

А. В. ЕЛЕЦКИЙ, Б. Г. ФРЕЙНКМАН

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КОНТУР ЛИНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ИОНОВ В РАЗРЯДЕ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

(Представлено академиком Б. Б. Кадомцевым 17 VII 1972)

1. Радиальное распределение заряженных частиц и электростатического поля в разряде низкого давления исследовалось теоретически Тонксом и Лэнгмюром ⁽¹⁾. В работах ^(2, 3) найдена функция распределения ионов по энергиям в таком разряде, при этом установлено ⁽³⁾, что функция распределения существенно зависит от радиальной координаты и во всей области разряда отличается от максвелловской. Указанная особенность разряда низкого давления приводит к тому, что, хотя уширение линии излучения возбужденных ионов обусловлено эффектом Доплера, связанная с этим эффектом форма линии существенно отличается от обычно предполагаемой доплеровской формы. Вместе с тем, знание формы линии необходимо как для диагностики плазмы разряда давления, так и для правильной оценки характера и степени пленения излучения ионами. Отметим, в частности, что пленение резонансного излучения играет роль в опустошении лазерного уровня аргонового лазера ^(4, 5), возбуждаемого разрядом низкого давления. Вопрос о форме линии излучения ионов исследовался теоретически Ю. М. Каганом и В. И. Перелем ⁽²⁾, однако представление о максвелловской функции распределения ионов по скоростям, использованное авторами ⁽²⁾, не позволило корректно учесть влияние радиального поля на форму линии излучения ионов.

В данной работе аналитически вычислена функция распределения ионов по скоростям для случая, когда частота образования ионов пропорциональна плотности заряженных частиц. Результат, полученный с учетом теплового движения атомов, используется для вычисления формы линии излучения возбужденных ионов. Это позволяет оценить вероятность выхода резонансного фотона из центра разрядной трубки за ее пределы, которая отличается от результата решения для однородной плазмы ⁽⁶⁻⁸⁾.

2. Вычислим функцию распределения ионов по радиальным скоростям в длинной цилиндрической трубке. При этом, следуя ⁽¹⁾, полагаем, что функции распределения электронов и нейтральных атомов по скоростям — максвелловские с температурами T_e и T_g , причем всегда хорошо выполняется неравенство $T_e \gg T_g$. В рассматриваемом разряде радиальное поле много больше аксиального, так что задача сводится к плоской. Плотность ионов в точке r , которые образовались в точке r' из атомов, имеющих начальные скорости в интервале dv_0 , дается соотношением

$$n_i(r, r', v_0) = f(v_0) dv_0 \frac{r' dr'}{v_r r} k_i n_i(r'), \quad (1)$$

где

$$v_r(r, r', v_0) = \sqrt{v_0^2 \left(1 - \frac{r'^2}{r^2} \sin^2 \psi_0\right) + \frac{2e}{m} [\varphi(r) - \varphi(r')]} \quad (2)$$

— радиальная скорость таких ионов в точке r ⁽⁹⁾, $f(v_0)$ — максвелловская функция распределения атомов по скоростям, ψ_0 — угол между направлениями $\mathbf{r}'$ и $\mathbf{v}_0$, k_i — константа ионизации, которая предполагается постоянной

ной по сечению трубки, $\varphi(r)$ — потенциал радиального самосогласованного поля, который, вообще говоря, зависит от искомой функции распределения ионов.

