Доклады Академии наук СССР
1973. Том 210, № 2

УДК 621.391.23 : 621.391.28–29 : 62–506.3 *КИБЕРНЕТИКА И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ*

В. В. ПЕТРОВ, А. С. УСКОВ

ПРОПУСКНЫЕ СПОСОБНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ВЗАИМНО КОРРЕЛИРОВАННЫМИ СИГНАЛАМИ И ПОМЕХАМИ

(Представлено академиком Б. Н. Петровым 26 IV 1972)

В работе ([1]) изложен метод вычисления пропускных способностей информационных систем с обратными связями. Учитываются динамические характеристики прямой цепи, обратной связи, внутренние помехи и некоторые взаимные корреляционные связи.

Учет взаимной корреляции практически не всегда необходим. В статье ([1]) делаются допущения, при которых в выражении (4) не учитывается

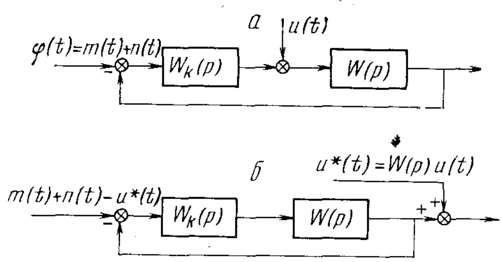

Рис. 1

взаимная коррелированность сигнала и помехи, а в формуле (10) отбрасываются взаимные корреляционные связи. Поэтому для случая $S_{mn}(f) + S_{nm}(f) > 0$ формулы (18), (20) отвечают достаточным условиям. В действительности пропускная способность будет выше.

В настоящей заметке, в отличие от ([1]), применяется алгоритм получения спектральной плотности ошибки, соответствующей предельной характеристике. Это позволяет намного упростить вычисления и получить точные формулы для пропускных способностей информационных систем с учетом всевозможных корреляционных связей сигнала и помех. Исходная схема (рис. 1, *а*), описанная в работе ([1]), преобразуется к эквивалентной, показанной на рис. 1*б* ([2]),

$$u^*(t) = W(p)u(t)$$

— внутренняя помеха, отнесенная к выходу системы.

Используя непосредственно интегральное уравнение оптимальной системы, получим выражение спектральной плотности ошибки $S_\varepsilon(f)$, соответствующей предельной характеристике. Уравнение для предельной характеристики запишем в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [R_\varphi(t-\tau) + R_{u^*}(t-\tau) - R_{\varphi u^*}(t-\tau) - R_{u^*\varphi}(t-\tau)]\, k(\tau)\, d\tau = $$
$$= R_{m\varphi}(t) + R_{u^*}(t) - R_{u^*\varphi}(t) - R_{mu^*}(t), \qquad (1)$$

где

$$R_{\varphi}(\tau)=R_m(\tau)+R_n(\tau)+R_{mn}(\tau)+R_{nm}(\tau),$$

$$R_{u^*\varphi}(\tau)=R_{u^*m}(\tau)+R_{u^*n}(\tau)$$

$$R_{\varphi u^*}(\tau)=R_{mu^*}(\tau)+R_{nu^*}(\tau),$$

$$R_{m\varphi}(\tau)=R_m(\tau)+R_{mn}(\tau),$$

$$R_{m,\,n,\,u^*}(\tau)\simeq\frac{1}{T}\int_0^T \xi_{m,\,n,\,u^*}(t+\tau)\,\xi_{m,\,n,\,u^*}(t)\,dt,$$

$$\xi_m(t)=m(t),\quad \xi_n(t)=n(t),\quad \xi_{u^*}(t)=u^*(t),$$

$$R_{u^*m,\,mu^*,\,u^*n,\,nu^*}(\tau)\simeq\frac{1}{T}\int_0^T \xi_{u^*,\,m,\,u^*,\,n}(t+\tau)\,\xi_{m,\,u^*,\,n,\,u^*}(t)\,dt.$$

Из уравнения (1) находится предельная характеристика замкнутой системы

$$\Phi(jf)=\frac{S_{m\varphi}(f)+S_{u^*}(f)-S_{u^*\varphi}(f)-S_{mu^*}(f)}{S_{\varphi}(f)+S_{u^*}(f)-S_{u^*\varphi}(f)-S_{\varphi u^*}(f)}, \tag{2}$$

где

$$S_{\varphi}(f)=S_m(f)+S_n(f)+S_{mn}(f)+S_{nm}(f), \tag{3}$$

$$S_{u^*\varphi}(f)=S_{u^*m}(f)+S_{u^*n}(f), \tag{4}$$

$$S_{\varphi u^*}(f)=S_{mu^*}(f)+S_{nu^*}(f), \tag{5}$$

$$S_{m\varphi}(f)=S_m(f)+S_{mn}(f),$$

$$S_{m,\,n,\,u^*}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} R_{m,\,n,\,u^*}(\tau)\,e^{-j\omega\tau}d\tau,$$

$$S_{u^*m,\,mu^*,\,u^*n,\,nu^*}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} R_{u^*m,\,mu^*,\,u^*n,\,nu^*}(\tau)\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau,\qquad \omega=2\pi f.$$

