

Е. Д. Головин, А. А. Шамына
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В. Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ СФЕРОИДАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ. МОДЕЛЬ ВЕНТЦЕЛЯ-КРАМЕРСА-БРИЛЛЮЭНА

Введение. Нелинейные оптические явления активно изучаются и применяются в таких областях науки как медицина, биология, оптика. Одним из таких явлений является генерация второй гармоники (ГВГ) – явление, при котором, в ходе взаимодействия волны с нелинейным материалом, происходит генерация новой волны с удвоенной частотой. Для описания этого явления можно использовать модели Релея-Ганса-Дебая (РГД) и Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ). В настоящей работе рассмотрим явление ГВГ в нелинейном поверхностном слое диэлектрической частицы сфероидальной формы, используя приближение ВКБ.

Постановка задачи и фазы падающей и генерируемой волн. Пусть сфероидальная диэлектрическая частица расположена так, что центр частицы совпадает с началом координат, а её ось симметрии направлена вдоль оси Oz . Длину полуоси эллипсоида вдоль оси его симметрии обозначим символом a_z , а длину полуоси, перпендикулярной оси симметрии – символом a_x . Для отношения указанных величин введём обозначение $\rho = a_z / a_x$. Толщину нелинейного слоя, которым покрыта частица, обозначим символом d_0 ($d_0 \ll a_x, d_0 \ll a_z$). Пусть на такую частицу под углом θ_{in} падает плоская электромагнитная волна с циклической частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}^{(\omega)}$. Модуль волнового вектора падающей волны обозначим символом k_ω , отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте ω – η_ω . В поверхностном слое будет генерироваться новая волна с частотой 2ω и волновым вектором $\mathbf{k}^{(2\omega)}(\mathbf{x})$, зависящим от направления наблюдения. Далее для удобства будем обозначать этот вектор символом $\mathbf{k}^{(12)}$. Модуль волнового вектора генерируемой волны обозначим символом $k_{2\omega}$, отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды на частоте 2ω – $\eta_{2\omega}$. Получим теоретически формулу для вычисления напряжённости поля второй гармоники, генерируемого в нелинейном поверхностном слое частицы, используя приближение ВКБ.

Найдём выражение для вектора электрической напряжённости волны, падающей на поверхность частицы, с учётом сдвига фазы. Рассмотрим произвольный луч падающей электромагнитной волны с циклической частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}^{(\omega)}$, лежащий в плоскости, параллельной плоскости xOz , и проходящий через поверхность частицы в точках A и B (рисунок 1(а)). При рассмотрении траектории луча AB не будем учитывать преломление электромагнитных волн на границах раздела сред [1]. Тогда фазы в точках A и B соответственно равны $\varphi_A^{(\omega)}(\mathbf{x}'_A) = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}'_A$ и $\varphi_B^{(\omega)}(\mathbf{x}'_B) = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}'_B + \Delta\varphi^{(\omega)}$, соответственно, где $\Delta\varphi^{(\omega)}$ – сдвиг фазы, вызванный прохождением волны через среду с показателем преломления, отличным от показателя преломления окружающей среды. Выражения для сдвига фаз можно записать в виде:

$$\Delta\varphi^{(\omega)}(\mathbf{x}'_B) = (\eta_\omega - 1)k_\omega L_\omega(\mathbf{x}'_B), \quad (1)$$

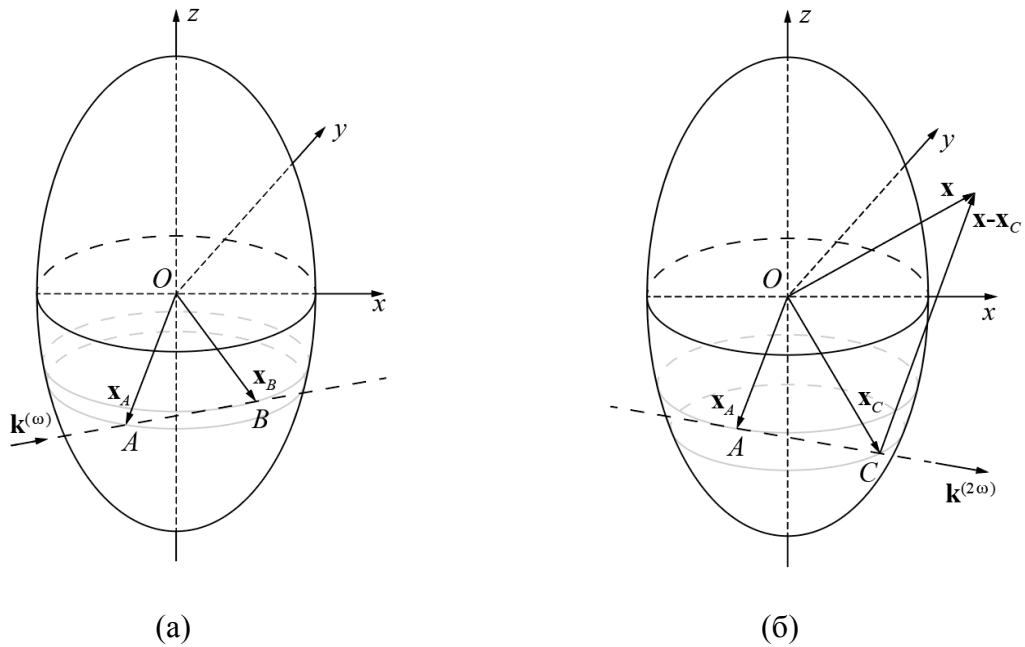
где $L_\omega(\mathbf{x}'_B)$ – расстояние между точками A и B , которое падающая волна проходит внутри частицы. Определить это расстояние можно путём нахождения точек пересечения прямой и сфероида. Для этого необходимо решить систему уравнений, состоящих из канонического уравнения прямой с направляющим вектором $\mathbf{k}^{(\omega)}$ и канонического уравнения сфероида.

