

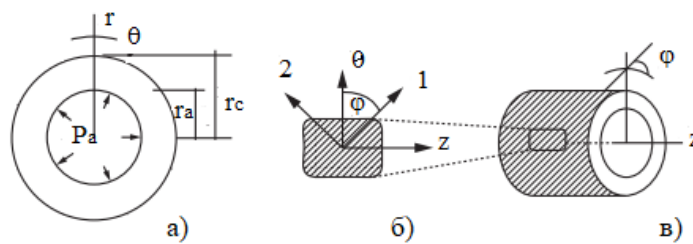
**С. В. Киргинцева**

(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

Науч. рук. **В. В. Можаровский**, д-р техн. наук, профессор

## **ВЛИЯНИЕ УГЛА АРМИРОВАНИЯ ТРУБЫ ИЗ КОМПОЗИТА НА ЕЁ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ**

**Введение и постановка задачи.** Явление гидравлического удара является сложным физическим процессом, в результате которого могут возникнуть кризисные ситуации. В данной работе рассматриваются однослойные композитные трубы, армированные волокнами под углом  $\varphi$ , длиной  $L$  и диаметром  $D$  с протекающей внутри жидкостью плотностью  $\rho$ . На рисунке 1 представлена физическая модель рассматриваемого трубопровода, внутри которого происходит течение жидкости с определенной скоростью и заданным внутренним давлением  $P_a$ .



а – сечение трубы с внутренним давлением  $P_a$ ;  
б – система координат; в – угол ламинирования  $\varphi$  [1]

Рисунок 1 – Композитная труба

Решается задача компьютерной реализации определения напряженно-деформированного состояния (НДС) при различных углах армирования при гидравлическом ударе.

**Методика определения напряженно-деформированного состояния однослойных труб при гидравлическом ударе.** Для плоской деформации соотношения между компонентами напряжений и деформаций будут [1]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \gamma \end{Bmatrix}.$$

Условие равновесия для рассматриваемой задачи имеет вид [1]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\theta) \frac{1}{r} = 0,$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  – напряжения по направлениям  $r$ ,  $\theta$ .

Учитывая граничные условия  $\sigma_r(r_a) = P_a$  и  $\sigma_r(r_c) = 0$ , решая дифференциальное уравнение равновесия, получаем зависимости для определения напряжений [1], считая, что найдена величина максимального давления  $P_a$  при гидроударе по методике [3]:

$$\sigma_r(r) = \left[ \frac{-P_a}{r_a^{\eta-1} - r_c^{2\eta} r_a^{-(1+\eta)}} \right] r^{\eta-1} - \left[ \frac{-P_a}{(r_a^{\eta-1} / r_c^{2\eta}) - r_a^{-(\eta+1)}} \right] r^{-(\eta+1)},$$

$$\sigma_\theta(r) = \left[ \frac{-P_a}{r_a^{\eta-1} - r_c^{2\eta} r_a^{-(1+\eta)}} \right] \frac{C_{11} + \eta C_{13}}{C_{13} + \eta C_{33}} r^{\eta-1} - \left[ \frac{-P_a}{(r_a^{\eta-1} / r_c^{2\eta}) - r_a^{-(\eta+1)}} \right] \frac{C_{11} - \eta C_{13}}{C_{13} - \eta C_{33}} r^{-(\eta+1)},$$

$$\sigma_z(r) = \left[ \frac{-P_a}{r_a^{\eta-1} - r_c^{2\eta} r_a^{-(1+\eta)}} \right] \frac{C_{12} + \eta C_{23}}{C_{13} + \eta C_{33}} r^{\eta-1} - \left[ \frac{-P_a}{(r_a^{\eta-1} / r_c^{2\eta}) - r_a^{-(\eta+1)}} \right] \frac{C_{12} - \eta C_{23}}{C_{13} - \eta C_{33}} r^{-(\eta+1)},$$

$$\text{где } \eta = \left( \frac{E_{11} + 4v_{12}^2 \mu_{23}}{G_{23} + \mu_{23}} \right)^{1/2}, \quad s_\varphi = \sin \varphi, \quad t_\varphi = \cos \varphi.$$

$$\frac{C_{11} \pm \eta C_{13}}{C_{13} \pm \eta C_{33}} = \frac{\left[ (E_{11} + 4v_{12}^2 \mu_{23}) t^4 + 4(\mu_{23} v_{12} + G_{12}) s^2 t^2 + (G_{23} + \mu_{23}) s^4 \right] \pm \eta \left[ 2\mu_{23} v_{12} t^2 + (\mu_{23} - G_{23}) s^2 \right]}{\left[ 2\mu_{23} v_{12} t^2 + (\mu_{23} - G_{23}) s^2 \right] \pm \eta (G_{23} + \mu_{23})},$$

