leq 0,005$).

На основании полученных значений энергии рассчитаны частоты перехода двухчастичных систем из второго (первого возбуждённого) состояния в первое (основное). В табл. 2 приведены эти частоты, а также указаны относительные погрешности их вычисления ε_0 .

Таблица 2

Частота перехода, МГц

Потенциал	Уравнение Логунова – Тавхелидзе			Уравнение Кадышевского		
	$N = 1600$	$N = 3200$	$\varepsilon_0, \%$	$N = 1600$	$N = 3200$	$\varepsilon_0, \%$
(6)	1193521990	1193521987	$2,5 \cdot 10^{-7}$	1193488134	1193488121	$1,1 \cdot 10^{-6}$
(7)	1193649720	1193649714	$5,0 \cdot 10^{-7}$	1193615764	1193615758	$5,0 \cdot 10^{-7}$
(9)	1193719570	1193719559	$9,2 \cdot 10^{-7}$	1193685433	1193685431	$1,7 \cdot 10^{-7}$
(11)	1193555894	1193555835	$4,9 \cdot 10^{-6}$	1193521981	1193521930	$4,2 \cdot 10^{-6}$
	$N = 800$	$N = 1600$	$\varepsilon, \%$	$N = 800$	$N = 1600$	$\varepsilon, \%$
(8)	1193585705	1193585495	$1,8 \cdot 10^{-5}$	1193551800	1193551589	$1,8 \cdot 10^{-5}$
(10)	1193629089	1193628884	$1,7 \cdot 10^{-5}$	1193595151	1193594932	$1,8 \cdot 10^{-5}$

Экспериментально измеренная величина частоты перехода для ортопозитрония $1233607216,4(3,2)$ МГц [13]. Её сравнение с частотами из табл. 2 показывает, что найденные при решении двухчастичных уравнений с потенциалами (6) – (11) величины удовлетворительно совпадают с экспериментальным значением. Отметим, что так как ортопозитроний – это система с суммарным спином равным единице, то предпочтительнее сравнивать экспериментальное значение частоты перехода с результатами, полученными при решении уравнений с потенциалом (10), чем с другими потенциалами. Более подробное обсуждение этих результатов мы проведём после исследования ширины распада.

Ширины распада

Используем полученные численные волновые функции для нахождения ещё одной величины, чьё экспериментальное значение известно, – ширины распада (вероятности распада) парaposитрония на два фотона. Выражение для ширины распада связанного состояния системы фермион – антифермион на два фотона в рамках квазипотенциального подхода было получено в работе [14] исходя из амплитуды этого процесса, и оно имеет следующий вид:

$$\Gamma = \frac{8m\lambda^2}{\pi} \left| \int_0^\infty \frac{dp}{E_p} \ln \left(\frac{E_p + p}{m} \right) \Psi(2E, p) \right|^2. \quad (15)$$

Вычисления ширин распада корректнее проводить для потенциала, описывающего состояние фермион-антифермионной системы (11), чем для других потенциалов. Однако мы находим эти величины для всех рассматриваемых здесь потенциалов, кроме (10). Полученные значения ширины распада и относительной погрешности их вычисления ε_0 приведены в табл. 3. При нахождении интегралов в (15) были использованы те же квадратуры, что и при решении уравнений. Для потенциалов (6) – (8) вычисления были проведены при $C = 0,005$, для потенциала (9) при $C = 0,015$, а для потенциала (11) при $C = 0,01$.

Экспериментальное значение ширины распада для парaposитрония равно $7990,9(1,7)$, мкс⁻¹ [15]. Сравнивая полученные при вычислении значения ширины распада с экспериментально изме-

ренной величиной, можно сделать вывод об удовлетворительном описании паразитрония в рамках уравнений квазипотенциального типа с потенциалами однобозонного обмена (6) – (9) и (11).

