

УДК 539.3

РАСЧЕТ ИЗГИБНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ КОМПОЗИТОВ

В.В. Можаровский, М.В. Москалева, Д.С. Кузьменков

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

CALCULATION OF BENDING DEFLECTIONS OF TOOTH OF GEARS FROM COMPOSITES

V.V. Mozharovsky, M.V. Moskaleva, D.S. Kuzmenkov

F. Scorina Gomel State University

Исследуется изгибное перемещение зуба зубчатого колеса из волокнистого материала с анизотропными свойствами, находящегося под действием сосредоточенной силы в различных характерных точках на поверхности зуба. Разработан алгоритм расчета коэффициента изгибной деформации при описании изгиба тремя моделями зуба зубчатого колеса из композитов.

Ключевые слова: деформация, композит, эвольвента, зубчатое колесо.

The flexural movement of a gear tooth made of fibrous material with anisotropic properties, which is under the action of a concentrated force at various characteristic points on the tooth surface, is investigated. An algorithm for calculating the coefficient of flexural deformation for three models of a gear tooth of composites has been developed.

Keywords: deformation, composite, evolvent, gear wheel.

Введение

Одним из наиболее важных компонентов в механической системе передач является зубчатая передача. Из-за высокой степени надежности, способностью передавать момент в большом диапазоне нагрузок и скоростей вращения, относительной простотой и компактностью конструкции зубчатые передачи получили широкое распространение. Такие передачи характеризуются длительным сроком эксплуатации и не предъявляют высоких требований к обслуживанию. Наряду с очевидными достоинствами, этим механизмам присущ и ряд недостатков. В отличие от других типов передач, они более сложны в изготовлении, требуют более высокой точности обработки и применения специализированного обрабатывающего оборудования. Выбор материалов для зубчатых колес должен обеспечить сопротивляемость значительным механическим усилиям. Высокая жесткость, реализуемая зубчатой передачей, способствует минимизации потерь при передаче механической энергии. Однако такая конструкция не позволяет преодолевать большие значения динамической нагрузки, что часто приводит к разрушению механизма. Еще одним негативным явлением, возникающим в процессе работы зубчатой пары, становится шум. Его уровень напрямую связан с частотой вращения механизма и зависит от качества изготовления колес.

С развитием и созданием новых композиционных материалов повышается их роль в различных отраслях машиностроения, происходит

активное их внедрение в разработку современных элементов деталей машин. Благодаря таким свойствам как легкий вес, коррозионная устойчивость, более высокая прочность и лучшие термические и электрические свойства широко используется композит в [1], [2]. В [3] исследовано уменьшение нагрузки и распределение напряжений для цилиндрического прямозубого зубчатого колеса из литой стали и композиционных материалов, проведен сравнительный анализ зубчатых колес из композитов, сделанных из литой стали, углеродного волокна и чугуна. В работе [4] рассмотрена замена металлического зубчатого колеса композитным материалом. Композитные зубчатые колеса были изготовлены методом литья с перемешиванием из сплава алюминия и карбида кремния. Проведено моделирование и анализ методом конечных элементов зубчатых колес с использованием ANSYS 14.0. В [5] показано, что значение напряжений для композиционных материалов меньше по сравнению с литыми стальными цилиндрическими зубчатыми колесами. В работе [6] предложен новый подход к проектированию цилиндрического зубчатого колеса, который предполагает изготовление только конца зуба зубчатого колеса отдельно из композита в отличие от использования композитов для всего зуба. Это позволило снизить вес колеса на 18%, а также уменьшить расход композита, что может привести к уменьшению затрат на производство из-за высокой стоимости композитов.

Современный мировой опыт использования зубчатых колес из композитов показал, что исследование в данной области предполагает разработку компьютерных программ, в основе которых лежат численные методы, такие как метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных уравнений (МГУ), метод разностных уравнений и т. д. с учетом свойств композита. Широко распространённым программным продуктом для моделирования, анализа и расчета деформации зубьев зубчатых колес является ANSYS, но в то же время для уточненного расчета, нами разрабатываются программы численного расчета деформативности зубьев зубчатых колес из композитов по МКЭ, например, аналогично методике [7].

