Доклады Академии наук СССР
1973. Том 209, № 1

УДК 530.12:531.51 *ФИЗИКА*

Р. Ф. ПОЛИЩУК

ДИАДНЫЙ ПОДХОД К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 22 V 1972)

1. Заданная на лоренцевом многообразии V^4 форма кривизны определяет преимущественные поля одномерных и двухмерных направлений (т. е. преимущественные римановы распределения V_1^4, V_2^4), являющихся собственными осями и листами риччиева и конформного тензоров кривизны. Например, в пространстве — времени алгебраически общего типа I имеем поле канонического (временноподобного) вектора u^α (главного вектора Римана, рассматриваемого как скорость наблюдателя, следующего за гравитационным полем ([1])), однозначно определяемое уравнениями ([2])

$$C^{\rho}_{\alpha\beta[\mu} {}^* C_{\nu]\gamma\delta\rho} u^\alpha u^\beta u^\gamma u^\delta = 0, \quad u^\alpha u_\alpha = -1; \quad \alpha, \ldots, = 0, 1, 2, 3.$$

Коэффициенты этого однородного алгебраического уравнения четвертого порядка определены через альтернацию и свертку произведения тензора конформной кривизны Вейля и дуального ему тензора. В результате получаем, в частности, естественное расщепление в прямую сумму

$$TV^4 = V_1^4 \dotplus V_3^4 = \Theta \dotplus \Sigma$$

касательного расслоения пространства — времени TV^4 на каноническое время Θ и каноническое пространство Σ $(4 = 1 + 3)$ ([3]). С вырождением 4-скорости следующего за гравитационным полем наблюдателя в световую (и переходом, в частности, от вещества к излучению, точнее, от типа T_1^* по Петрову к типам T_2^* или T_3^*) его пространственная метрика тоже вырождается, т. е. с гравитационной волной можно связать релятивистски вырожденное расщепление

$$TV^4 = V_2^4 + V_2^4 = D + \Delta$$

пространства — времени на двухмерное пространство — время D и двухмерное пространство Δ.

В известном смысле, излучение и есть релятивистская вырожденность пространства — времени. Ее возможность заключена в лоренцевой сигнатуре $(- + + +)$. Внесение вещества порождает новые инварианты кривизны и снимает вырождение. Приуроченный к расщеплению $4 = 2 + 2$ диадный формализм ([4]) заполняет пробел между формализмом тетрадным $(4 = 1 + 1 + 1 + 1)$ и монадным формализмом Зельманова ([5]) (в частности, хронометрические инварианты) $(4 = 1 + 3)$ и, подобно им, может быть полезен для целей физической интерпретации решений уравнений Эйнштейна, а также в задачах с выделенной 2-формой или полем диад (пар ортогонально дополняющих двухмерных площадок).

2. Предметом диадного формализма является геометрия римановых распределений V_2^4 в пространстве — времени V^4. При этом рассматриваются геометрические объекты, принадлежащие пространствам вида $D \otimes \Delta \otimes \ldots$ $\ldots \otimes D^* \otimes \Delta^*$, и индуцированная риманова связность: проекция на V_2^4 параллельно переносимого в V^4 объекта считается параллельно переносимой в V_2^4.

Имеем расщепление тензоров метрического, Римана, Риччи, энергии — импульса и коэффициентов связности:

$$g_{\alpha\beta} = (-\underset{0}{u}_\alpha \underset{0}{u}_\beta + \underset{1}{u}_\alpha \underset{1}{u}_\beta) + (\underset{2}{u}_\alpha \underset{2}{u}_\beta + \underset{3}{u}_\alpha \underset{3}{u}_\beta) = -4e^{\rho}_{\alpha} e_{\beta\rho} + 4\bar{e}^{\rho}_{\alpha}\bar{e}_{\beta\rho} = a_{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta},$$

$$e_{\alpha\beta} = -\underset{0}{u}_{[\alpha}\underset{1}{u}_{\beta]} = -{}^1/_2(\underset{0}{u}_\alpha \underset{1}{u}_\beta - \underset{1}{u}_\alpha \underset{0}{u}_\beta),$$

$$\bar{e}_{\alpha\beta} = \underset{2}{u}_{[\alpha}\underset{3}{u}_{\beta]}, \quad \underset{i}{u}_\alpha \overset{i}{u}{}^\beta = \delta^\beta_\alpha, \quad \underset{i}{u}_\alpha \overset{j}{u}{}^\alpha = \delta^j_i;$$

