

О. В. Новикова

(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

Науч. рук. **Г. Ю. Тюменков**, канд. физ.-мат. наук, доцент

КРИВЫЕ ИНВЕРСИИ ЭФФЕКТА ДЖОУЛЯ-ТОМСОНА: ЗАРЯЖЕННАЯ АНТИ-ДЕ СИТТЕРОВСКАЯ ЧЁРНАЯ ДЫРА И ЖИДКОСТЬ ДИТЕРИЧИ I

Работы Бекенштейна, Хокинга и Пэйджа [1,2] – основа термодинамики чёрных дыр. Наличие у последних электрического заряда [3] обнаружило аналогию между фазовыми диаграммами чёрных дыр и ван-дер-ваальсовской жидкости. В последнее же десятилетие акцент делается на анализ поведения чёрных дыр и реальных жидкостей [4], в рамках процесса Джоуля-Томсона [5]. В данной работе мы рассмотрим и качественно сравним джоуль-томсоновские процессы в заряженной АдС чёрной дыре и жидкости Дитеричи I.

В процессе Джоуля-Томсона вещество при энтальпии $H = const$ из области высокого давления переходит в область более низкого давления, что сопровождается изменением его температуры. Эффект при $dT < 0$ – положительный, при $dT > 0$ – отрицательный. Производная, описывающая процесс имеет вид, где знак λ совпадает со знаком эффекта

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = -\frac{\lambda}{c_P} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T, \quad \lambda = V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T + T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \quad (1)$$

Геометрия пространства-времени заряженной АдС (анти-де ситтеровской) чёрной дыры определяется метрикой

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f^{-1}(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2,$$

где $G = \hbar = k_B = c = 1$, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\varphi^2$, а функция $f(r)$ записывается как

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} + \frac{r^2}{l^2}. \quad (2)$$

В (2) l , M и Q – анти-де ситтеровские радиус, масса и заряд чёрной дыры. При этом радиус горизонта событий r_+ находится, как наибольший корень уравнения (2) вида $f(r_+) = 0$. Масса чёрной дыры в нашем случае сопоставляется с энтальпией H [6] и имеет форму

$$M = \frac{r_+}{2} \left(1 + \frac{Q^2}{r_+^2} + \frac{r_+^2}{l^2} \right). \quad (3)$$

Вышесказанное приводит к уравнению состояния (УС) $P = P(V, T; Q)$:

$$P = \frac{T}{2r_+} - \frac{1}{8\pi r_+^2} + \frac{Q^2}{8\pi r_+^4}, \quad r_+ = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}},$$

которое вместе с (1) задаёт семейство кривых инверсии, параметризованное зарядом Q , а области положительного и отрицательного эффекта соответствуют знаку λ , но в этом случае их удобнее определять на основе поведения изоэнтальпических кривых (3)

$$T_i = \frac{\sqrt{P_i}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\left(1 + 16\pi P_i Q^2 - \sqrt{1 + 24\pi P_i Q^2}\right)}{\left(-1 + \sqrt{1 + 24\pi P_i Q^2}\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4)$$

На рисунке 1 показаны: семейство кривых инверсии для разных значений заряда Q (а); зоны охлаждения и нагревания с изоэнтальпическими кривыми (б).

У жидкости Дитеричи I УС с $v = V / N$, где N – число частиц, записывается как

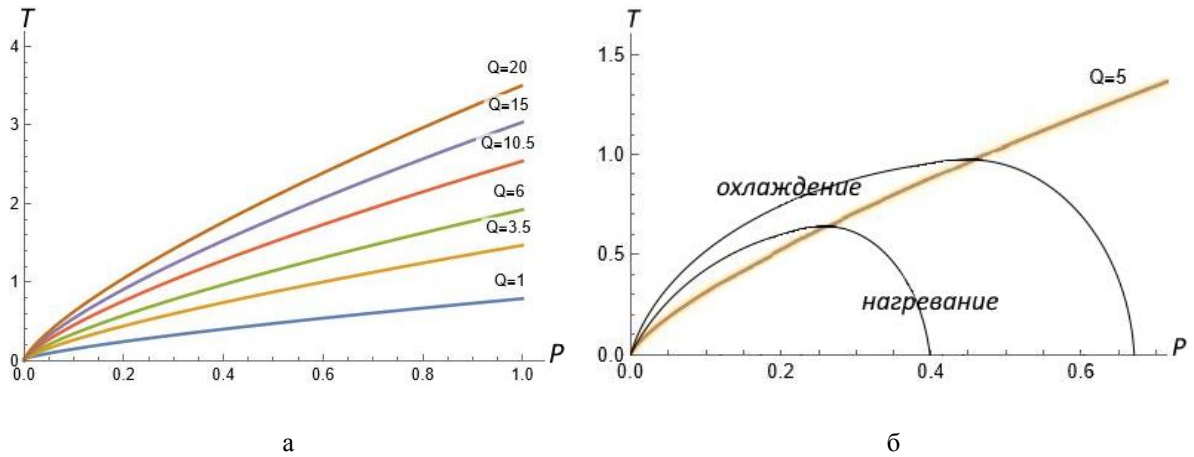
$$P = \frac{k_B T}{v - b} \exp\left(-\frac{a}{k_B T v}\right). \quad (5)$$

УС (5) и определение (1) дают явный вид параметра процесса

$$\lambda = \frac{1}{v - b} \exp\left(-\frac{a}{k_B T v}\right) \left[k_B T + \frac{2a}{v} - \frac{k_B T v}{v - b} \right],$$

