

Л. А. Гурченко
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В. Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН БИИЗОТРОПНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Введение. В работе рассматривается задача рассеяния электромагнитной волны, падающей нормально к оси симметрии бесконечного цилиндра, выполненного из биизотропного материала и размещённого в биизотропной среде. Биизотропные среды включают в себя широкий класс материалов, что делает задачу универсальной [1, 2]. В работе выполнено определение электромагнитного поля внутри и вне цилиндра, а также графический анализ влияния параметров окружающей среды на рассеяние. Построенные зависимости коэффициентов рассеяния от радиуса цилиндра позволяют наглядно увидеть, как параметры окружающей биизотропной среды влияют на процесс рассеяния.

Постановка задачи. Пусть на цилиндр падает плоская монохроматическая электромагнитная волна, с направлением распространения которой совпадает ось x . Мы рассматриваем бесконечно длинный, однородный биизотропный цилиндр радиуса a . Ось z направим вдоль продольной оси симметрии цилиндра. Рассматриваемое электромагнитное поле является монохроматическим и представляется в виде $\vec{E}(t, \vec{x}) = \vec{E}(\vec{x})e^{-i\omega t}$. Необходимо определить электромагнитное поле как внутри цилиндра, так и рассеянное за его пределами поле. Окружающая среда принимается биизотропной, и в качестве частных случаев включает среду Теллегена, киральную и изотропный диэлектрик.

Электромагнитные свойства биизотропных сред описываются соответствующими материальными уравнениями:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + (\chi + i\alpha) \vec{H}, \quad \vec{B} = (\chi - i\alpha) \vec{E} + \mu \vec{H}. \quad (1)$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{H}$ обозначают напряжённости электрического и магнитного полей, соответственно, а $\vec{D}$ и $\vec{B}$ – их индукции. Параметры ϵ и μ есть диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, χ и α описывают магнитоэлектрический эффект, отражающий взаимное влияние электрического и магнитного полей, то есть возникновение электрического отклика на магнитное поле или магнитного отклика на электрическое. В частных случаях имеем: при $\alpha = 0$ и $\chi \neq 0$ среду Теллегена, при $\alpha \neq 0$ и $\chi = 0$ киральную среду, а при $\alpha = 0$ и $\chi = 0$ изотропную среду.

Волновые числа для плоских циркулярно поляризованных электромагнитных волн в биизотропной среде определяются по формулам

$$k_{\pm}(\omega) = \frac{\omega}{c} \left(\sqrt{\epsilon\mu - \chi^2} \pm \alpha \right). \quad (2)$$

Эти формулы справедливы и в указанных выше частных случаях.

Решение задачи.

Рассмотрим падающую вдоль оси x правоциркулярно поляризованную электромагнитную волну, у которой вектор электрического поля $\vec{E}$ и вектор магнитного поля $\vec{H}$ лежат в плоскости yz :

$$\vec{E}^{na\partial}(t, \vec{x}) = E_0 (\vec{e}_y + i\vec{e}_z) e^{ik_+(\omega)x}. \quad (3)$$

Используя уравнения Максвелла найдем $\vec{H}^{na\partial}(t, \vec{x})$:

$$\begin{aligned} \vec{H}^{na\partial}(t, \vec{x}) &= \frac{c}{i\omega\mu} \text{rot} \vec{E}^{na\partial}(t, \vec{x}) - \frac{(\chi - i\alpha)}{\mu} \vec{E}^{na\partial}(t, \vec{x}) = \\ &= \frac{c}{i\omega\mu} \left[k_+ E_0 (\vec{e}_y + i\vec{e}_z) e^{ik_+(\omega)x} e^{-i\omega t} \right] - \frac{(\chi - i\alpha)}{\mu} \left[E_0 (\vec{e}_y + i\vec{e}_z) e^{ik_+(\omega)x} \right] = \\ &= \left[\frac{ck_+(\omega)}{i\omega\mu} - \frac{(\chi - i\alpha)}{\mu} \right] E_0 (\vec{e}_y + i\vec{e}_z) e^{ik_+(\omega)x} e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (3) и (4) получим падающее электрическое и магнитное поля в виде сумм по парциальным волнам в цилиндрических координатах:

$$E^{na\partial} = E_0 (\sin \varphi \vec{e}_\rho + \cos \varphi \vec{e}_\varphi + i\vec{e}_z) \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k_{+,1}\rho) i^m e^{im\varphi} e^{-i\omega t}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}^{na\partial}(t, \vec{x}) &= \frac{c}{i\omega\mu} E_0 \left\{ \vec{e}_\rho \left[- \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m}{\rho} J_m(k_{+,1}\rho) \right] + \vec{e}_\varphi \left[-ik_{+,1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J'_m(k_{+,1}\rho) \right] + \right. \\ &+ \left. \vec{e}_z \left[\frac{\cos \varphi k_{+,1}}{\rho} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J'_m(k_{+,1}\rho) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(\cos \varphi - im \sin \varphi)}{\rho} J_m(k_{+,1}\rho) \right] \right\} i^m e^{im\varphi} e^{-i\omega t} - \\ &- \frac{(\chi - i\alpha)}{\mu} E_0 (\vec{e}_y + i\vec{e}_z) \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k_{+,1}\rho) i^m e^{im\varphi} e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогичным образом через ряды, содержащие функции Бесселя или Ханкеля, выражаются поле внутри цилиндра и рассеянное им, однако при этом учитываются различия в электромагнитных свойствах внутренней и внешней биизотропных сред:

$$\begin{aligned} E^{внутр} &= E_0 (\sin \varphi \vec{e}_\rho + \cos \varphi \vec{e}_\varphi + i\vec{e}_z) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[A_m^+ J_m(k_{+,2}\rho) \right] e^{im\varphi} e^{-i\omega t} + \\ &+ E_0 (\sin \varphi \vec{e}_\rho + \cos \varphi \vec{e}_\varphi - i\vec{e}_z) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[A_m^- J_m(k_{-,2}\rho) \right] e^{im\varphi} e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (7)$$

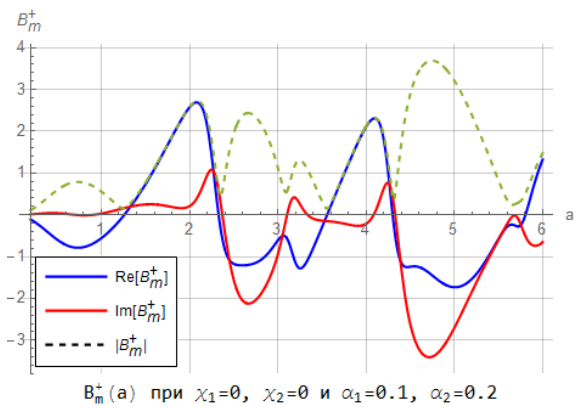
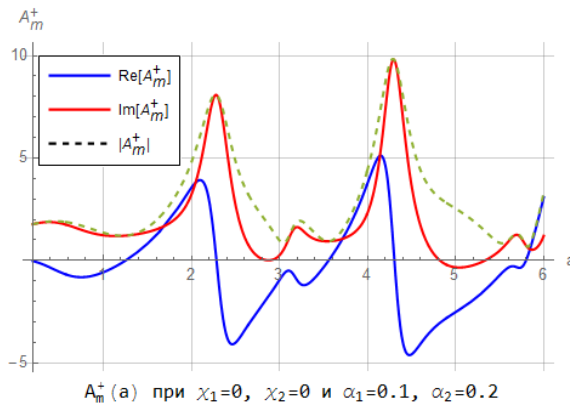
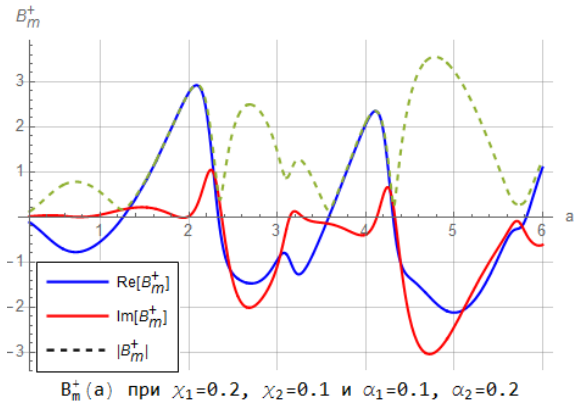
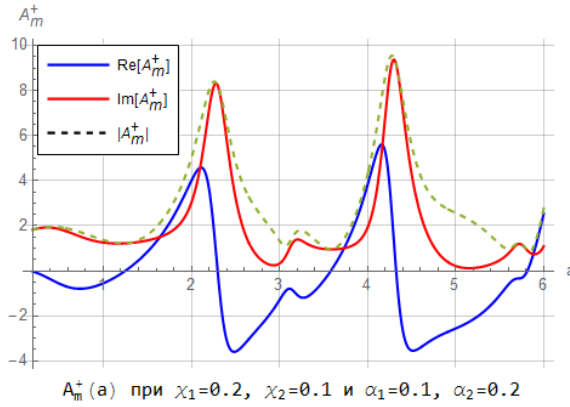
$$E^{pacc} = E_0 \left(\sin \varphi \vec{e}_\rho + \cos \varphi \vec{e}_\varphi + i \vec{e}_z \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[B_m^+ H_m^{(1)}(k_{+,1} \rho) \right] e^{im\varphi} e^{-i\omega t} +$$

$$+ E_0 \left(\sin \varphi \vec{e}_\rho + \cos \varphi \vec{e}_\varphi - i \vec{e}_z \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[B_m^- H_m^{(1)}(k_{-,1} \rho) \right] e^{im\varphi} e^{-i\omega t}. \quad (8)$$

Параметры, характеризующие электродинамические свойства внешней среды, обозначаются индексом 1, тогда как параметры, описывающие материал цилиндра, имеют индекс 2.