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = (A + \bar{A} + B + \bar{B} + III + \overline{III} + N + \bar{N})_{\alpha\beta\gamma\delta} - (N + \bar{N})_{\alpha\beta\delta\gamma} -$$
$$- (III + \overline{III})_{\alpha\beta\delta\gamma} + (III + \overline{III})_{\gamma\delta\alpha\beta} - (III + \overline{III})_{\gamma\delta\beta\alpha},$$

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = a^\mu_\alpha a^\nu_\beta a^\rho_\gamma a^\gamma_\delta R_{\mu\nu\rho\sigma} \equiv a^{\mu\nu\rho\sigma}_{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\mu\nu\rho\sigma},$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta\gamma\delta} = b^{\mu\nu\rho\sigma}_{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad B_{\alpha\beta\gamma\delta} = b^{\mu\nu}_{\alpha\beta} a^{\rho\sigma}_{\gamma\delta} R_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad \bar{B}_{\alpha\beta\gamma\delta} = B_{\gamma\delta\alpha\beta};$$

$$III_{\alpha\beta\gamma\delta} = a^{\mu\nu\rho}_{\alpha\beta\gamma} b^\sigma_\delta R_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad \overline{III}_{\alpha\beta\gamma\delta} = b^{\mu\nu\rho}_{\alpha\beta\gamma} a^\sigma_\delta R_{\mu\nu\rho\sigma};$$

$$N_{\alpha\beta\gamma\delta} = a^{\mu\rho}_{\alpha\gamma} b^{\nu\sigma}_{\beta\delta} R_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad \bar{N}_{\alpha\beta\gamma\delta} = N_{\beta\alpha\delta\gamma};$$

$$R_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} = 2\partial_{[\alpha}\Gamma^\delta_{\beta)\gamma} + 2\Gamma^{\ \ \delta}_{[\alpha|\rho|}\Gamma^{\rho}_{\beta]\gamma}, \quad R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}{}^{\alpha},$$

$$R_{\mu\nu} = (P + \bar{P} + Q)_{\mu\nu} + Q_{\nu\mu},$$

$$P_{\mu\nu} = a^{\alpha\beta}_{\mu\nu} R_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta}(A + N)_{\mu\alpha\nu\beta},$$
$$\bar{P}_{\mu\nu} = b^{\alpha\beta}_{\mu\nu} R_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta}(\bar{A} + \bar{N})_{\mu\alpha\nu\beta},$$
$$Q_{\mu\nu} = a^\alpha_\mu b^\beta_\nu R_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta}(III_{\alpha\mu\beta\nu} + \overline{III}_{\beta\nu\alpha\mu}),$$

$$T_{\mu\nu} = (I + \bar{I} + J)_{\mu\nu} + J_{\nu\mu},$$

$$I_{\mu\nu} = a^{\alpha\beta}_{\mu\nu} T_{\alpha\beta}, \quad \bar{I}_{\mu\nu} = b^{\alpha\beta}_{\mu\nu} T_{\alpha\beta}, \quad J_{\mu\nu} = a^\mu_\alpha b^\nu_\beta T_{\alpha\beta},$$
$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = (\Gamma' + {}'\Gamma + \underline{\Gamma} + \bar{\Gamma} + {}''\Gamma + \Gamma'')^\lambda_{\mu\nu} + ({}'\Gamma + {}''\Gamma)^\lambda_{\nu\mu},$$
$$\Gamma'^{\lambda}_{\mu\nu} = a^{\alpha\beta\lambda}_{\mu\nu\gamma}\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}, \quad {}'\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = b^\alpha_\mu a^{\beta\lambda}_{\nu\gamma}\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}, \quad \underline{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu} = a^{\alpha\beta}_{\mu\nu} b^\lambda_\gamma \Gamma^\gamma_{\alpha\beta},$$
$$\bar{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu} = b^{\alpha\beta}_{\mu\nu} a^\lambda_\gamma \Gamma^\gamma_{\alpha\beta}, \quad \Gamma''^{\lambda}_{\mu\nu} = b^{\alpha\beta\lambda}_{\mu\nu\gamma}\Gamma^{\cdot\lambda}_{\alpha\beta}, \quad {}''\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = a^\alpha_\mu b^{\beta\lambda}_{\nu\gamma}\Gamma^\lambda_{\alpha\beta}.$$

