

УДК 533.9

ФИЗИКА

Ю. К. АЛЕХИН, Н. Д. БОРИСОВ, В. И. КАРПМАН

О ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ С ЧАСТОТАМИ, ПРЕВЫШАЮЩИМИ ГИРОЧАСТОТУ, В ПЛАЗМЕ С КОНУСОМ ПОТЕРЬ

(Представлено академиком Р. З. Сагдеевым 29 IX 1972)

В последнее время появились сообщения о наблюдении потенциальных колебаний с частотами, близкими к $(n + 1/2)\omega_c$, где ω_c — электронная циклотронная частота, а $n = 1, 2, \dots$. Такие колебания были зарегистрированы, например, в экваториальной области земной магнитосферы на расстояниях порядка 6–8 земных радиусов (где $\omega_c < \omega_p$) ⁽¹⁾, а также при зондировании ионосферы сверху ⁽²⁾.

В теоретических исследованиях (обычно численных) генерация таких волн связывается с наличием конуса потерь (см., например, ^(3, 4)) и приведенную там литературу).

В настоящей работе излагаются результаты аналитического исследования кинетической неустойчивости и условий распространения волн в указанном диапазоне частот при значениях параметра $a \equiv \omega_c / (|k_{\parallel}| u_e) < \infty$ (u_e — продольная тепловая скорость электронов). Функция распределения электронов выбирается в виде

$$F_j(u, w) = (j! \pi^{1/2} n_e^{2j+2} u_e)^{-1} w^{2j} \exp \left(-\frac{w^2}{w_e^2} - \frac{u^2}{u_e^2} \right) \quad (1)$$

(ионы предполагаются неподвижными); здесь w и u — поперечная и продольная скорости, а j — целое число (при $j \neq 0$ выражение качественно описывает наличие конуса потерь). Найденные ветви колебаний качественно отличаются от изучавшихся в ^(3, 4) и цитированных там работах и близки к имеющимся (пока немногочисленным) экспериментальным данным ⁽¹⁾, хотя и не совпадают точно с последними.

Будем исходить из обычного дисперсионного уравнения для потенциальных колебаний (см., например, ⁽⁵⁾, формула (2.7)). Вводя обозначения

$$z = \frac{k_{\perp}^2 w_e^2}{2\omega_c^2}, \quad \mu = \operatorname{Re} \frac{\omega}{\omega_c}, \quad a = \left| \frac{\omega_c}{k_{\parallel} u_e} \right| \quad (2)$$

и предполагая, что

$$(\omega_p / \omega_c)^2 \gg 1, \quad z \gg 1, \quad a^2(\mu - n)^2 \gg 1 \quad (3)$$

(случай $z \lesssim 1$ и $a^2(\mu - n)^2 \lesssim 1$ требует численных расчетов и будет рассмотрен в другом сообщении), получаем решение действительной части

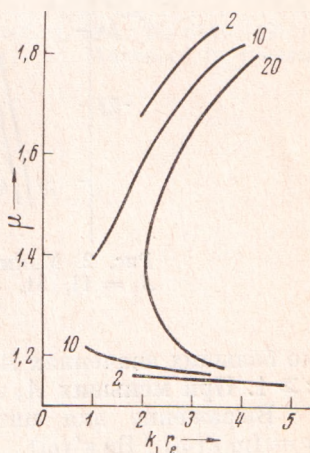


Рис. 1. Дисперсионные кривые $k_{\perp} r_e(\mu)$ при $j = 3$, $a = 10$, $A_j = 11, 51, 101$. Цифры у кривых — значение отношения w_e^2 / u_e^2

дисперсионного уравнения в виде

$$(k_{\perp} r_e)^3 = -\sqrt{\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} \sin^2 \theta \frac{2\alpha_j}{2j-1} \left(\mu \operatorname{ctg} \mu \pi + \frac{\pi^2 \mu \operatorname{ctg} \mu \pi - \pi A_j}{2a^2 \sin^2 \mu \pi} \right), \quad (4)$$

где

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}}, \quad r_e = \frac{w_e}{\omega_c}, \quad \alpha_j = \frac{(2j-1)!!}{2^j j!}, \quad A_j = 1 + (2j-1) \frac{w_e^2}{u_e^2}.$$

Положим теперь $\mu = m + \delta$, где m — произвольное целое число и $0 < \delta < 1$. График зависимости (4) приводится на рис. 1. Из него видно, что (4), вообще говоря, определяет две ветви колебаний. Для одной из них $\delta \rightarrow 1$ при $z \rightarrow \infty$, другая ветвь начинается при $\delta < 1/2$. При достаточ-