3. Функция распределения ионов по радиальным скоростям может быть вычислена путем интегрирования выражения (1) с учетом (2) по всей области образования ионов и по углам ψ_0 . При условии $T_e \gg T_g$ учет теплового движения атомов несущественно скажется на радиальном распределении ионов по сечению трубки, а стало быть, и на виде функции $\varphi(r)$. С другой стороны, влияние этого эффекта на форму линии велико, ибо, например, без учета начального теплового движения ионы, находящиеся вблизи оси трубки, излучали бы линию пулевой ширины. Исходя из этого, при интегрировании (1) будем использовать выражение для функции $\varphi(r)$, найденное без учета начального теплового движения ионов в работе (1). Это выражение в безразмерных переменных

$$s = k_i \left(\frac{m}{2kT_e} \right)^{1/2} r, \quad \eta = \frac{e\varphi}{kT_e}$$

имеет вид

$$s = \eta^{1/2} (1 - 0,2\eta - 0,026\eta^2 - \dots). \quad (3)$$

Вводя также переменную $x^2 = mv_r^2 / (2kT_g)$, получаем в результате интегрирования (1) функцию распределения ионов (с учетом $T_e / T_g \gg 1$)

$$\begin{aligned} f_i(x > 0, s) &= \frac{e^{-x^2}}{s} \left(\frac{T_g}{T_e} \right)^{1/2} [\varepsilon(x) (e^{T_e/T_g + 1} - 1) + \\ &+ (1 - \varepsilon(x)) (e^{x^2(1 + T_g/T_e)} - 1)] + \frac{V\pi}{2} e^{\eta T_e/T_g} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{T_e}{T_g} \eta} \right) \right] [1 - \Phi(x)]; \\ f_i(x < 0, s) &= \frac{V\pi}{2} e^{\eta T_e/T_g} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{T_e}{T_g} \eta} \right) \right] [1 - \Phi(|x|)]; \\ \varepsilon(x) &= \begin{cases} 1, & x^2 \geq \eta T_e/T_g; \\ 0, & x^2 < \eta T_e/T_g. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Сравнение результата расчета по формуле (4) с результатами численных расчетов, любезно предоставленных авторами работы (3), показывает, что ошибка, вносимая пренебрежением влияния теплового движения атомов на радиальное электрическое поле, не превышает 15%. Положения максимумов функции распределения совпадают в пределах точности расчета. Отметим, что в пределе $T_e / T_g \rightarrow \infty$ результат (4) переходит в выражение, полученное для этого случая Б. М. Смирновым (12).

4. Полученную функцию распределения используем для нахождения формы линии излучения возбужденных ионов. При этом будем моделировать условия такого эксперимента, когда ось спектрального прибора перпендикулярна оси трубки, причем размер диафрагмы прибора много меньше радиуса трубки и прибор находится на расстоянии, много большем радиуса трубки. Это позволяет считать, что контур линии образуется излучением ионов в радиальном направлении. Контур линии ионов в случае свободного выхода излучения и пренебрежимо малой лоренцовой ширины линии находится аналогично тому, как находится доплеровский контур (10):

$$I(x) = \frac{1}{2R_0} \int_{-R_0}^{R_0} \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right)^2 f_i(x, r) dr. \quad (5)$$

При записи (5) мы предполагали, что плотность возбужденных ионов пропорциональна квадрату плотности заряженных частиц. Выполняя ин-

тегрирование с учетом (4), получаем, с точностью до членов $o(T_g/T_e)$

$$I(x) = 1 - \Phi(|x|) + \frac{1}{2} \left(\frac{T_e}{T_g} \right)^{1/2} e^{-x^2} \cdot \ln^{-1} \left(2 \frac{T_e}{T_g} \right) \left\{ \varepsilon^*(x) \left[\text{Ei}(x^2) - e^{x^2} \text{Ei} \left(-2x^2 \frac{T_g}{T_e} \right) - \ln \frac{T_e}{2T_g} \right] + (1 - \varepsilon^*(x)) \left[\text{Ei} \left(\eta_0 \frac{T_e}{T_g} \right) - e^{\eta_0 T_e/T_g} \text{Ei}(-2\eta_0) - \ln \left(\frac{T_e}{2T_g} \right) \right] \right\};$$

$$x^2 = \frac{mv_r^2}{2kT_g} = \frac{mc^2}{2kT_g} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2; \quad \varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x^2 \leq \eta_0 T_e/T_g; \\ 0, & x^2 > \eta_0 T_e/T_g. \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 1 представлены контуры линии излучения ионов для различных значений параметра T_e/T_g . Существенной особенностью этих контуров является наличие двух симметричных боковых максимумов, которые растут при увеличении T_e/T_g . Наличие боковых максимумов и их

