

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, И. Н. ДОРОХОВ,
А. Н. СПИРИДОНОВ

НОВЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ ПРОЦЕССОВ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Задача оценки переменных состояния химико-технологического процесса, к которым можно отнести температуру, давление, составы фаз, расходы жидких и газообразных сред и т. д., состоит в том, чтобы по показаниям измерительных приборов, функционирующих в условиях случайных помех, восстановить значения переменных состояния системы, наиболее близкие в смысле заданного критерия к истинным значениям. Важность решения этой задачи имеет три аспекта: 1) открывается возможность получать непрерывно информацию о тех переменных состояниях нелинейного объекта, непосредственное измерение которых невозможно по технологическим причинам (например, концентрации промежуточных веществ, параметры состояния межфазной поверхности, доля свободных активных мест катализатора и т. п.); 2) реализация непрерывной оценки переменных состояния создает предпосылки для прямого цифрового оптимального управления нелинейным процессом; 3) решение задачи оценки решает проблему непрерывной адаптации нелинейной математической модели к моделируемому процессу в условиях случайных помех и дрейфа технологических характеристик последнего, что весьма существенно при решении задач статической и динамической оптимизации.

Пусть химико-технологический процесс, протекающий в условиях случайных помех V , характеризуется n -мерным вектором состояний $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, r -мерным вектором управлений $u = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T$, m -мерным вектором наблюдений $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ (по числу измерительных приборов), причем на показания измерительных приборов накладывается шум W . В соответствии с современной теорией динамических систем математическое описание процесса представляется в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f(x, u, t) + V, \quad (1)$$

$$y = g(x) + W,$$

где f, g — в общем случае нелинейные вектор-функции, вид которых определяется спецификой процессов; V, W — некоррелированные между собой случайные процессы (центрированный Гауссов белый шум).

Постановка задачи. При заданном начальном векторе состояния $x(t_0) = x_0$ и значениях вектора наблюдения y в дискретные моменты времени $y(t_0), y(t_1), \dots, y(t_N)$ требуется получить оптимальную в смысле среднеквадратичного критерия оценку $\hat{x}$ вектора состояния x в указанные моменты времени $t_0, t_1, \dots, t_N$. Для решения поставленной задачи предлагается использовать так называемый расширенный дискретный фильтр Калмана (¹). С этой целью перейдем от дифференциальной формы системы (1) к соответствующей нелинейной конечно-разностной системе:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + V_k, \quad (2)$$

$$y_k = g_k(x_k) + W_k,$$

где $x_k = x(t_k)$, $y_k = y(t_k)$, $u_k = u(t_k)$, $V_k = V(t_k)$, $W_k = W(t_k)$, а индекс k пробегает значения $k = 0, 1, 2, \dots, N$. Обозначим через $\hat{x}_{k/k}$ оценку вектора x_k , полученную на основе наблюдений в течение предыдущего промежутка времени $[t_0, t_k]$. Запишем в принятых обозначениях критерий оптимальности, начальные условия, рекуррентные соотношения прогнозирования и коррекции, определяющие алгоритм решения задачи оценки. Критерий оптимальности:

$$H = \frac{1}{2} (x_k - \hat{x}_{k/k})^T L_{k/k}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k/k}) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{k-1} (y_{i+1} - G_{i+1} \hat{x}_{i+1/i})^T M_{i+1}^{-1} (y_{i+1} - G_{i+1} \hat{x}_{i+1/i});$$

соотношения прогнозирования: $\hat{x}_{k/k-1} = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1/k-1}, u_{k-1})$, $\hat{y}_{k/k-1} = g_k(\hat{x}_{k/k-1})$, $L_{k/k-1} = F_{k-1} L_{k-1/k-1} F_{k-1}^T + S_{k-1}$; соотношения [коррекции]: $\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + R_k (y_k - \hat{y}_{k/k-1})$, $L_{k/k} = (I - R_k G_k) L_{k/k-1}$; начальные условия: $\hat{x}_{0/-1} = E[x_0] = \hat{x}_0$, $L_{0/-1} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$, где $F_{k-1} = (\partial f_{k-1} / \partial x_{k-1})|_{\hat{x}_{k-1/k-1}}$, $G_k = (\partial g_k / \partial x_k)|_{\hat{x}_{k/k}}$;

$L_{k/k}$ — матрица ковариаций ошибок оценки; S_k , M_k — матрицы ковариаций случайных процессов V_k и W_k соответственно; $E[\]$ — оператор вычисления математического ожидания; I — единичная матрица; T — знак транспонирования; R_k — матрица весовых коэффициентов, определяемая формулой: $R_k = L_{k/k-1} G_k^T (G_k L_{k/k-1} G_k^T + M_k)^{-1}$. На основе приведенных соотношений разработан общий алгоритм и отлажена программа решения задачи оценки на ЦВМ «Минск-22». Блок-схема алгоритма показана на рис. 1.