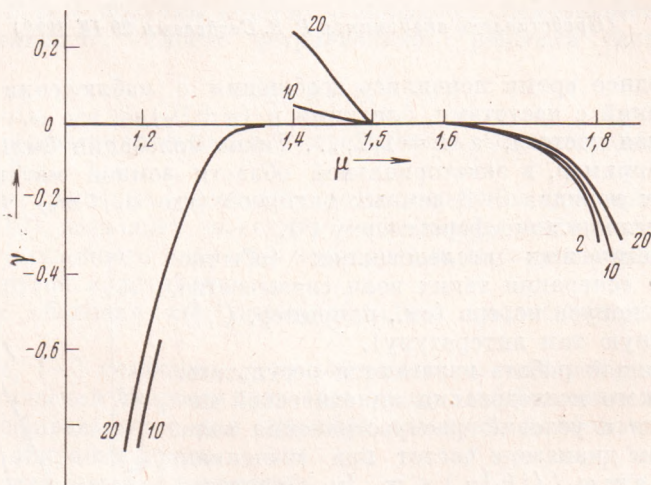


Рис. 2. Мнимая часть частоты $\gamma(\mu)$ при $j=3$, $a=10$, $A_j=11, 51, 101$. По оси ординат отложены величины $\gamma \cdot 10^4$ ($\gamma > 0$) и $\gamma \cdot 10$ ($\gamma < 0$)

но больших значениях A_j эти ветви смыкаются в рассматриваемой области $z \gg 1$. При меньших A_j это смыкание может произойти при $z \lesssim 1$.

Выражение для инкремента имеет вид (при тех же условиях (3)) $\gamma = \operatorname{Im} \varepsilon(\omega) / \operatorname{Re} \varepsilon'(\omega)$,

$$\gamma = -\omega_c \frac{a}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_j(\mu - n) - \mu] \exp[-a^2(\mu - n)^2] \times \\ \times \left\{ \operatorname{ctg} \mu \pi \left[1 + \frac{\pi^2}{2a^2} \frac{1 + 2A_j}{\sin^2 \mu \pi} \right] - \frac{\pi \mu}{\sin^2 \mu \pi} \left[1 + \frac{\pi^2}{2a^2} (1 + 3 \operatorname{ctg}^2 \mu \pi) \right] \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Нетрудно убедиться, что выражение в фигурных скобках в (5) всегда отрицательно при $\delta > 1/2$. Что касается суммы по n , то при достаточно больших a главными в ней являются два члена с номерами $n = m$, $m + 1$ ($m = \mu - \delta$). Удерживая только эти члены, получаем условие положительности суммы в следующем виде

$$\frac{(A_j - 1)\delta - m}{(A_j - 1)(1 - \delta) + m + 1} > \exp[a^2(2\delta - 1)]. \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что это неравенство может выполняться только при условии

$$\frac{m}{A_j - 1} < \delta < \frac{1}{2} - \varepsilon, \quad (7)$$

где $\varepsilon \sim 1/a^2$. Таким образом, колебания с большими z устойчивы в области $\delta > 1/2$. Неустойчивость при $z \gg 1$ может появиться при достаточно больших A_j в области $\delta < 1/2$ (см. рис. 2).

Следует отметить, что в окрестности точки смыкания ветвей формула (5) неприменима, так как в этой точке $\varepsilon'(\mu) \equiv \partial\varepsilon/\partial\mu = 0$ (где $\varepsilon(\mu, z, a)$ — продольная диэлектрическая проницаемость). Проводя элементарный анализ, нетрудно убедиться, что от точки смыкания отходит дополнительная ветвь неустойчивых колебаний «нерезонансной» природы (т. е. не связанная с полувычетами в выражении для ε).

Заметим, наконец, что, как показывают численные расчеты для почти перпендикулярного распространения, в области $z \lesssim 1$ появляются неустойчивости и при $\delta > 1/2$. Подробное исследование этих неустойчивостей (резонансной и нерезонансной природы) и сравнение их инкрементов с найденными выше будет приведено отдельно.

Авторы пользуются возможностью поблагодарить Н. А. Рябову за проведение численных расчетов.

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн
Академии наук СССР
Академгородок Подольского р-на Московской обл.

Поступило
27 IX 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ C. F. Kennel, F. L. Scarf et al., J. Geophys. Res., **75**, 6136 (1970). ² Н. Оу-и, J. Geophys. Res., **75**, 4279 (1970). ³ R. A. Dory, G. E. Guest, E. G. Harris, Phys. Rev. Lett., **14**, 131 (1965). ⁴ R. W. Fredricks, J. Geophys. Res., **76**, 5344 (1971). ⁵ D. E. Baldwin, I. B. Bernstein, M. P. Weenink, In: Advances in Plasma Physics, **3**, part 1; N. Y., 1969.