В работе рассматривается создание и реализация программы расчета изгибных перемещений зубьев зубчатых колес из композитов. За основу взяты методы сопротивления материалов для расчета изгибных перемещений зубьев зубчатых колес и методики, применяющиеся при расчетах податливости зубчатых передач из пластмасс [8]–[14].

1 Постановка задачи

В работе рассчитывается изгибная деформация зуба зубчатого колеса из волокнистого материала с анизотропными свойствами. Здесь и далее используем классический термин, принятый в деталях машин, «деформация», имея в виду, что определяется размерная величина, то есть перемещение. Моделируем деформацию зубьев в виде действия сосредоточенной силы в различных характерных точках на поверхности зуба, считая, что зуб можно моделировать в виде клина, параболы и эвольвенты с галтелью. Расчет для зуба-клина и зуба-параболы выполняется по замкнутым формулам, а для реального зуба с эвольвентой и галтелью требуется численное интегрирование.

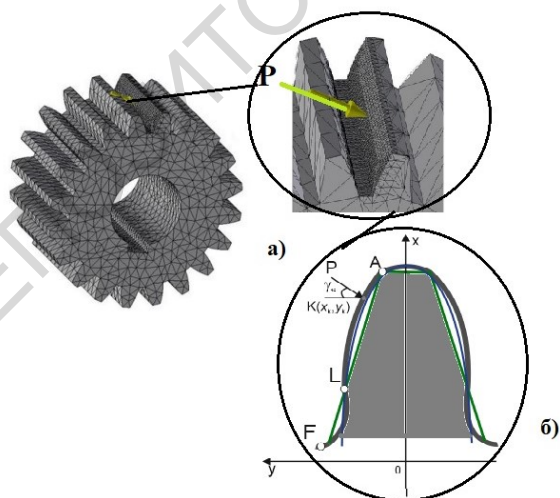


Рисунок 1.1 – Схема деформации зуба зубчатого колеса: а) расчет по МКЭ [15], б) – предлагаемая модель расчета

Рассмотрим зуб (рисунок 1.1), обозначив т. A – начало эвольвенты и вершина зуба, т. L – конец эвольвенты и начало галтели, т. F – конец галтели. Расположим систему координат xoy так, чтобы начало координат совпадало с центром зубчатого колеса. Пренебрегая трением, примем, что сила P в некоторой точке $K(x_k; y_k)$ (рисунок 1.1, б) действует по нормали к рабочей поверхности профиля зуба.

Введём обозначения: δ_e – деформация зуба, имеющего эвольвентную форму, δ_{kl} – деформация зуба клина, δ_{par} – деформация зуба, имеющего форму параболы (рисунок 1.1, б).

2 Построение математической модели

Как известно, деформация зубьев складываются из трех составляющих изгибной δ_u , сдвиговой δ_{sd} и деформация сжатия δ_{sg} . Величина деформации в направлении силы P рассчитывается по формуле:

$$\delta = \delta_u + \delta_{sd} + \delta_{sg} = y_u \cos \gamma_k + y_{sd} \cos \gamma_k + y_{sg} \sin \gamma_k,$$

где y_u, y_{sd}, y_{sg} – соответствующие деформации, γ_k – угол давления в точке.

Применяя теорему Кастильяно, получим формулу для деформации зуба с эвольвентным профилем:

$$\delta_e = \frac{P \cos^2 \gamma_k}{Eb_w} (1,5J_1 + [1,2(1+\nu) + 0,5tg^2 \gamma_k] J_2),$$

где E – модуль упругости композита, P – сила, действующая в точке $K(x_k; y_k)$, b_w – ширина зубчатого венца, ν – коэффициент Пуассона,

$$J_1 = \int_{x_{gp}}^{x_k} \frac{(x_k - x)[(x_k - x) - y_k tg \gamma_k]}{y^3} dx, \tag{2.1}$$

$$J_2 = \int_{x_{gp}}^{x_k} \frac{dx}{y}.$$

Далее в работе будет рассматриваться безразмерный коэффициент деформации:

$$k_e = \delta_e \frac{Eb_w}{P}. \tag{2.2}$$

Для определения J_1 и J_2 разобьем участок интегрирования $[x_F; x_k]$ на два $[x_F; x_L]$ и $[x_L; x_k]$, соответственно описываемые уравнениями:

