

УДК 539.389.3

МЕХАНИКА

Ю. М. ПОЧТМАН, З. И. ПЯТИГОРСКИЙ

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ,
ПРИСПОСАБЛИВАЮЩИХСЯ К КВАЗИСТАТИЧЕСКИМ
НАГРУЗКАМ

(Представлено академиком Ю. Н. Работновым 5 IX 1972)

Рассматриваются конструкции \bar{R} , множество N лишних связей в которых конечно, приспособливающиеся к воздействию конечного множества K силовых нагрузок, в пределы изменения которых входит «0»-разгрузка. Задача проектирования таких конструкций минимального веса или стоимости при ограничениях на их деформации, а также при возможности варьировать взаимное расположение упругих связей интерпретируется в настоящей статье как задача математического программирования, а для ее решения с помощью ЭЦВМ предлагается новый алгоритм метода случайного поиска ⁽¹⁾.

1. Для указанной проблемы задача математического программирования в общем виде может быть сформулирована следующим образом: минимизировать функцию цели

$$\Phi = \Phi(\Omega)$$

при ограничениях $\xi_{ij} \neq 0; F(\sigma_{ij}) \leq \sigma^*; q(\bar{R}, N, K) = 0$, где Ω — вектор управляемых параметров; ξ_{ij} — тензор поля остаточных напряжений; F — функция текучести; σ^* — предел текучести.

Одной из особенностей вычислительного аспекта рассматриваемой проблемы является поиск в поиске: если поле упругих напряжений $\sigma^{(e)}$ зависит от управляемых параметров функции цели (например, координат связей), то после каждого шага управляемых параметров приходится на множестве полей остаточных напряжений Z отыскивать $\xi_{ij} \in Z$, минимизирующий целевую функцию.

В силу определения приспособляемости

$$F(\sigma_{ij}) = \sigma^{(e)} + \xi_{ij} \leq \sigma^*, \quad (1)$$

ξ_{ij} , минимизируя амплитуду $\sigma^{(e)}$, не должен выходить из ее пределов. Второй особенностью, таким образом, является необходимость формировать, а затем использовать громоздкую ^(2, 3) матрицу ограничений, что резко увеличивает объем вычислений.

Рассматривается траектория фазовой точки при управляемых параметрах поля ξ_{ij} для алгоритма, не совершающего неудачных шагов. Для рассматриваемого класса \bar{R} возможно представление

$$\bar{\xi}_{ij} = \sum_N \frac{\bar{X}_n D_r}{B}, \quad (2)$$

где \bar{X}_n — усилие в n -й лишней связи, D_r — константа положения $r \in \bar{R}$ по отношению к силовой нагрузке \bar{X}_n , B — геометрическая характеристика сечения по отношению к \bar{X}_n при упругой работе конструкции. Представление функции цели возможно в виде $\Phi = \Phi(B, r)$. Устанавливаем на \bar{R} множество S такое, что $F(\sigma_{ij}) = \sigma^*$ для $r_s \in S$.

Тогда справедливо также

$$(\partial F(\sigma_{ij}) / \partial r)_{rs} = 0, \quad (3)$$

а точки разрыва $F(\sigma_{ij})$ однозначно определяются \bar{R} , N , \bar{K} . Однако возможно

$$\partial^2 F(\sigma_{ij}) / \partial r^2 \equiv 0, \quad (4)$$

поэтому использовать (4) в виде равенства для определения S удается не всегда; в общем случае поиск ведется на T , определяемом из (3). Очевидно, что T конечно. Все дальнейшие рассуждения относятся к r_s , индексы которых опущены. Поиск начинается с точки $\zeta_{ij} = 0$; B_0 . Допустим, что на шаге t получено $B_t < B_0$ при $|\zeta_{ij}|_t > \max |\sigma_t^{(e)}|$. Тогда при разгрузке имеем $|\zeta_{ij}|_t > \sigma^*$, т. е. $B_t < B_0$ невозможно: предположение о том, что шаг t является удачным, неверно, если поиск ведется по алгоритму, исключающему неудачные шаги, следовательно, при этих условиях проблема поиска оптимального ζ_{ij} может рассматриваться как поиск безусловного экстремума.

2. Поиск формируется как итеративный многошаговый процесс оптимизации по случайно выбираемым взаимно перпендикулярным направлениям; в качестве исходного принимается направление, наиболее удачное из $2n$ независимых случайных шагов из стартовой точки. В дальнейшем используются следующие рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{y}_{k+1} &= \begin{cases} \bar{y}_k + p_k \bar{a}, & \text{если } \Phi_{k+1} \leq \Phi_k \& p_k \geq 1; \\ 0, & \text{если } \Phi_{k+1} > \Phi_k \& p_k = p_{k-1} = 1. \end{cases} \\ \bar{e}_{t+1} &= \begin{cases} \bar{e}_{t+k}, & \text{если } [t+k \leq 2(n-1)] \rightarrow [(0 \leq b \leq k-1) \rightarrow \\ & \rightarrow \bar{e}_t \times \dots \times \bar{e}_{t+b} = 0] \& (\Phi_i \in \{\Phi_t, \dots, \Phi_{t+k-1}\} \rightarrow \\ & \rightarrow \Phi_i > \Phi_t) \& \Phi_{t+k} < \Phi_t]; \\ 0, & \text{если } [t+k = 2(n-1)] \rightarrow [(0 \leq b \leq k-1) \rightarrow \\ & \rightarrow \bar{e}_t \times \dots \times \bar{e}_{t+b} = 0] \& (\Phi_i \in \{\Phi_t, \dots, \Phi_{t+k}\} \rightarrow \Phi_i > \Phi_t), \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