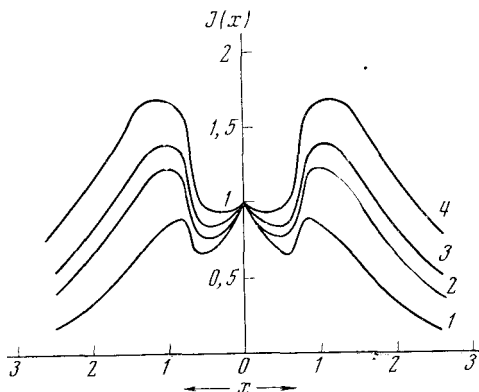


Рис. 1. Форма линии излучения ионов, вычисленная на основании формулы (6) при различных значениях отношения T_e/T_g : 1 — 10; 2 — 21,7; 3 — 28,9; 4 — 43,3

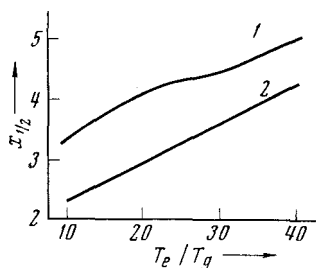


Рис. 2. Полуширина линии излучения ионов: 1 — расчет по формуле (6), 2 — по формуле (7)

рост с увеличением T_e/T_g объясняется группировкой ионов радиальным полем. Следует отметить, что с увеличением лоренцевской ширины линии провал в центре линии будет уменьшаться и в пределе оба боковых максимума сольются. К этому же приведет наличие перезарядки, так как она увеличит число ионов с атомными скоростями, излучение которых образует центр линии. Определяя полуширину линии $x_{1/2}$ как ширину контура на половине максимальной величины, получаем зависимость $x_{1/2}$ от T_e/T_g , представленную на рис. 2. На этом же рисунке нанесена зависимость $x_{1/2}$ от T_e/T_g , рассчитанная с использованием формулы Кагана — Переля⁽²⁾,

$$x_{1/2} = 2[\ln 2(0,56 + 0,13T_e/T_g)]^{1/2}. \quad (7)$$

Из сравнения видно, что использование формулы (7) для определения T_e/T_g приводит к сильному завышению T_e/T_g .

5. Для получения контура линии в случае сильного пленения излучения необходимо решить сложную задачу о диффузии излучения. Здесь мы ограничимся оценкой вероятности p того, что фотон, излученный вблизи оси трубки, покинет ее пределы, не поглотившись по дороге. Для фотонов, излученных из точек, отстоящих от оси, полученный ниже результат является оценкой снизу:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} a_{\omega}(r=0) \exp \left[- \int_0^{R_0} k_{\omega} dr \right] d\omega, \quad (8)$$

где a_{ω} — форма линии излучения фотона в центре трубки, а k_{ω} — форма линии поглощения фотона с учетом радиального изменения плотности.

Подставляя (4) в (8) и выполняя интегрирование по r , получим

$$p = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_{-\infty}^0 [1 - \Phi(|x|)] \exp[-C(1 - \Phi(|x|))^2] dx + \\ + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^{\infty} [1 - \Phi(x)] \exp\left\{-C\left[1 - \Phi(x) + \frac{(T_e/T_g)^{1/2}}{2 \ln(T_e/T_g)} (e^{-x^2} \text{Ei}(x^2) - \right.\right. \\ \left.\left. - \text{Ei}\left(-x^2 \frac{T_g}{T_e}\right) - e^{-x^2} \ln \frac{T_e}{2T_g}\right)\right]\right\} dx,$$

где

$$s_0 = 0,772, \quad C = \frac{k_0 R_0}{4s_0} \left(\frac{T_g}{T_e}\right)^{1/2} \ln \frac{T_e}{T_g}, \quad (9)$$

k_0 — коэффициент поглощения излучения ионами, расположенными в центре разрядной трубки, отвечающий центру линии перехода.