С учётом выражения (1) можно записать обобщающее выражение для фазы падающей волны:

$$\varphi^{(\omega)}(\mathbf{x}') = \mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}' + p_{\omega}(\eta_{\omega} - 1)k_{\omega}L_{\omega}(\mathbf{x}'), \quad (2)$$

где p_{ω} – коэффициент, который принимает значение 0, если фаза определяется в точке A, и 1, если фаза определяется в точке B.

Определим фазу генерируемой волны. Пусть в поверхностном слое частицы генерируется волна, волновой вектор которой параллелен вектору $\mathbf{e}_r$. Единичный вектор $\mathbf{e}_r$ является встречным к направлению наблюдения, производящемуся из дальней зоны (рисунок 1(б)).



(а)

(б)

а – волновой вектор падающей волны;
б – волновой вектор генерируемой волны

Рисунок 1 – Схемы распространения волн через поверхность сфероидальной частицы

Фаза волны, пришедшей из точки C к наблюдателю, находящемуся в дальней зоне, равна $\varphi_C^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_C) = k_{2\omega}|\mathbf{x} - \mathbf{x}'_C|$. Фаза генерируемой волны, пришедшей к наблюдателю из точки A, равна $\varphi_A^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_A) = k_{2\omega}|\mathbf{x} - \mathbf{x}'_A| + \Delta\varphi^{(2\omega)}$. Здесь $\mathbf{x}$ – вектор, определяющий положение наблюдателя относительно начала координат, а векторами $\mathbf{x}'_C$ и $\mathbf{x}'_A$ определено положение элементов поверхности частицы (точек C и A соответственно) относительно начала координат. Аналогично предыдущим рассуждениям, запишем выражения для сдвига фазы в точке A для генерируемой волны:

$$\Delta\varphi^{(2\omega)}(\mathbf{x}'_A) = (\eta_{2\omega} - 1)k_{2\omega}L_{2\omega}(\mathbf{x}'_A). \quad (3)$$

Аналогично предыдущим рассуждениям, объединим полученные выражение для фаз в точках C и A и воспользуемся приближением дальней зоны [2]:

$$\varphi^{(2\omega)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = k_{2\omega}|\mathbf{x}| - \mathbf{k}^{(2\omega)} \mathbf{x}' + p_{2\omega}(\eta_{2\omega} - 1)k_{2\omega}L_{2\omega}(\mathbf{x}'), \quad (4)$$

где $p_{2\omega}$ – коэффициент, который принимает значение 0, если фаза определяется в точке С, и 1, если фаза определяется в точке А.

Выражения для вектора напряжённости электрического поля второй гармоники. Для определения напряжённости электрического поля генерируемой волны запишем выражения для напряжённостей падающей электромагнитных волн, с учётом ранее найденной фазы:

$$\mathbf{E}^{(\omega)}(\mathbf{x}') = \frac{2}{\eta_{\omega} + 1} \mathbf{e}^{(\omega)} E_{\omega} \exp(i\mathbf{k}^{(\omega)} \mathbf{x}' + ip_{\omega}(\eta_{\omega} - 1)k_{\omega}L_{\omega}(\mathbf{x}')). \quad (5)$$

Для удобства в (5) опущена временная часть.