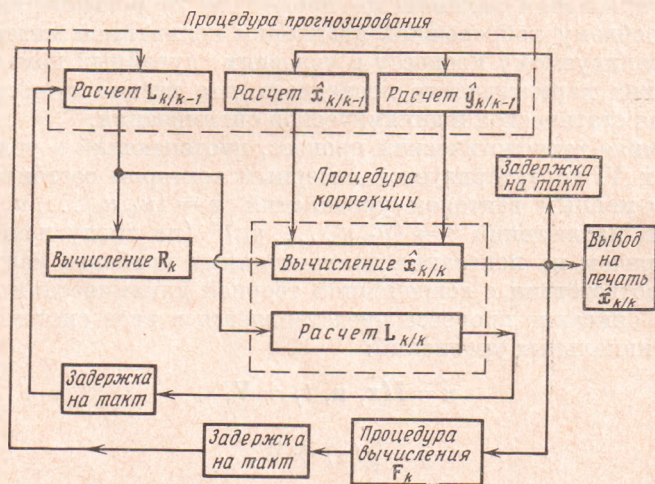


Рис. 1. Блок-схема алгоритма решения задачи оценки

В качестве примера рассмотрим задачу оценки переменных состояния проточного реактора с механическим перемешиванием и рубашкой охлаждения, в котором протекает необратимая экзотермическая реакция метаксипирования ортонитрохлорбензола, имеющая второй порядок при избытке CH_3OH . Уравнения математической модели реактора имеют вид:

$$V_r \frac{dC_A}{dt} = v(C_{A_0} - C_A) - V_r C_A^2 p \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \\ \rho_r V_r C_{pr} \frac{dT}{dt} = \rho_r v C_{pr} (T_0 - T) - hA(T - T_x) + \Delta H p V_r C_A^2 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (3) \\ \rho_x V_x C_{px} \frac{dT}{dt} = \rho_x v_x C_{px} (T_{x_0} - T_x) + hA(T - T_x),$$

где C_A — концентрация ортонитрохлорбензола; p — предэкспоненциальный множитель; E, R — энергия активации и газовая постоянная; ΔH — тепловой эффект реакции; V, T, v, ρ, C_p — объем, температура, объемный расход, плотность и теплоемкость соответственно; $r, x, 0$ — индексы, относящиеся к реакционной массе, хладагенту и входному потоку соответственно; h — коэффициент теплопередачи; A — площадь теплообмена; t — время.

В качестве переменных состояния примем: $x_1 = (C_A - C_{Ae}) / C_{Ae}$, $x_2 = (T - T_e) / T_e$, $x_3 = (T_x - T_{xe}) / T_{xe}$; а к переменным управления отнесем $u_1 = (C_{A0} - C_{Ae}) / C_{Ae}$, $u_2 = (T_0 - T_e) / T_e$, $u_3 = (T_{x0} - T_{xe}) / T_{xe}$

где индекс e относится к установившемуся состоянию процесса.

Учитывая введенные переменные и приняв обозначения для производных $\dot{x}_i = dx_i / dt$, $i = 1, 2, 3$; $\tau = \beta t$, где β — масштабный множитель, мы приведем уравнения (3) к каноническому виду $\dot{x} = f(x, u)$ или в координатной записи получим:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\alpha_1 x_1 - \alpha_2 (1 + x_1)^2 \exp\left(\frac{\alpha x_2}{1 + x_2}\right) + \alpha_1 u_1, \\ \dot{x}_2 &= \alpha_4 x_3 - (\alpha_1 + \alpha_3) x_2 + \alpha_6 (1 + x_1)^2 \exp\left(\frac{\alpha x_2}{1 + x_2}\right) - \alpha_5 + \alpha_1 u_2, \\ \dot{x}_3 &= \alpha_8 x_2 - (\alpha_7 + \alpha_9) x_3 + \alpha_{10} + \alpha_7 u_3,\end{aligned}\quad (4)$$

где

$$a = E/RT_e, \quad \alpha_1 = v/V, \beta, \quad \alpha_2 = \frac{pC_{Ae}}{\beta} \exp(-a), \quad \alpha_3 = \frac{hA}{\rho_r V_r C_{pr} \beta},$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 T_{xe} / T_e, \quad \alpha_5 = \alpha_3 (T_e - T_{xe}) / T_e, \quad \alpha_6 = \frac{\Delta H p C_{Ae}^2 \exp(-a)}{\beta \rho_r C_{pr} T_e},$$

$$\alpha_7 = v_x / V_x \beta, \quad \alpha_8 = \alpha_9 T_e / T_{xe}, \quad \alpha_9 = hA / \rho_x V_x C_{px} \beta, \quad \alpha_{10} = \alpha_9 (T_e - T_{xe}) / T_{xe}.$$