3. Дифференциальные операторы и коммутаторы:

$$\nabla'_\alpha v'^\gamma \equiv a^{\mu\gamma}_{\alpha\lambda}\nabla_\mu v'^\lambda = \underline{\partial}'_\alpha v'^\gamma + \Gamma'^\gamma_{\alpha\beta} v'^\beta,$$
$$\nabla'_\alpha v'_\beta \equiv a^{\mu\nu}_{\alpha\beta}\nabla_\mu v'_\nu = \underline{\partial}'_\alpha v'_\beta - \Gamma'^\gamma_{\alpha\beta} v'_\gamma;$$
$$\Gamma'^\gamma_{\alpha\beta} = {}^1/_2 a^{\gamma\rho}(\underline{\partial}'_\alpha a_{\beta\rho} + \underline{\partial}'_\beta a_{\alpha\rho} - \underline{\partial}'_\rho a_{\alpha\beta});$$
$$\nabla'_\alpha v''_\beta \equiv a^\mu_\alpha b^\nu_\beta \nabla_\mu v''_\nu = \underline{\partial}'_\alpha v''_\beta - {}''\Gamma^\gamma_{\alpha\beta} v''_\gamma,$$
$$\nabla''_\alpha v'^\gamma \equiv b^\mu_\alpha a^\gamma_\lambda \nabla_\mu v'^\lambda = \underline{\partial}''_\alpha v'^\gamma + {}'\Gamma^\gamma_{\alpha\beta} v'^\beta;$$
$$v_\alpha = a^\rho_\alpha v_\rho + b^\rho_\alpha v_\rho = v'_\alpha + v''_\alpha,$$
$$\partial_\alpha = \partial/\partial x^\alpha = a^\rho_\alpha \partial_\rho + b^\rho_\alpha \partial_\rho = \partial'_\alpha + \partial''_\alpha;$$
$$T_{\beta\ldots\gamma\mu\ldots\nu} = a^{\delta\ldots\varepsilon}_{\beta\ldots\gamma} b^{\rho\ldots\sigma}_{\mu\ldots\nu} T_{\delta\ldots\varepsilon\rho\ldots\sigma};$$
$$\underline{\partial}_\alpha T_{\beta\ldots\gamma\mu\ldots\nu} \equiv a^{\delta\ldots\varepsilon}_{\beta\ldots\gamma} b^{\rho\ldots\sigma}_{\mu\ldots\nu} \partial_\alpha T_{\delta\ldots\varepsilon\rho\ldots\sigma};$$
$$\nabla'_\alpha T_{\beta\ldots\gamma\mu\ldots\nu} \equiv a^{\delta\ldots\varepsilon}_{\beta\ldots\gamma} b^{\rho\ldots\sigma}_{\mu\ldots\nu} a^\tau_\alpha \nabla_\tau T_{\delta\ldots\varepsilon\rho\ldots\sigma},$$
$$\nabla''_\alpha T_{\beta\ldots\gamma\mu\ldots\nu} \equiv a^{\delta\ldots\varepsilon}_{\beta\ldots\gamma} b^{\rho\ldots\sigma}_{\mu\ldots\nu} b^\tau_\alpha \nabla_\tau T_{\delta\ldots\varepsilon\rho\ldots\sigma};$$
$$\nabla'_\alpha a_{\beta\gamma} = -\nabla'_\alpha b_{\beta\gamma} = 0, \quad \underline{\partial}_\alpha a^\gamma_\beta = -\partial_\alpha b^\gamma_\beta = 0;$$
$$\nabla_\mu a^\lambda_\nu = H_{\mu\nu}{}^{\lambda} + H_{\mu\cdot\nu}^{\ \lambda} - \bar{H}_{\mu\nu}{}^{\lambda} - \bar{H}_{\mu\cdot\nu}^{\ \lambda}, \quad H_{\mu\nu}{}^{\lambda} = a^{\alpha\beta}_{\mu\nu}\nabla_\alpha a^\lambda_\beta, \quad \bar{H}\ \ {}^{\lambda} = b^{\alpha\beta}_{\mu\nu}\nabla_\alpha b^\lambda_\beta,$$