который при условии инверсии $\lambda = 0$ и $T = T_i$ приводит к связи

$$k_B T_i + \frac{2a}{v} - \frac{k_B T_i v}{v - b} = 0. \quad (6)$$



а – с $Q = 1; 3,5; 6; 10,5; 15; 20$;

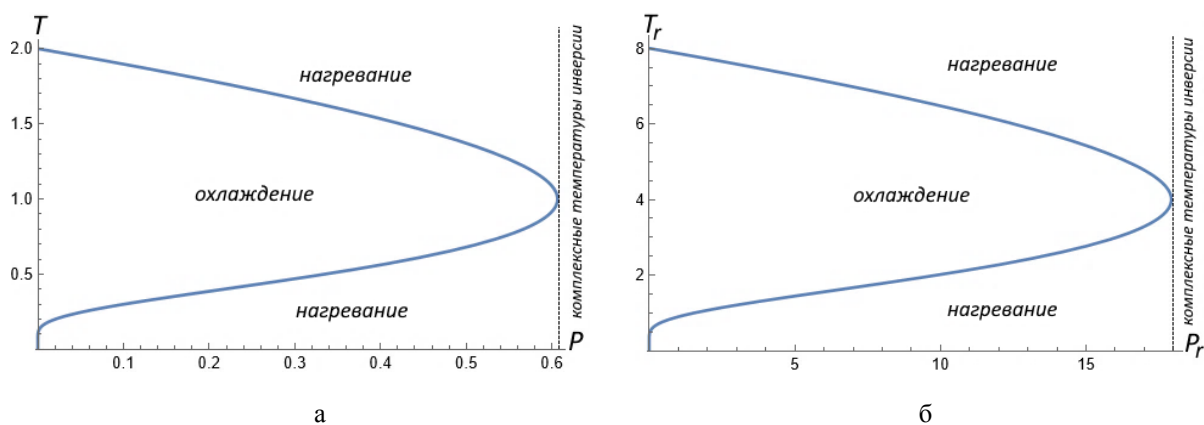
б – с $Q = 5$, областями охлаждения и нагревания и изоэнтальпическими кривыми

Рисунок 1 – Кривые инверсии заряженной АдС чёрной дыры ($a = b = k_B = 1$, следуя [4])

Использование (6) в (5) позволяет получить формулу для кривой инверсии

$$P = \frac{1}{b} \left(\frac{2a}{b} - k_B T_i \right) \exp\left[\frac{1}{2} - \frac{a}{b k_B T_i} \right],$$

которая представлена на рисунке 2 (а) с указанием областей охлаждения и нагревания, очевидных из условия $\lambda_{T \rightarrow \infty} < 0$. Полагалось также, следуя [4], что $k_B = a = b = 1$.



а – с нормировкой $a = b = k_B = 1$;
б – приведенная форма, согласно [7]

Рисунок 2 – Кривая инверсии для жидкости Дитеричи I

Ранее в работе [7] была получена кривая инверсии для первого уравнения Дитеричи в терминах приведенных переменных, изображённая на рисунке 2 (б). В этом случае

$$P_r = (8 - T_{r,i}) \exp \left[\frac{5}{2} - \frac{4}{T_{r,i}} \right].$$

Ранее в работе [7] была получена кривая инверсии для первого уравнения Дитеричи в терминах приведенных переменных, изображённая на рисунке 2 (б). В этом случае

$$P_r = (8 - T_{r,i}) \exp \left[\frac{5}{2} - \frac{4}{T_{r,i}} \right].$$

Полученные в работе кривые инверсии позволяют сделать только качественные оценки схожести поведения исследуемых объектов из-за специального масштабирования шкал, например $a = b = k_B = 1$, согласно [4]. Однако видно, что области положительного эффекта имеют при определённых значениях Q существенные участки перекрытия, что говорит об аналогии не только между фазовыми диаграммами чёрных дыр и ван-дер-ваальсовской жидкости [3], но и между поведением заряженных АдС чёрных дыр и жидкостей Дитеричи I в процессе джоуль-томсоновского расширения.

Литература

1. Bekenstein, J. D. Black holes and the second law / J. D. Bekenstein // Lett. Nuovo Cimento. – 1972. – V. 4. – P. 737–740.
2. Hawking, S. W. Thermodynamics of black holes in anti-de Sitter space / S. W. Hawking, D. N. Page // Commun. Math. Phys. – 1983. – V. 87. – P. 577–588.
3. Charged AdS Black Holes and Catastrophic Holography / A. Chamblin, R. Emparan, C. V. Johnson, R. C. Myers // Phys. Rev. D. – 1999. – V. 60. – P. 064018.
4. Ökcü, Ö. Joule-Thomson expansion of the charged AdS black holes / Ö. Ökcü, E. Aydinler // Eur. Phys. J. C. – 2017. – V. 77. – Art. N. 24. – P. 1–7.
5. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – Новосибирск : НГУ, 2000. – 608 с.
6. Kastor, D. Enthalpy and the Mechanics of AdS Black Holes / D. Kastor, S. Ray, J. Traschen // Class. Quantum Gravity. – 2009. – V. 26. – P. 195011.

7. Скачѣк, Т. В. Об эффектѣ Джоуля-Томсона в газах Бертло и Дитеричи-I / Т. В. Скачѣк, С. В. Станкевич, Г. Ю. Тюменков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2009. – № 4(55). – Ч. 2. – С. 184–187.