Выражение (9) легко вычислить в случае $C \gg 1$, что соответствует сильному пленению излучения. В этом случае основной вклад в интеграл (9) дают фотоны, отвечающие «красному» крылу линии излучения ($\omega < \omega_0$). Это связано с тем, что такие фотоны с $\omega < \omega_0$ могут поглощаться лишь ионами, которые движутся по направлению от стенок к оси трубки.

Относительное число таких ионов невелико, поскольку электрическое поле действует в противоположном направлении, сдвигая форму линии поглощения в фиолетовую область спектра. Исходя из этого, при интегрировании в (9) мы опустим второй член. Численные оценки показывают, что при $k_0 R_0 > 10$ это предположение не снижает точности расчета. Тогда

$$p = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \exp(x_m^2 - 1) \left[\frac{k_0 R_0}{4s_0} \left(\frac{T_g}{T_e}\right)^{1/2} \ln \frac{T_e}{T_g}\right]^2, \quad (10)$$

где x_m дается решением трансцендентного уравнения

$$1 - \Phi(x_m) = \left[\frac{k_0 R_0}{4s_0} \left(\frac{T_g}{T_e}\right)^{1/2} \ln \frac{T_e}{T_g}\right]^{-1}. \quad (11)$$

Ниже величина вероятности выхода фотона (10) сравнивается со значением p^* , рассчитанным для однородной плазмы с максвелловским распределением ионов на основании формулы Бибермана⁽¹¹⁾

$$p^* = [4,7 k_0 R_0 \sqrt{\ln(k_0 R_0)}]^{-1}. \quad (12)$$

$k_0 R_0$	15	20	30	50	100
$p \mid T_e/T_g = 10$	0,103	0,071	0,042	0,021	0,011
$p \mid T_e/T_g = 50$	0,15	0,102	0,06	0,031	0,014
p^*	0,024	0,017	0,0106	0,006	0,0028

Как видно, предположение об однородности излучающей плазмы приводит в рассматриваемом случае к большой ошибке. Выход излучения из разряда низкого давления существенно облегчен из-за отличия функций распределения излучающих и поглощающих ионов. Это вызвано действием радиального электрического поля.

В заключение отметим, что полученные в данной работе результаты можно, в частности, использовать для уточнения характеристик и механизма генерации ионных ОКГ^(4, 5).

Поступило
7 VII 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ L. Tonks, J. Langmuir, Phys. Rev., **34**, 876 (1929). ² Ю. М. Каган, В. И. Перель, Оптика и спектроскопия, **2**, 298 (1957), **4**, 3 (1958); **4**, 285 (1958). ³ Ю. А. Пекар, П. Н. Захаров, ЖТФ, **40**, 1664 (1970). ⁴ В. Ф. Китаева, А. И. Одицков, Н. Н. Соболев, УФН, **99**, 361 (1969). ⁵ А. В. Елецкий, Б. М. Смирнов, Газовые лазеры, 1971. ⁶ Л. М. Биберман, ЖЭТФ, **17**, 416 (1947); **19**, 584 (1949). ⁷ T. Holstein, Phys. Rev., **72**, 1212 (1947); **83**, 1159 (1951). ⁸ Б. А. Векленко, ЖЭТФ, **36**, 204 (1958). ⁹ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, М., 1965. ¹⁰ И. И. Собельман, Введение в теорию атомных спектров, М., 1963. ¹¹ Сборн. Низкотемпературная плазма, М., 1967, стр. 93. ¹² Б. М. Смирнов, Физика слабоионизованного газа, М., 1972.