$$H_{\mu\nu}{}^{\lambda} = H_{(\mu\nu)}{}^{\lambda} + H_{[\mu\nu]}{}^{\lambda} = N_{\mu\nu}{}^{\lambda} + M_{\mu\nu}{}^{\lambda}, \quad H_{\alpha}{}^{\alpha\lambda} \equiv d^{\lambda} \in \Delta;$$
$$\partial'_{[\mu}\partial'_{\nu]} = M_{\mu\nu}{}^{\lambda}\partial''_{\lambda}, \quad \partial''_{[\mu}\partial''_{\nu]} = \overline{M}_{\mu\nu}{}^{\lambda}\partial'_{\lambda};$$
$$2\nabla'_{[\alpha}\nabla'_{\beta]}v'^{\gamma} = K_{\alpha\beta\rho}{}^{\gamma}v'^{\rho} + 2M_{\alpha\beta}{}^{\rho}\nabla''_{\rho}v'^{\gamma},$$
$$2\nabla''_{[\alpha}\nabla''_{\beta]}v''_{\gamma} = -\overline{K}_{\alpha\beta\gamma}{}^{\rho}v''_{\rho} + 2\overline{M}_{\alpha\beta}{}^{\rho}\nabla'_{\rho}v''_{\gamma};$$
$$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} = 2\underline{\partial}'_{[\alpha}\Gamma'^{\delta}_{\beta]\gamma} + 2\Gamma'^{\delta}_{[\alpha|\rho|}\Gamma'^{\rho}_{\beta]\gamma} - 2M_{\alpha\beta}{}^{\rho}\,{}'\Gamma'^{\delta}_{\rho\gamma},$$
$$\overline{K}_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} = 2\underline{\partial}''_{[\alpha}\Gamma''^{\delta}_{\beta]\gamma} + 2\Gamma''^{\delta}_{[\alpha|\rho|}\Gamma''^{\rho}_{\beta]\gamma} - 2\overline{M}_{\alpha\beta}{}^{\rho}\,{}''\Gamma^{\delta}_{\rho\gamma}.$$

Здесь $\nabla_{\alpha}'v_{\beta}'$ — индуцированная, а $\nabla_{\alpha}''v_{\beta}'$ — нормальная ковариантные производные (будем их в общем случае называть диадными), H — тензор внешней неголономности D, N — тензор внешней кривизны, а M — тензор внешнего кручения D, равный нулю для вполне интегрируемого распределения, K — тензор Схоутена для D, $\overline{K}$ — то же для Δ [6]; d^{λ} — вектор средней кривизны D.

Формулы Гаусса — Кодацци — Риччи для D:

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = K_{\alpha\beta\gamma\delta} + 2H_{[\alpha|\gamma|}{}^{\rho}H_{\beta]\,\delta\rho}, \quad B_{\alpha\beta\gamma\delta} = {}'K_{\alpha\beta\gamma\delta} + 2\overline{H}_{[\alpha\cdot|\gamma|}{}^{\rho}\overline{H}_{\beta]\,\rho\delta};$$
$$III_{\alpha\beta\gamma\delta} = 2\nabla'_{[\alpha}H_{\beta]\,\gamma\delta} + 2M_{\alpha\beta}{}^{\rho}\,\overline{H}_{\rho\delta\gamma};$$
$$N_{\alpha\beta\gamma\delta} = 4a^{\mu\rho}_{\alpha\gamma}b^{\nu\sigma}_{\beta\delta}\nabla_{[\mu}(H_{\nu]\,(\rho\sigma)} - \overline{H}_{\nu]\,(\rho\sigma)}),$$
$${}'K_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} = 2\underline{\partial}''_{[\alpha}\,{}'\Gamma^{\delta}_{\beta]\,\gamma} + 2\,{}'\Gamma^{\delta}_{[\alpha|\rho|}\,{}'\Gamma^{\rho}_{\beta]\,\gamma} - 2\overline{M}_{\alpha\beta}{}^{\rho}\,\Gamma'^{\delta}_{\rho\gamma}.$$

Формулы этого пункта справедливы для произвольного распределения $V_m{}^n$.

4. Уравнения Эйнштейна $G_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu}$ в диадах и закон сохранения $\nabla_{\rho}T_{\lambda}{}^{\rho} = 0$ принимают вид