Таблица 3

Ширина распада паразитрония Γ , мкс⁻¹

Потенциал	Уравнение Логунова – Тавхелидзе			Уравнение Кадышевского		
	$N = 1000$	$N = 2000$	$\varepsilon_0, \%$	$N = 1000$	$N = 2000$	$\varepsilon_0, \%$
(6)	7117,719	7117,730	0,0001	7103,877	7103,883	0,0001
(7)	7148,564	7148,592	0,0004	7131,901	7131,915	0,0002
(8)	7130,939	7130,953	0,0002	7116,073	7116,081	0,0001
(9)	7196,282	7196,448	0,0023	7172,333	7172,449	0,0016
(11)	7136,326	7136,399	0,0010	7120,028	7120,077	0,0007

Отметим, что ранее в работе [12] были вычислены частоты перехода и ширины распада на основании решений двухчастичных уравнений с другими потенциалами, имеющими в релятивистском конфигурационном представлении вид (r – модуль радиус-вектора)

$$r^{-1} \operatorname{cth}(\pi mr), \quad r^{-1} \operatorname{th}(\pi mr/2), \quad r^{-1}. \quad (16)$$

Полученные в этом случае величины лучше совпадают с результатами эксперимента, чем величины, найденные для энергозависимых потенциалов (6) – (11) решением уравнений (1), (2). Так, например, при решении уравнения Кадышевского в релятивистском конфигурационном представлении с потенциалом $r^{-1} \operatorname{th}(\pi mr/2)$, допускающим точное решение одного из вариантов двухчастичного уравнения [16], для частоты перехода из первого возбуждённого состояния ортопозитрония в основное было получено значение 1233651664 МГц, а для ширины распада паразитрония – 7918,91 мкс⁻¹. Это является дополнительным аргументом в пользу изучения феноменологических потенциалов, особенно тех, уравнения с которыми являются точно решаемыми.

Заключение

В работе найдены численные решения уравнений Логунова – Тавхелидзе и уравнения Кадышевского для связанных s -состояний в случае различных вариантов потенциалов однобозонного обмена, описывающих взаимодействие двух скалярных частиц и двух частиц спина 1/2 (системы двух фермионов и системы фермион – антифермион). Масса обменного скалярного бозона была взята равной нулю. На основании полученных решений (волновых функций и энергий связанных состояний) рассчитаны значения частот перехода системы из первого возбуждённого состояния в основное и значения ширины распада двухчастичной связанной системы на два фотона. Проведено сравнение полученных величин частот перехода и ширин распада с экспериментально измеренными величинами для позитрония. Продемонстрировано удовлетворительное совпадение полученных значений с экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Logunov A.A. and Tavkhelidze A.N. // Nuovo Cimento. – 1963. – V. 29. – No. 2. – P. 380–399.
2. Kadyshvsky V.G. // Nucl. Phys. – 1968. – V. B6. – No. 1. – P. 125–148.
3. Капшай В.Н., Саврин В.И., Скачков Н.Б. // ТМФ. – 1986. – Т. 69. – № 3. – С. 400–410.
4. Архипов А.А. // ТМФ. – 1990. – Т. 83. – № 3. – С. 358–373.
5. Двоеглазов В.В., Скачков Н.Б., Тюхтяев Ю.Н. и др. // ЯФ. – 1991. – Т. 54. – № 3. – С. 658–668.
6. Капшай В.Н., Тюменков Г.Ю. // Изв. вузов. Физика. – 1991. – Т. 34. – № 7. – С. 29–31.
7. Фаустов Р.Н. // ТМФ. – 1970. – Т. 3. – № 2. – С. 240–254.
8. Калиткин Н.Н., Альшин А.Б., Альшина Е.А., Рогова Б.В. Вычисления на квазиравномерных сетках. – М.: Физматлит, 2005. – 224 с.
9. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 636 с.
10. Solov'eva T.M. and Zhidkov E.P. // Comp. Phys. Comm. – 2000. – V. 126. – P. 168–177.
11. Mohr P.J., Taylor B.N., and Newell D.B. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010. – Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, 2012. – 94 p.

12. Гришечкин Ю.А., Капшай В.Н. // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56. – №. 4. – С. 71–78.
13. Fee M.S., Mills A.P., Chu Jr., et al. // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. 70. – No. 10. – P. 1397–1400.
14. Козлов Г.А., Кулешов С.П., Саврин В.И. и др. // ТМФ. – 1984. – Т. 60. – № 1. – С. 24–36.
15. Al-Ramadhan A.H. and Gidley D.W. // Phys. Rev. Lett. – 1994. – V. 72. – No. 11. – P. 1632–1635.
16. Капшай В.Н., Алфёрова Т.А. // Изв. вузов. Физика. – 1997. – Т. 40. – № 7. – С. 52–61.

Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины,
г. Гомель, Республика Беларусь
E-mail: kapshai@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.07.13.