где y — длина шага, p_k — коэффициент обратной связи, \bar{a} — точность, \bar{e}_t — орт предыдущего направления.

Таким образом, для выбора удачного направления надо сделать не более $2(n-1)$ измерений целевой функции; если удачным оказалось лишь

Таблица 1

	α	λ_R	$\lambda_{\bar{R}}$	$\bar{\lambda}_{\bar{R}}$
a	0,125	2,621	1,8	1,76
	0,25	2,415	1,585	1,52
	0,375	1,873	1,535	1,22
	0,5 *	1,5	1,0	1,0
b	0,125	1,5	1,265	1,18
	0,25	1,5	1,42	1,06
	0,375	1,5	1,365	1,1
	0,5	1,5	1,5	1,0
c	—	2,0	1,5	1,33

последнее направление, т. е. $2(n-1)$ -е, то избранным окажется направление антиградиента. Неудачные попытки используются для уточнения информации, применяемой для выбора удачного направления, а фазовая точка не совершает неудачных шагов. Описанный алгоритм не теряет

своих свойств как при центральной модели функции цели (при любом n), так и в районе оврага при $n \geq 3$ (при $n = 2$ в случае замедления движения на дне оврага прибегаем к выбору направления, оптимизирующего поиск, из $2n$ случайных направлений, что с точки зрения построения алгоритма эквивалентно началу поиска).

3. Действующими в настоящее время нормами не предусматриваются различия в проектировании конструкций, работающих на статическую (K) и квазистатическую (\bar{K}) нагрузку, в то время как эти конструкции резко отличаются друг от друга по предельным состояниям; принято, что материал их в первом приближении может рассматриваться как упругопластичный. Ниже приводятся коэффициенты запаса этих конструкций (соответственно λ и $\bar{\lambda}$), если конструкции запроектированы оптимально при условии недопущения пластических деформаций (начальные циклы изменения K на \bar{R} и вызванные ими пластические деформации рассматриваются как период «вызревания» конструкции). При этом рассматриваются две группы коэффициентов запаса λ и $\bar{\lambda}$ по отношению к множествам статических K и квазистатических \bar{K} нагрузок:

$$T = \lambda_R K, \quad (6)$$

$$T = \lambda_{\bar{R}} \bar{K};$$

$$\bar{T} = \bar{\lambda}_R K,$$

(7)

$$\bar{T} = \bar{\lambda}_{\bar{R}} \bar{K}.$$

В формулах (6), (7) имеется в виду пропорциональность пределов цикла изменения расчетной и разрушающей нагрузок. По определению, $\bar{\lambda}_{\bar{R}} = 1$. В табл. 1 для некоторых расчетных схем приведены значения λ_R , $\lambda_{\bar{R}}$, $\bar{\lambda}_{\bar{R}}$, найденные на ЭЦВМ по предлагаемому алгоритму. Схемы приложения нагрузок приводятся на рис. 1.

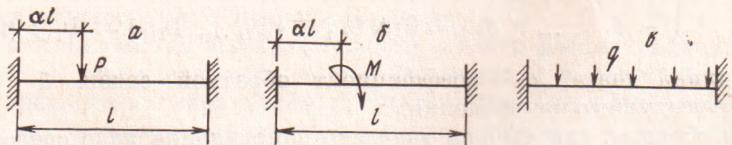


Рис. 1. Схема приложения нагрузок

Приведенные примеры наглядно свидетельствуют, что \bar{R} -конструкции, запроектированные как R -конструкции, имеют значительно меньший запас прочности, чем принято считать. Отсюда следует, что в R -конструкциях коэффициент запаса может быть существенно снижен (до фактической величины в \bar{R} -конструкциях); допускаемые при этом пластические деформации ограничиваются эксплуатационными требованиями. Отметим, что конструкция, отмеченная звездочкой, не приспособлена к \bar{K} ($\xi_{ij} = 0$) в силу второй теоремы Койтера (*).

Днепропетровский инженерно-строительный институт

Поступило
25 VIII 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. А. Растрогин, Статистические методы поиска, М., 1968. ² Д. А. Гохфельд, Несущая способность конструкций в условиях теплосмен, М., 1970. ³ Л. Г. Лантух, А. В. Перельмутер, Проблемы прочности, № 6, 40 (1970). ⁴ В. Т. Койтер, Общие теоремы теории упругопластических сред, М., 1961.