$$\frac{C_{12} \pm \eta C_{23}}{C_{13} \pm \eta C_{33}} = \frac{\left[ (E_{11} + 4v_{12}^2 \mu_{23} + G_{23} + \mu_{23} - 4G_{12}) s^2 t^2 + 2\mu_{23} v_{12} (s^4 + t^4) \right] \pm \eta \left[ 2\mu_{23} v_{12} s^2 + (\mu_{23} - G_{23}) t^2 \right]}{\left[ 2\mu_{23} v_{12} t^2 + (\mu_{23} - G_{23}) s^2 \right] \pm \eta (G_{23} + \mu_{23})},$$

$$E_{11} = V E_f + (1-V) E_m + \frac{4V(1-V)(v_f - v_m)^2}{(1-V)/(K_f + G_f/3) + V/(K_m + G_m/3) + 1/G_m},$$

$$v_{12} = V v_f + (1-V) v_m + \frac{V(1-V)(v_f - v_m)(1/(K_f + G_f/3) - 1/(K_f + G_f/3))}{(1-V)/(K_f + G_f/3) + V/(K_m + G_m/3) + 1/G_m},$$

$$\mu_{23} = K_m + \frac{G_m}{3} + \frac{V}{1/(K_f - K_m + (G_f - G_m)/3) + (1-V)/(K_m + 4G_m/3)},$$

$$G_{23} = G_m \left[ 1 + \frac{V}{G_m/(G_f - G_m) + (K_m + 7G_m/3)/(2K_m + 8G_m/3)} \right], \quad G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V) + G_m(1-V)}{G_f(1-V) + G_m(1+V)},$$

$$K_m = \frac{E_m}{3(1-2v_m)}, \quad K_f = \frac{E_f}{3(1-2v_f)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2(1+v_m)}, \quad G_f = \frac{E_f}{2(1+v_f)},$$

где  $E, v, K, G$  – модуль упругости, коэффициент Пуассона, модуль объемной упругости, модуль сдвига соответственно;

индексы  $f$  и  $m$  характеризуют волокно и матрицу соответственно;

$V$  – процентное содержание волокон в матрице композиционного материала.

**Примеры расчета напряженно-деформированного состояния однослойных труб.**  
Создана программа в среде *Delphi* для расчета напряженно-деформированного состояния однослойных ортотропных труб из композитов.

*Пример 1.* Рассмотрим однослойные трубы из композита, состоящие из полиэтилена и армирующей проволоки [2]: (модули упругости и коэффициенты Пуассона трубы равны  $E_f = 207$  ГПа,  $\nu_f = 0,3$ ,  $E_m = 1,43$  ГПа,  $\nu_m = 0,4$  с радиусами  $r_a = 0,232$  м,  $r_c = 0,25$  м. Волокна в матрице композиционного материала расположены под углом  $\varphi$  ( $V = 1,48$  %). Графики изменения напряжений при различных углах армирования представлены на рисунке 2.

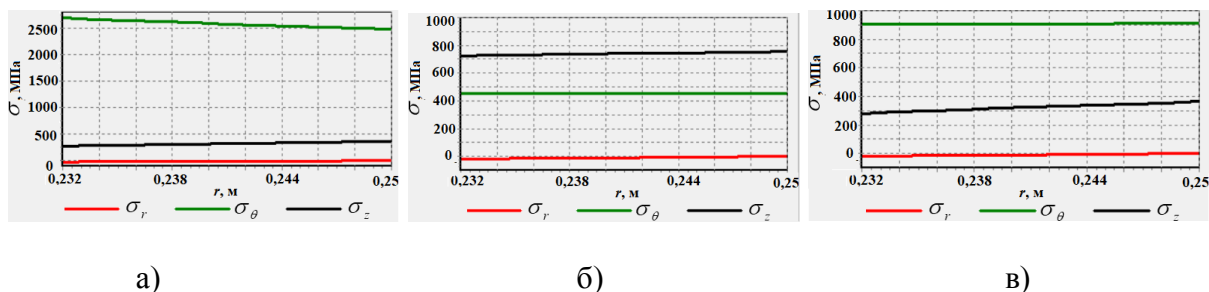


Рисунок 2 – Графики изменения напряжений: а –  $\varphi=0^\circ$ ; б –  $\varphi=45^\circ$ ; в –  $\varphi=90^\circ$