Путем учета граничных условий на границе раздела между цилиндром и окружающей средой может быть получена система уравнений для коэффициентов $A_m^\pm$ и $B_m^\pm$, определяющих внутреннее и рассеянное поля. Решение этой системы позволило определить аналитические выражения для этих неизвестных коэффициентов. С использованием полученных выражений были построены графики зависимости коэффициентов рассеяния от радиуса цилиндра при фиксированных значениях параметров среды (рисунок 1). При этом графики приведены только в случае $m=1$ для краткости.

На графиках, выполненных для различных параметров окружающей среды, можно проследить, как меняются амплитудные коэффициенты внутренней и рассеянной волн в зависимости от этих параметров.



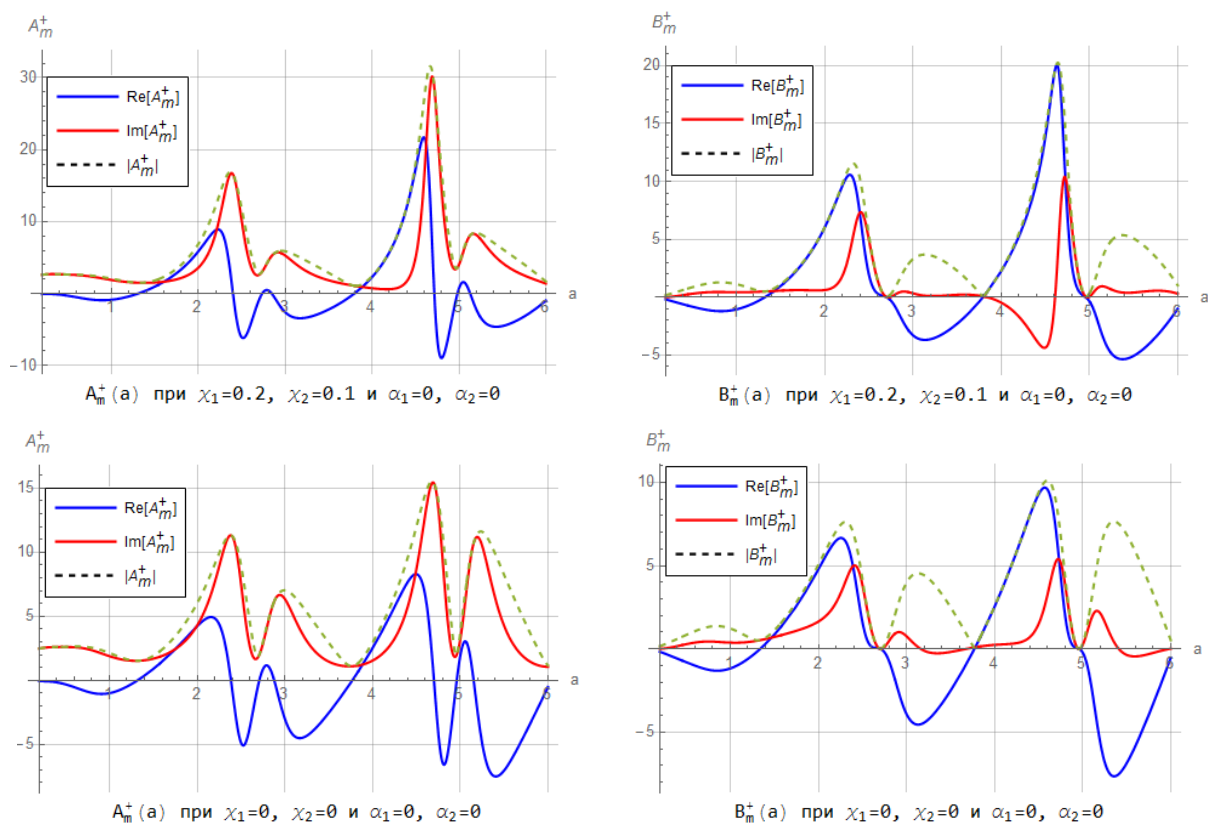


Рисунок 1 – Графики зависимостей коэффициентов A_m^+ и B_m^+ от радиуса цилиндра a

Заключение. В настоящей работе исследован процесс рассеяния плоской электромагнитной волны, падающей перпендикулярно оси симметрии бесконечного цилиндра, выполненного из биизотропного материала и находящегося в биизотропной среде. Проведён графический анализ зависимости коэффициентов от радиуса цилиндра, что позволило выявить влияние различных типов среды на характер рассеяния.

Литература

1. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media / I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, A. J. Viitanen. – Artech House, Boston and London. – 1994. – 344 p.
2. Jackson, J. D. Classical Electrodynamics / J. D. Jackson. – 3rd ed. – New York : John Wiley & Sons, 1999. – 833 p.