$$K_{\mu\nu} - \nabla''_{\rho}H_{\mu\nu}{}^{\rho} - \nabla'_{\mu}\overline{d}_{\nu} - H^{\rho}_{\mu\cdot\sigma}H_{\rho\nu}{}^{\sigma} + H_{\mu\nu}{}^{\rho}d_{\rho} - {}^{1}\!/_{2}\,Ra_{\mu\nu} = -I_{\mu\nu},$$
$$\nabla'_{\rho}H^{\rho}_{\mu\cdot\nu} + \nabla''_{\rho}H^{\rho}_{\nu\cdot\mu} - \nabla'_{\mu}d_{\nu} - \nabla''_{\nu}\overline{d}_{\mu} + 2M_{\rho\mu}{}^{\sigma}\,\overline{H}_{\sigma\nu}{}^{\rho} + 2\overline{M}_{\rho\nu}{}^{\sigma}\,H_{\sigma\mu}{}^{\rho} = -J_{\mu\nu},$$
$$\overline{K}_{\mu\nu} - \nabla'_{\rho}\overline{H}_{\mu\nu}{}^{\rho} - \nabla''_{\mu}d_{\nu} - \overline{H}^{\rho}_{\mu\cdot\sigma}\overline{H}_{\rho\nu}{}^{\sigma} + \overline{H}_{\mu\nu}{}^{\rho}\overline{d}_{\rho} - {}^{1}\!/_{2}\,Rb_{\mu\nu} = -\overline{I}_{\mu\nu},$$
$$K_{\mu\nu} \equiv M_{\mu\alpha\nu}{}^{\alpha}, \quad \overline{K}_{\mu\nu} \equiv \overline{K}_{\mu\alpha\nu}{}^{\alpha};$$

$$\nabla'_{\beta}I^{\beta}_{\alpha} + \nabla''_{\beta}J_{\alpha}^{\cdot\beta} - I^{\beta}_{\alpha}\overline{d}_{\beta} - J_{\alpha}^{\cdot\beta}d_{\beta} + \overline{I}^{\gamma}_{\beta}\overline{H}^{\beta}_{\gamma\cdot\alpha} - J^{\gamma}_{\cdot\beta}H_{\gamma\alpha}{}^{\beta} = 0,$$
$$\nabla''_{\beta}\overline{I}^{\beta}_{\alpha} + \nabla'_{\beta}J^{\beta}_{\cdot\alpha} - \overline{I}^{\beta}_{\alpha}\,d_{\beta} - J^{\beta}_{\cdot\alpha}d_{\beta} + I^{\gamma}_{\beta}H^{\beta}_{\gamma\cdot\alpha} - J_{\beta}{}^{\gamma}\overline{H}_{\gamma\alpha}{}^{\beta} = 0.$$

Выпишем уравнения движения:

$$\frac{Du^{\lambda}}{ds} = f^{\lambda}, \quad u^{\lambda} = \frac{dx^{\lambda}}{ds}, \quad u^{\alpha}u_{\alpha} = -1, \quad \frac{D}{ds} = u^{\rho}\nabla_{\rho};$$
$$\frac{D' + D''}{ds}\left(\frac{dx^{\lambda}}{ds}\right)' + (\overline{H}_{\mu\nu}{}^{\lambda} - H^{\lambda}_{\mu\cdot\nu})\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} = f'^{\lambda}, \quad \frac{D'}{ds} = u^{\rho}\nabla'_{\rho};$$
$$\frac{D' + D''}{ds}\left(\frac{dx^{\lambda}}{ds}\right)'' + (H_{\mu\nu}{}^{\lambda} - \overline{H}^{\lambda}_{\mu\cdot\nu})\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} = f''^{\lambda}, \quad \frac{D''}{ds} = u^{\rho}\nabla''_{\rho}.$$

Волновое уравнение для скалярного инварианта кривизны:

$$\Box I = [\,(\Box' + \Box'') - (\overline{d}^{\rho} + d^{\rho})\partial_{\rho}]I = 0,$$

$$\Box = g^{\alpha\beta}\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}, \quad \Box' = g^{\alpha\beta}\nabla'_{\alpha}\nabla'_{\beta}, \quad \Box'' = g^{\alpha\beta}\nabla''_{\alpha}\nabla''_{\beta}.$$

Заметим, что под скалярным инвариантом в общем случае можно подразумевать не только рациональную функцию от производных метрического тензора, но и скаляры, которые строятся из определяемых геометрией пространства — времени векторных и тензорных полей. Примеры: скаляры канонической конгруэнции [1], определяемой вышеупомянутым каноническим вектором; скалярные инварианты орбит группы изометрии

V^4 или $V_2{}^4$ и т. д. Для наблюдателя u^α инвариантами являются, в частности, гравитационный аналог плотности электромагнитной энергии

$$w_1 = {}^1/_2(U_{\mu\nu}U^{\mu\nu} + V_{\mu\nu}V^{\mu\nu}), \quad (U + iV)_{\mu\nu} = (C + i^*C)_{\mu\alpha\nu\beta}u^\alpha u^\beta,$$