– галтели

$$x = \frac{z_2}{2} \cos \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_s} + \rho_0 \right) \sin(\alpha_s - \varphi), \tag{2.3}$$

$$y = \frac{z_2}{2} \sin \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_s} + \rho_0 \right) \cos(\alpha_s - \varphi),$$

– эвольвенты

$$x = R \cos \beta, \quad y = R \sin \beta, \tag{2.4}$$

где

$$\varphi = \frac{2}{z_2} (a_n \operatorname{ctg} \alpha_s + b_n); \quad (2.5)$$

$$a_n = f_0 + c_0 - \rho_0; \quad b_n = \frac{\pi}{4} + f_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + \rho_0 \cos \alpha_0;$$

$$\beta = \frac{\pi}{2z_2} + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha; \quad \alpha = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R}.$$

В (2.3)–(2.5) введены обозначения: f_0 – коэффициент высоты головки зуба, α_0 – профильный угол, c_0 – коэффициент радиального зазора исходного контура инструмента, ρ_0 – радиус округления исходного контура инструмента, α – угол профиля зуба в произвольной точке профиля, α_s – угол между начальном прямой рейки и общей нормалью к галтели ($20^\circ \leq \alpha_s \leq 90^\circ$), m – модуль, z_2, z_1 – число зубьев колеса и шестерни соответственно.

Координаты точки впадины x_F, y_F находим из (2.4) при

$$R = R_F = \frac{z_2}{2} - (f_0 + c_0), \quad (2.6)$$

координаты точки галтели x_L, y_L – из (2.3) при $\alpha_s = \alpha_0$

$$x = \frac{z_2}{2} \cos \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_0} + \rho_0 \right) \sin(\alpha_0 - \varphi), \quad (2.7)$$

$$y = \frac{z_2}{2} \sin \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_0} + \rho_0 \right) \cos(\alpha_0 - \varphi).$$

Координаты точек приложения нагрузки x_k и y_k определяем из уравнения (2.4), используя таблицу 2.1 [12], где $\alpha_{e_{1,2}}$ – определяется по формуле (2.5) при

$$R_{e_{1,2}} = \frac{z_{1,2}}{2} + f_0.$$

Угол давления для каждой точки определяется по формуле

$$\gamma_k = \alpha_k - \beta_k, \quad (2.8)$$

где значение α_k находим по таблице 2.1, β_k – вычисляется по формуле (2.5).

Деформация зуба-клина определяется аналогично

$$\delta_{kl} = \frac{P \cos^2 \gamma_k}{Eb} \left(1,5J'_1 + [1,2(1+\nu) + 0,5\operatorname{tg}^2 \gamma_k] J'_2 \right),$$

где J'_1 и J'_2 определяются по формуле (2.2) с текущими координатами x', y' , и аналогично рассчитывается коэффициент деформации:

$$k_{kl} = \delta_{kl} \frac{Eb_w}{P}. \quad (2.9)$$

Координаты точки $K'(x'_k; y'_k)$ на клине, полученной при продолжении линии действия сил от точки K к профилю клина, можно вычислить через координаты точки K :

$$\begin{aligned} x' &= x - g \sin \gamma_k; \\ y' &= y - g \cos \gamma_k; \end{aligned} \quad (2.10)$$

где

$$g = \frac{\cos \gamma_1}{\cos(\gamma_k - \gamma_1)} [(y - y_L) + (x - x_L) \operatorname{tg} \gamma_1],$$

$$\gamma_1 = \operatorname{arctg} \frac{y_L - y_A}{x_A - x_L}.$$

Интегралы J'_1, J'_2 вычислим, учитывая, что уравнение боковой стороны клина представляет собой прямую, проходящую через вершину зуба (точка A), конец эвольвенты и начало галтели (точка L):