*Пример 2.* Рассмотрим однослойные трубы из материалов, указанных в [1, 3] (материал 1: эпоксидная смола со стекловолокном,  $E_f = 86$  ГПа;  $\nu_f = 0,22$ ;  $E_m = 3,76$  ГПа;  $\nu_m = 0,374$ ; материал 2: эпоксидная смола с углеродным волокном,  $E_f = 388$  ГПа;  $\nu_f = 0,358$ ;  $E_m = 3,76$  ГПа;  $\nu_m = 0,374$ ) с радиусами  $r_a = 0,12$  м,  $r_c = 0,15$  м. Процентное содержание волокон  $V = 30$  %. Графики изменения напряжений при различных углах армирования представлены на рисунке 3 (материал 1) и рисунке 4 (материал 2).

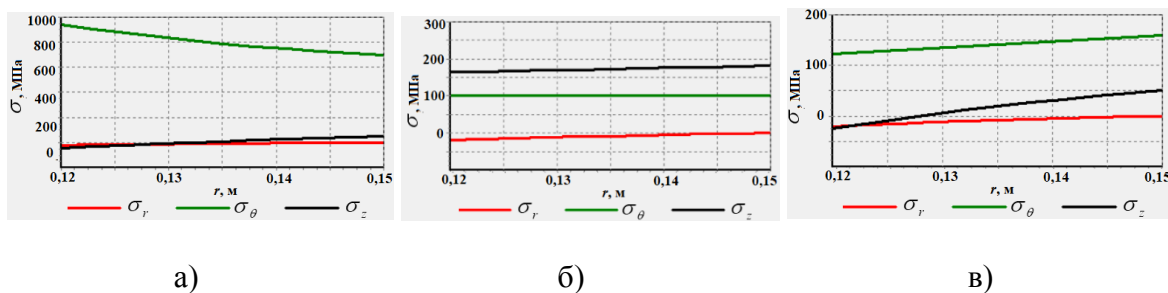


Рисунок 3 – Графики изменения напряжений (материал 1): а –  $\varphi=0^\circ$ ; б –  $\varphi=45^\circ$ ; в –  $\varphi=90^\circ$

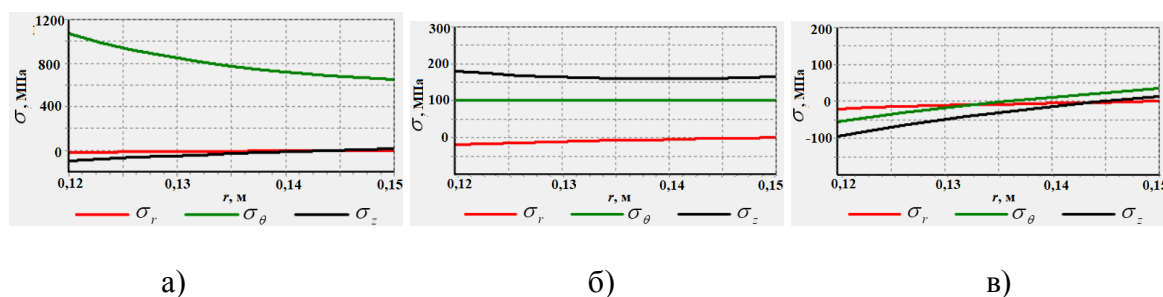


Рисунок 4 – Графики изменения напряжений (материал 2): а –  $\varphi=0^\circ$ ; б –  $\varphi=45^\circ$ ; в –  $\varphi=90^\circ$

**Выводы.** Представлена методика расчета напряжений в армированной трубе из композита, которую можно применить для определения НДС трубы с целью подбора

механических характеристик материала при дальнейшей оценке её прочности и стадии разрушения при гидравлическом ударе.

### **Литература**

1. Volnei Titaa. Theoretical Models to Predict the Mechanical Behavior of Thick Composite Tubes / Volnei Titaa, Mauricio Francisco Caliri Júniora, Ernesto Massaroppi Juniorb // Materials Research, 2012. – №15 (1). – P. 70–80.
2. Wuyi Wan. Shock Wave Speed and Transient Response of PE Pipe with Steel-Mesh Reinforcement / Wuyi Wan, Xinwei Mao // Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration, Volume 2016, Article ID 8705031. – 10 p.
3. Можаровский, В. В. Влияние армирования труб из композита на параметры гидроудара / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Полимерные материалы и технологии, 2024. – Том 10, № 3. – С. 64–71.