и релятивистский аналог плотности ньютоновой гравитационной энергии, т. е. выражение типа

$$w_2 = \nabla_\alpha u_\beta \cdot \nabla^\alpha u^\beta,$$

а также нелокальные инварианты

$$Q_1 = \iint \frac{U_{\mu\nu}(x)\, U^{\mu\nu}(x') + V_{\mu\nu}(x)\, V^{\mu\nu}(x')}{\Omega(x,\ x')}\, b\, d^3x\, d^3x',$$

$$Q_2 = \iint \frac{\nabla_\alpha u_\beta(x) \cdot \nabla^\alpha u^\beta(x')}{\Omega(x,\ x')}\, b\, d^3x\, d^3x';$$

($b = \det(u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu})$; для пакета гравитационных волн типа N по Петрову Q_1, с точностью до постоянного множителя, равно числу гравитонов) здесь Ω – мировая функция Синга, свертываемые тензоры сносятся в одну точку вдоль геодезической на ограниченном по базе на гиперповерхность интегрирования распределении. Векторное поле считаем каноническим, т. е. ориентируемся на систему отсчета, выделяемую порождающим кривизну физическим субстратом.

5. Разложим тензор внешней неголономности по направлениям средней внешней кривизны и внешнего кручения (если одна или обе величины отсутствуют, направления считаем взаимно ортогональными):

$$H_{\mu\nu}{}^\lambda = n_{\mu\nu}n^\lambda + m_{\mu\nu}m^\lambda, \quad n^\lambda n_\lambda = m^\lambda m_\lambda = 1;$$
$$N_{\mu\nu}{}^\lambda = (d_{\mu\nu} + {}^1/_2 n a_{\mu\nu})n^\lambda + \delta_{\mu\nu}m^\lambda, \quad M_{\mu\nu}{}^\lambda = \tau_{\mu\nu}m^\lambda = e_{\mu\nu}\tau^\lambda;$$
$$d^\lambda = nn^\lambda, \quad \tau^\lambda = \tau m^\lambda = -2e^{\mu\nu}H_{\mu\nu}{}^\lambda,$$
$$n^2 = |N^\rho_{\rho\cdot\sigma}N^{\tau\cdot\sigma}_{\tau}|, \quad \tau^2 = |4M_{\rho\sigma}{}^\tau M^{\rho\sigma}{}_\tau|;$$
$$\delta^\alpha_\alpha = d^\alpha_\alpha = 0;$$

здесь $n_{\mu\nu}$, $m_{\mu\nu}$ – первая и вторая неголономность D, $d_{\mu\nu}$, $\delta_{\mu\nu}$ – сдвиги первого и второго рода, τ^λ, $\tau_{\mu\nu}$ – вектор и бивектор внешнего кручения соответственно. Аналогичные величины имеем для Δ.

В зависимости от знака $\bar{d}^\alpha\bar{d}_\alpha$ ($\bar{\tau}^\alpha\bar{\tau}_\alpha$) будем говорить о внешней кривизне (внешнем кручении) Δ типа s ($\bar{d}^\alpha\bar{d}_\alpha > 0$), l ($\bar{d}^\alpha\bar{d}_\alpha = 0$, $\bar{d}^\alpha \neq 0$), t ($\bar{d}^\alpha\bar{d}_\alpha < 0$).

В вакууме для канонического поля диад ([4]) имеем $III_{\alpha\beta\gamma\delta} \neq 0$ (остальные тензоры равны нулю) для продольно-поперечной волны типа III ([2]), а для волны типа N отличен от нуля только тензор $N_{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Всесоюзный научно-исследовательский институт
физико-технических и радиотехнических измерений
пос. Менделеево Моск. обл.

Поступило
12 IV 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. A. E. Pirani, Phys. Rev., 105, 1089 (1957). [2] Р. Ф. Полищук, Вестн. Московск. унив., Физика, астрономия, № 3, 350 (1970). [3] Р. Ф. Полищук, ЖЭТФ, 62, 5 (1972). [4] Р. Ф. Полищук, Кандидатская диссертация, МГУ, 1971. [5] А. А. Зельманов, ДАН, 107, 815 (1956); Тез. V Международной конф. по гравитации и теории относительности, Тбилиси, 1968. [6] J. A. Schouten, E. R. van Kampen, Math. Ann., 103, 752 (1930).