$$x' = cy' + d, \quad (2.11)$$

$$\text{где } c = \frac{x_L - x_A}{y_L - y'_A}, \quad d = x_A - cy'_A.$$

Учитывая, что при заданном числе зубьев текущий радиус R меняется в пределах

$$\frac{z_2}{2} - (f_0 + c_0) \leq R \leq \frac{z_2}{2} + f_0, \quad (2.12)$$

а нижний предел интегрирования

Таблица 2.1 – Формулы, определяющие точки приложения нагрузки

Точка приложения нагрузки	Значение R_k	Значение α_k
вершина зуба (точка 1)	$R = \frac{z_2}{2} + f_0$	$\alpha = \alpha_e$
начало однопарного зацепления (точка 2)	$R_k = \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha}$	$\alpha_{(2)} = \operatorname{arctg} \left[\frac{2\pi}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{z_1}{z_2} \operatorname{tg} \alpha_{e_1} \right]$
полус (точка 3)		$\alpha_{(3)} = \alpha_0;$
конец однопарного зацепления (точка 4)		$\alpha_{(4)} = \operatorname{arctg} \left[\operatorname{tg} \alpha_{e_2} - \frac{2\pi}{z_2} \right]$
конец активного участка линии зацепления (точка 5)		$\alpha_{(5)} = \operatorname{arctg} \left[\left(\frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{z_1}{z_2} \operatorname{tg} \alpha_{e_1} \right]$

$$y'_F = \frac{\sqrt{R_F^2(1+c^2) - d^2} - cd}{1+c^2},$$

$$x'_F = cy'_F + d, \quad (2.13)$$

получим следующие формулы для вычисления J'_1 и J'_2 :

$$J'_1 = \frac{1}{c^2} \left[J'_2 + \frac{2y'_k}{c} \left(\frac{1}{y'_k} - \frac{1}{y'_F} \right) - \frac{y_k'^2}{2c} \left(\frac{1}{y_k'^2} - \frac{1}{y_F'^2} \right) \right] -$$

$$- \frac{y'_k \operatorname{tg} \gamma_k}{c^2} \left[\frac{1}{y'_k} - \frac{1}{y'_F} - \frac{y_k}{2} \left(\frac{1}{y_k'^2} - \frac{1}{y_F'^2} \right) \right],$$

$$J'_2 = \frac{1}{c} \ln \frac{y'_k}{y'_F}. \quad (2.14)$$

Деформация зуба и коэффициент деформации, профиль которого описывается параболой, определяется аналогично:

$$\delta_{par} = \frac{P \cos^2 \gamma_k}{Eb} (1,5J'_1 + [1,2(1+\nu) + 0,5 \operatorname{tg}^2 \gamma_k] J'_2),$$

$$k_{par} = \delta_{par} \frac{Eb_w}{P}. \quad (2.15)$$

Определяем интегралы J''_1 и J''_2 по (2.2) с текущими координатами x'', y'' .

Координаты точки $K''(x''_k; y''_k)$ на параболе можно получить через координаты точки K :

$$x'' = ay''^2 + b; \quad (2.16)$$

$$y'' = \frac{1}{2a} \left(-\operatorname{tg} \gamma_k - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma_k + 4a(x_k + \operatorname{tg} \gamma_k y_k - b)} \right);$$

где

$$b = \frac{z_2}{2} + f_0, \quad a = \frac{x_L - b}{y_L^2}.$$

Интегралы J''_1 и J''_2 вычислим, учитывая, что уравнение зуба представляет собой уравнение параболы вида

$$x'' = ay''^2 + b. \quad (2.17)$$

Нижний предел интегрирования задается формулами:

$$x''_F = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4a(b + aR_F^2)}}{2a},$$

$$y''_F = R_F^2 - x''_F.$$

Таким образом, формулы для вычисления J''_1 и J''_2 примут вид:

$$J''_1 = 2a \left[\frac{a^2}{3} (y_k''^3 - y_F''^3) - \right.$$

$$\left. - (x_k'' - b) J''_2 - (x_k'' - b)^2 \left(\frac{1}{y_k''} - \frac{1}{y_F''} \right) \right] -$$

$$- 2ay_k'' \operatorname{tg} \gamma_k \left[(b - x_k'') \left(\frac{1}{y_k''} - \frac{1}{y_F''} \right) - a(y_k'' - y_F'') \right],$$

$$J''_2 = 2a(y_k'' - y_F''). \quad (2.18)$$

Все вычисления производятся для зубчатого колеса единичного модуля $m = 1$ с числом зубьев $z_2 \geq z_1$.