Причиной генерации второй гармоники в дипольной модели является наличие нелинейной части поляризации [2]. Учитывая (4) и (5), запишем выражение для компонент вектора напряжённости электрического поля генерируемого излучения:

$$E_i^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} E_{\omega}^2 d_0 (\delta_{im} - e_{r,i}e_{r,m}) X_{mjk}^{(2\omega)} e_j^{(\omega)} e_k^{(\omega)}, \quad (6)$$

где $X_{ijk}^{(2\omega)}$ – эффективная восприимчивость, которую можно определить по формуле

$$X_{ijk}^{(2\omega)} = \left(\frac{2}{\eta_{\omega} + 1} \right)^2 \int_S \chi_{ijk}^{(2)} \exp[i\mathbf{q}\mathbf{x}' + ip_{2\omega}(\eta_{2\omega} - 1)k_{2\omega}L_{\omega}(\mathbf{x}')] \times \\ \times \exp[2ip_{\omega}(\eta_{\omega} - 1)k_{\omega}L_{\omega}(\mathbf{x}')] dS_{\mathbf{x}'}. \quad (7)$$

Введём величину $s^{(2\omega)}(\theta, \varphi)$, пропорциональную вектору Умова-Пойтинга:

$$s^{(2\omega)}(\theta, \varphi) = |(1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi)|^2, \quad (8)$$

$$f_i^{(2\omega)} = X_{ijk}^{(2\omega)} e_j^{(\omega)} e_k^{(\omega)}. \quad (9)$$

Графический анализ полученного решения. Для графического анализа построим трёхмерные диаграммы направленности мощности генерируемого излучения для моделей ВКБ (непрозрачный рисунок) и РГД (полупрозрачный рисунок). При построении использовались следующие параметры: $k_{\omega}a_x = 0,1$, $\rho = 1,5$, $\theta_{in} = \pi/2$, $\chi_1^{(2)} \neq 0$, $\chi_{2,3,4}^{(2)} = 0$. Диаграммы направленности представлены на рисунке 2.

Форма трёхмерной диаграммы направленности распределения мощности генерируемого излучения для модели ВКБ подобна форме диаграммы направленности, соответствующей модели РГД [3]. Отличия наблюдаются только в значении плотности мощности. Для модели ВКБ эта величина меньше, чем для модели РГД. Причиной различия полученных диаграмм является разница в показателях преломления среды и частицы.

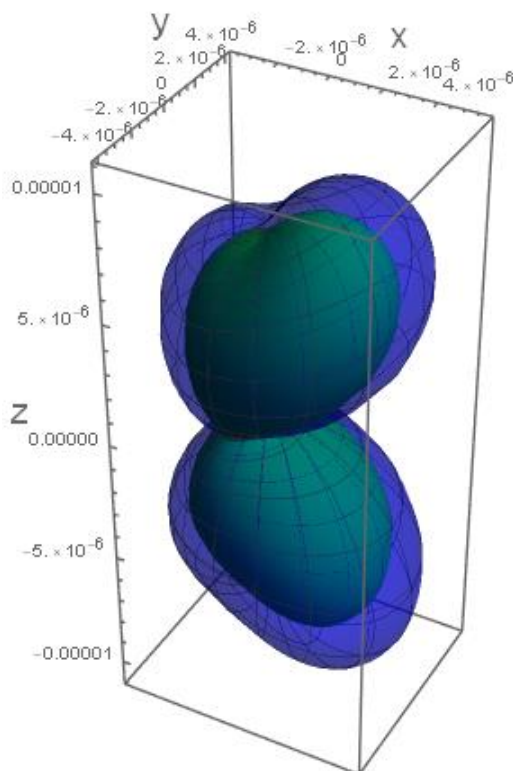


Рисунок 2 – Диаграммы направленности излучения второй гармоники, генерируемого в оптически нелинейном слое сфероидальной частицы, рассчитанные на основе моделей РГД и ВКБ

Заключение. В работе предложена модель генерации второй гармоники в поверхностном слое диэлектрической сфероидальной частицы с использованием модели ВКБ. Было проведено сравнение двух моделей: РГД и ВКБ. Результаты показали, что диаграммы направленности генерируемого излучения для обеих моделей имеют похожую форму, но отличаются величиной плотности мощности излучения. Полученные результаты соответствуют аналогичным результатам, полученным для частиц сферической и цилиндрической форм. Следующим этапом исследования является изучение явления генерации суммарной частоты в поверхностном слое диэлектрических частиц сфероидальной формы.

Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya [et al.] // Physical Review A. – 2010. – Vol. 81, № 5. – P. 053850.
2. Капшай, В. Н. Генерация второй гармоники в поверхностном слое диэлектрической сфероидальной частицы. I. Аналитическое решение / В. Н. Капшай, А. А. Шамына, А. И. Толкачёв // Оптика и спектроскопия. – 2022. – Т. 130, № 7. – С. 1068–1081.
3. Шамына, А. А. Генерация второй гармоники в поверхностном слое диэлектрической сфероидальной частицы: II. Анализ решения / А. А. Шамына, В. Н. Капшай, А. И. Толкачёв // Оптика и спектроскопия. – 2022. – Т. 130, № 7. – С. 1082–1097.