Средний квадрат случайной ошибки (с.к.о.) системы определяется формулой

$$\begin{aligned}\overline{\varepsilon^2}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}&[R_{\varphi}(t-\tau)+R_{u^*}(t-\tau)-R_{u^*\varphi}(t-\tau)-\\&-R_{\varphi u^*}(t-\tau)]\,k(t)\,k(\tau)\,dt\,d\tau-\\&-2\int_{-\infty}^{+\infty}[R_{m\varphi}(t)+R_{u^*}(t)-R_{u^*\varphi}(t)-R_{mu^*}(t)]\,k(t)\,dt+\\&+R_m(0)-R_{u^*m}(0)-R_{mu^*}(0)+R_{u^*}(0).\end{aligned}$$

Интегральное уравнение (1) позволяет упростить выражение для с.к.о.:

$$\begin{aligned}\overline{\varepsilon^2}=R_m(0)+R_{u^*}(0)-R_{u^*m}(0)-R_{mu^*}(0)+\\+\int_{-\infty}^{+\infty}[R_{u^*\varphi}(t)+R_{mu^*}(t)-R_{m\varphi}(t)-R_{u^*}(t)]\,k(t)\,dt,\end{aligned} \tag{6}$$

где $k(t)$ — предельная импульсная переходная функция системы, соответствующая передаточной функции (2).

Соотношение (6) представимо в виде

$$\varepsilon^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_\varepsilon(f)\,df,$$

откуда следует выражение для спектральной плотности ошибки, соответствующей предельной характеристике (2),

$$S_\varepsilon(f) = [S_m(f) + S_{u^*}(f) - S_{u^*m}(f) - S_{mu^*}(f)]\Phi_\varepsilon(-jf) + \\ + [S_{u^*n}(f) - S_{mn}(f)]\Phi(-jf),$$

где $\Phi_\varepsilon(jf) = 1 - \Phi(jf)$ — передаточная функция ошибки.

Для вычисления пропускных способностей используется формула, полученная в работе [1],

$$C = \int_F \log \frac{S_m(f)}{S_\varepsilon(f)}\,df, \tag{7}$$

F — полоса частот спектра полезного сигнала.

Ниже приводятся выражения для пропускных способностей, полученные по формуле (7) для разных частных случаев.

1) $m(t) \neq 0,\ n(t) \neq 0,\ u^*(t) = 0,\ R_{mn}(\tau) \neq 0$:

$$C = \int_F \log \frac{S_\varphi(f)}{S_n(f) - |S_{mn}(f)|^2/S_m(f)}\,df; \tag{8}$$

2) $m(t) \neq 0,\ n(t) \neq 0,\ u^*(t) \neq 0,\ R_{mn}(\tau) \neq 0,\ R_{u^*n}(\tau) = 0,\ R_{u^*m}(\tau) = 0$:

$$C = \int_F \log \frac{S_\varphi(f) + S_{u^*}(f)}{S_n(f) - |S_{mn}(f)|^2/S_m(f) + S_{u^*}(f)\,S_n(f)/S_m(f)}\,df; \tag{9}$$

3) $m(t) \neq 0,\ n(t) \neq 0,\ u^*(t) \neq 0,\ R_{mn}(\tau) \neq 0,\ R_{u^*n}(\tau) \neq 0,\ R_{u^*m}(\tau) = 0$:

$$C = \int_F \log \frac{S_\varphi(f) + S_{u^*}(f) - S_{u^*n}(f) - S_{nu^*}(f)}{S_n(f) + S(f)/S_m(f)}\,, \tag{10}$$

$$S(f) = S_n(f)S_{u^*}(f) - |S_{mn}(f)|^2 - |S_{u^*n}(f)|^2 + \\ + S_{mn}(f)S_{nu^*}(f) + S_{u^*n}(f)S_{nm}(f); \tag{11}$$

4) $m(t) \neq 0,\ n(t) \neq 0,\ u^*(t) \neq 0,\ R_{mn}(\tau) \neq 0,\ R_{u^*n}(\tau) \neq 0,\ R_{u^*m}(\tau) \neq 0$:

$$C = \int_F \log \frac{S_\varphi(f) + S_{u^*}(f) - S_{u^*\varphi}(f) - S_{\varphi u^*}(f)}{S_n(f) + [S(f) + Q(f)]/S_m(f)}\,, \tag{12}$$

где $Q(f) = -S_n(f)[S_{u^*m}(f) + S_{mu^*}(f)]$, $S(f)$ вычисляется по формуле (11).

В формулах (8) — (10), (12) спектральные плотности $S_\varphi(f)$, $S_{u^*\varphi}(f)$ $S_{\varphi u^*}(f)$ определяются соответственно выражениями (3) — (5).

Из приведенных формул как частные случаи следуют выражения для пропускных способностей, полученные в работе [1], при отсутствии корреляционных связей между сигналом и помехами.

Московский авиационный институт
им. С. Орджоникидзе

Поступило
17 IV 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Петров, А. С. Усков, ДАН, **194**, № 5 (1970). [2] M. J. Pelegrin Calcul statistique des systemes asservis, Paris, 1953.