Расчеты проведены для зубчатых колес, нарезаемых реечным инструментом с исходным контуром по ГОСТ 13755-68 ($\alpha_0 = 20^\circ; f_0 = 1; c = 0.25$).

Для расчетов принято среднее значение коэффициента Пуассона $\nu = 0,4$.

3 Модели расчета

На основе описанной выше методики были разработаны модели расчета изгибных перемещений в зависимости от профиля зуба.

Модель расчета для эвольвенты. Координаты точек галтели и впадины вычислим по формулам (2.6), (2.7), точек приложения силы $(x_k; y_k)$ – используя значения из таблицы 2.1. Для вычисления интегралов используется формула Симпсона, интегрирование осуществлялось на двух участках, которые (в свою очередь) разбивались на n ($n = 20$) участков и определялись узлы интегрирования

$$x_{1i} = x_1 + i\Delta x_1, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{2i} = x_2 + i\Delta x_2, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\Delta x_1 = \frac{x_r - x_{vp}}{n}, \quad \Delta x_2 = \frac{x_k - x_r}{n}.$$

Для определения координат y_{1i} и y_{2i} соответственно для первого и второго участков интегрирования решали первое уравнение (2.3) для определения α , и первое уравнение (2.4) для определения R .

Удовлетворительная сходимость была получена при использовании метода половинного деления при значениях α , удовлетворяющих требованию $|x - x_{1i}| < \varepsilon$ и $|x - x_{2i}| < \varepsilon$ (где ε наперед заданное достаточно малое число). Имея значения α_i и R_i , по вторым уравнениям (2.3) и (2.4), определялись y_{1i} и y_{2i} . Используя x_{1i} , x_{2i} и y_{1i} , y_{2i} , значения J_1 и J_2 определяли численным методом по формуле Симпсона.

Модель расчета для клина. Координаты точек галтели и впадины вычислим по формулам (2.7), (2.13), точек приложения силы $(x_k; y_k)$ – по формулам (2.10), а значения интегралов – по формулам (2.14).

Модель расчета для параболы. Координаты точек галтели и впадины вычислим по формулам (2.7), (2.16), точек приложения силы $(x_k; y_k)$ – по формулам (2.16), а вычисление интегралов – по формулам (2.18).

Для всех моделей рассчитывается коэффициент деформации по формулам (2.2), (2.9), (2.15) соответственно.

4 Результаты расчетов

Разработана программа, реализующая алгоритм расчета коэффициента изгибной деформации при описании изгиба тремя моделями зуба зубчатого колеса. Для расчета выбраны следующие параметры: $m = 1$, числом зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 20$, $\alpha_0 = 20^\circ$; $f_0 = 1$; $c = 0.25$, $\rho_0 = 0,37995$.

На рисунке 4.1 представлены графики зависимости коэффициента деформации в вершине зуба от числа зубьев.

На рисунке 4.2 представлены графики зависимости коэффициента деформации зуба с эвольвентным профилем от числа зубьев в разных точках приложения нагрузки.

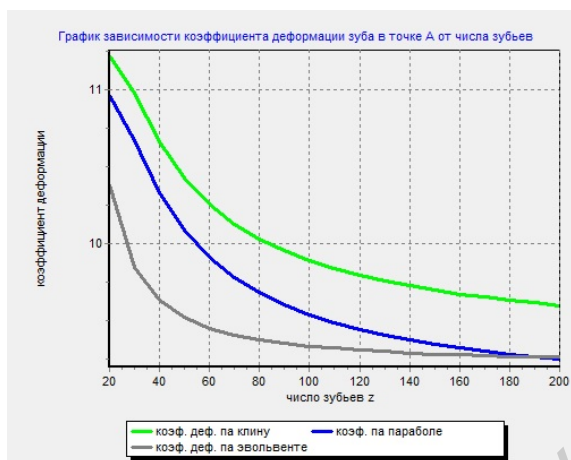


Рисунок 4.1 – Графики зависимости k_e, k_{kl}, k_{par} от z в вершине зуба (точка А)