Допустим, что для рассматриваемого реактора решена задача синтеза оптимального управления u_{opt} , которое реализуется с помощью управляющей вычислительной машины (УВМ), так что реактор функционирует в замкнутом контуре прямого цифрового управления процессом (рис. 2). Для непрерывного вычисления на УВМ вектора оптимального управления u_{opt} необходимо располагать информацией о текущих значениях переменных состояния процесса: приведенной концентрации x_1 и двух приведенных температур — в реакторе x_2 и хладагента в рубашке охлаждения x_3 . Очевидно, регистрация переменных x_2 и x_3 не представляет труда, тогда как непрерывное измерение концентрации x_1 может быть сопряжено со значительными технологическими трудностями. Возникает задача получения оптимальной оценки переменной x_1 , а также x_2 и x_3 в условиях неполного наблюдения: измеряются только переменные x_2 и x_3 , причем как сам реакторный процесс, так и измерительные приборы работают в условиях случайных помех. Уравнения наблюдения для данной динамической системы примут вид: $y = Gx + W$, где $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — матрица наблюдений, $y = (y_2, y_3)^T$, $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, $W = (W_2, W_3)^T$.

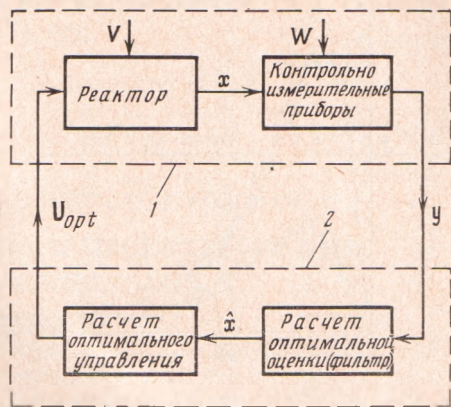


Рис. 2. Блок-схема работы фильтра в замкнутом контуре прямого цифрового управления процессом

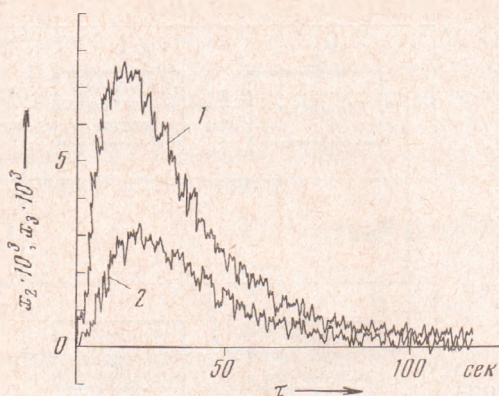


Рис. 3. Кривые наблюдения переменных состояния: 1 — x_2 , 2 — x_3

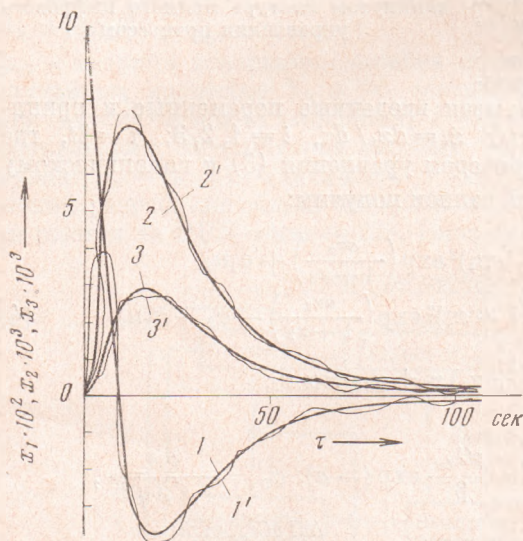


Рис. 4. Результаты расчета задачи оценки: 1 — но-измерительной аппаратуры x_1 ; 1' — $\hat{x}_1$; 2 — x_2 ; 2' — $\hat{x}_2$; 3 — x_3 ; 3' — $\hat{x}_3$ от 3 до 12%; значений элементов матриц ковариации

ошибок M_k и $L_{0/-1}$ (в пределах 10%) и начальных условий (в пределах 10%). Это свидетельствует об эффективности алгоритма фильтрации при решении задач оценки в условиях ошибок измерения параметров процесса. В заключение отметим, что изложенный метод не требует точного математического описания процесса. Неопределенность математической модели задается матрицей S ковариаций шума V . Задача адаптации математической модели процессу является частным случаем сформулированной задачи оценки и будет рассмотрена в отдельной работе.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Поступило
22 I 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ R. E. Kalman, Trans. ASME, J. Basic Eng., 35—45, March 1960.