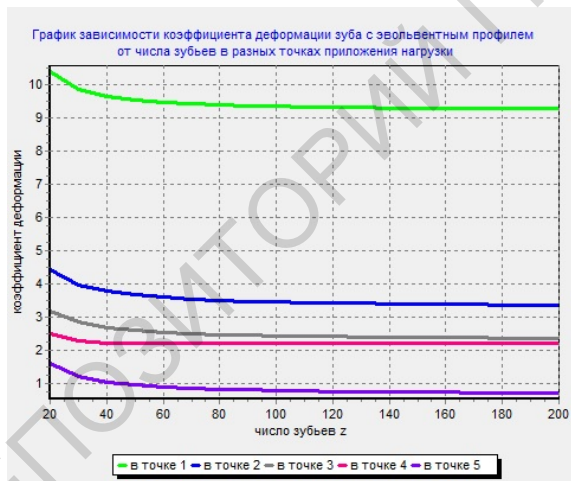


Рисунок 4.2 – Графики зависимости k_e от z в разных точках приложения нагрузки

5 Деформативность зубьев зубчатых колес из композита

Описанные выше алгоритм и методика расчета изгибных перемещений зуба зубчатого колеса представлены в относительных величинах, независимо от свойств материала. Если зубчатое колесо изготовлено из композита, то необходимо

модуль упругости Юнга представить с позиций макроподхода, то есть сделать следующую замену

$$E_C = E_f V_f + E_m V_m,$$

где E_C – модуль упругости Юнга для зуба из композита, E_f – модуль Юнга армирующего волокна, E_m – модуль Юнга для матрицы (среды армирования), V_f – объемное содержание волокна в композите, V_m – объемное содержание материала матрицы в композите.

Для расчета были выбраны следующие параметры: $m = 1$, числом зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 20$, $\alpha_0 = 20^\circ$; $f_0 = 1$; $c = 0.25$, $\rho_0 = 0,37995$, $E_f = 300000$ МПа, $E_m = 210000$ МПа, $V_f = 0.2$, $V_m = 0,8$, $P = 1466$, $b_w = 54$.

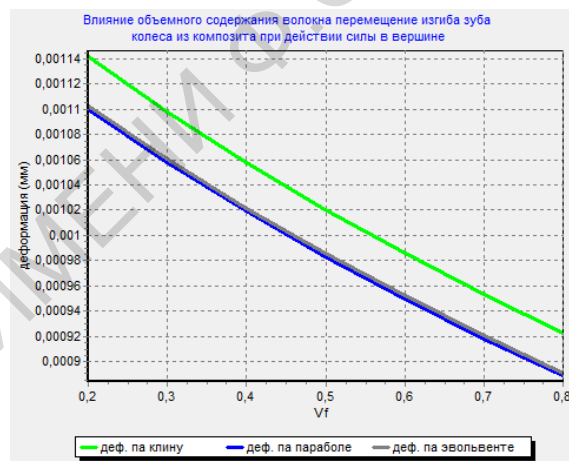


Рисунок 5.1 – График перемещения (мм) изгиба зуба колеса относительно объемного содержания волокна

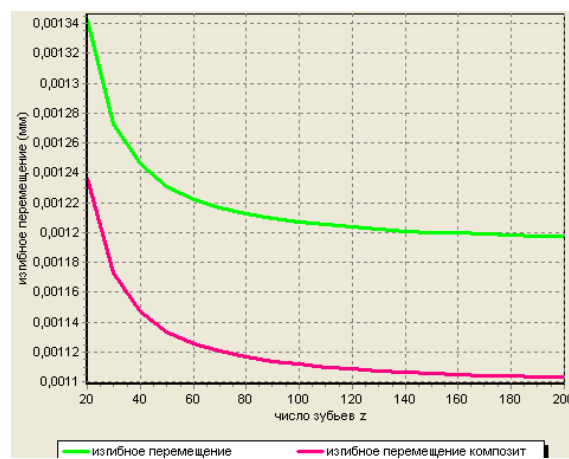


Рисунок 5.2 – График перемещения (мм) изгиба зуба колеса из стали и из композита в вершине зуба (точка А)

Рассчитано изгибное перемещение для трех выше описанных моделей по V_f с учетом действия силы в вершине (рисунок 5.1). Также можно

производить расчеты изгибной деформации и при действии силы в других характерных точках (таблица 2.1).

Полученные расчеты показывают, что изгибное перемещение для разного числа зубьев, например из стали (можно выбрать другой материал), могут быть больше чем для композита (рисунок 5.2).

Полученные результаты не противоречат результатам других исследователей, полученных при расчете деформации зубьев по параболе [1].

Заключение

Разработана и реализована методика нахождения изгибных деформаций зубьев зубчатых колес из композита. Программа позволяет не только вычислить коэффициент деформации с разным профилем зуба (эвольвентный, по клину и по параболе) и в характерных точках (таблица 2.1), но и рассчитать изгибное перемещение в заданных точках с учетом профиля зуба и свойств композиционного материала. Результаты расчетов могут быть предоставлены как в численном виде, так и в виде графиков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Design and Manufacturing of Spur gear tooth: A New Approach Towards Composites* / TannujSrivastava, Sushovan Ghosh, Rohit Ghosh, RabindraNath Barman // IJET. – 2017. – Vol. 9, № 3. – P. 1551–1560.

2. *Chatterjee, S. A comparative analysis on two gear tooth materials for low speed and high torque transmission* / S. Chatterjee, K. Gupta // Advances in Modelling and Analysis C. – 2018. – Vol. 73, № 3. – P. 79–83.

3. *Gedam, P.V. Analysis of Spur Gear by using Composite Material* / P.V. Gedam, P.J. Bhadange // IJERA. – 2015. – Vol. 5, № 11. – P. 46–51.

4. *Pawar, P.B. Analysis of Composite Material Spur Gear under Static Loading Condition* / P.B. Pawar, Abhay A. Utpat // Materials Today: Proceedings. – 2015. – № 2. – P. 2968–2974.

5. *Mahendran, S. Design and Analysis of Composite Spur Gear* / S. Mahendran, K.M. Eazhil, L. Senthil Kumar // IJRSI. – 2014. – Vol. 1, № 6. – P. 42–53.

6. *Moya, J.L. A new approach for polyamide composite gear design* / J.L. Moya, A.S. Machado // Wear. – 2007. – Vol. 262. – P. 432–441.

7. *Можаровский, В.В. Численная реализация методики по определению напряжений и перемещений в объемном теле применительно к техническим приложениям* / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2014. – № 6 (87). – С. 161–165.

8. *Старжинский, В.Е. О влиянии формы зуба на изгибную деформацию зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес* / В.Е. Старжинский, В.В. Можаровский // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1974, № 4. – С. 118–123.

9. *Старжинский, В.Е. Теоретическое и экспериментальное определение деформации зубьев пластмассовых колес* / В.Е. Старжинский, В.В. Можаровский // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1975, № 12. – С. 127–128.

10. *Старжинский, В. Изгибные деформации зубьев пластмассовых зубчатых колес с модифицированными исходными контурами* / В.Е. Старжинский, В.В. Можаровский // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1975, № 2. – С. 128–129.

11. *Старжинский, В.Е. Алгоритм определения изгибных деформаций зубьев зубчатых колес* / В.Е. Старжинский, В.В. Можаровский, Т.А. Дорошкіна // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1975. – № 1. – С. 129.

12. *Старжинский, В.Е. О расчете параметров характерных точек зубчатого зацепления* / В.Е. Старжинский, В.В. Можаровский // ДАН АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1975. – № 12. – С. 1082–1084.

13. *Таблицы для определения координат характерных точек эвольвентного профиля и перемещений зуба зубчатого колеса под действием сил, приложенных в этих точках* / В.Е. Старжинский, Т.А. Дорошкіна, В.В. Можаровский, А.Г. Федорова // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1977, № 4. – С. 117.

14. *Belyi, V.A. On the determination of tooth deflection for plastic gear* / V.A. Belyi. V.E. Starzhynskii, V.V. Mozharovskii // Buletinul institutului politehnic DIN JASI. – 1977, T. XXIII, № 1–2. – P. 29–36.

15. *Numerical analysis of aluminum composite cylindrical gears* / Slobodan Garić [et al.] // Cometa 2016: materials 3-rd international scientific conference, Jahorina, Republic of Srpska, B&H, 7–9 december 2016. – University of East Sarajevo. – Jahorina, Republic of Srpska, 2016. – P. 147–154.

Поступила в редакцию 28.06.19.