

1. C. Reich, M. Moore. Phys. Rev., 111, 929 (1958).
2. F. Shore, V. Sailor. Phys. Rev., 112, 191 (1958).
3. E. Vogt. Phys. Rev., 118, 724 (1960).
4. O. Simpson, M. Moore. Phys. Rev., 123, 559 (1961).
5. D. Hughes, R. Schwartz. BNL-325. First and Second Editions, Suppl. I, II, 1957—1960.
6. С. Е. Никитин и др. Сессия АН СССР по мирному использованию атомной энергии (заседания отд. физ.-матем. наук). М., Изд-во АН СССР, 1955, стр. 106.
7. E. Farley. Nucl. Energy, 3, 33 (1956).
8. V. Vladimirovsky et al. Proceedings of the Second United Nations Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy (Geneva, 1958). Vol. XVI. Geneva, 1959, p. 304.
9. Л. Боллингер, Р. Коте, Г. Томас. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии». Избр. докл. иностр. ученых. Т. 2. М., Атомиздат, 1959, стр. 123.
10. У. Хейвенс, Е. Мелконян. Там же, стр. 71.
11. К. Г. Игнатъев, И. В. Кирпичников, С. И. Сухоручкин. Материалы рабочего совещания по физике медленных нейтронов (7—12 декабря 1961 г.). Препринт ОИЯИ № 2313.
12. И. В. Кирпичников, К. Г. Игнатъев, С. И. Сухоручкин. «Атомная энергия», 16, (1964).
13. C. Porter, R. Thomas. Phys. Rev., 104, 483 (1956).
14. Л. В. Грошев и др. Атлас спектров γ -лучей радиационного захвата тепловых нейтронов. М., Атомиздат, 1958.
15. I. Fraser, R. Schwartz. Nucl. Phys., 30, 269 (1962).



УДК 621.039.51.17:621.039.51.134

Применение метода Монте-Карло для многогруппового расчета реакторов

А. Д. Франк-Каменецкий

Рассматривается многогрупповой двумерный расчет реактора, при котором решение кинетического уравнения в транспортном приближении для каждой группы находится методом Монте-Карло. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Введение

Нахождение коэффициента размножения и распределения нейтронных потоков в реакторе методом Монте-Карло впервые было рассмотрено в односкоростном приближении в работах [1—4]. При практических расчетах необходимо учитывать зависимость потока и нейтронных сечений от энергии; желательно также рассматривать реакторы со сложной геометрией, так как только в таких расчетах метод Монте-Карло может быть эффективным. Для наиболее точного решения задачи следует разбить область изменения энергии нейтронов на большое число интервалов и задать в каждом интервале значения сечений деления, захвата и парциальных сечений рассеяния в зависимости от угла и вторичной энергии для каждого из присутствующих в реакторе изотопов. При каждом соударении нейтрона надо разыгрывать, с каким из имеющихся сортов ядер оно произошло, и тип взаимодействия; в случае рассеяния одновременно выясняется угол рассеяния и соответ-

ствующая потеря энергии. В такой постановке задача требует специальной подготовки сечений [5] и может быть решена на вычислительной машине с большой памятью [6]. Однако неясно, позволяют ли существующие экспериментальные данные о сечениях получить в этом случае более точные результаты, оправдывающие отступление от общепринятой многогрупповой методики.

В настоящей работе рассматривается применение метода Монте-Карло для нахождения $K_{\text{эфф}}$ и пространственно-энергетического распределения нейтронных потоков в рамках многогруппового транспортного приближения. При этом нет необходимости хранить в памяти машины сечения каждого элемента в отдельности, так как при расчете используются макроскопические сечения $\nu_f \Sigma_f, \Sigma_a, \Sigma_s, \Sigma_{N \rightarrow N+1}, \Sigma_{N \rightarrow N+2}, \dots$ для каждой группы и каждой зоны реактора. Рассеяние нейтронов принимается изотропным в лабораторной системе; соответственно вероятность рассеяния определяется величиной $\sigma_s(1-\bar{\mu})$, где $\bar{\mu}$ — средний косинус угла рассеяния. Вероятности переходов между группами задаются матрицей, учитывающей как упругое, так и неупругое рассеяние нейтронов. Расчет траекторий и нахождение потоков в группах проводился точно так же, как описано в работе

[7], но не для одномерной, а для двумерной многозонной цилиндрической $r-z$ -геометрии.

Схема расчета

Задается некоторое начальное распределение источников нейтронов в реакторе. В соответствии с этим распределением выбираются начальные координаты некоторого количества T_0 нейтронов первого поколения (точнее, нулевого, так как в последующих формулах поколения нумеруются с нуля). Номер группы, в которой находится каждый из этих нейтронов, разыгрывается в соответствии со спектром деления. Затем разыгрываются истории всех T_0 нейтронов. Каждая из них кончается либо вылетом из реактора, либо поглощением нейтрона. В последнем случае считается, что процесс деления с испусканием одного вторичного нейтрона происходит с вероятностью $v_j \Sigma_f / a \Sigma_a$, где

$$a = \max_{\substack{1 \leq N \leq N_0 \\ 1 \leq m \leq M}} \left(\frac{v_j \Sigma_f}{\Sigma_a} \right)_{Nm}. \quad (1)$$

Здесь N — номер группы; N_0 — полное число групп; m — номер зоны; M — число зон в реакторе. Деление с вероятностью $v_j \Sigma_f / \Sigma_a$ и испусканием одного вторичного нейтрона эквивалентно реальному делению с вероятностью Σ_f / Σ_a и испусканием в среднем v_j нейтронов. Нормировочный коэффициент a вводится для того, чтобы всегда выполнялось условие $v_j \Sigma_f / a \Sigma_a \leq 1$. Координаты места деления запоминаются. В результате расчета историй T_0 исходных нейтронов получим некоторое количество T_1 вторичных нейтронов. Прежде чем приступить к расчету траекторий полученных вторичных нейтронов, следует дополнить их число до T_0 случайным выбором начальных координат ($T_0 - T_1$) добавочных нейтронов из имеющихся T_1 координат точек деления. Это необходимо сделать во избежание вырождения счета, так как $T_1 \leq T_0$. Аналогично рассчитываются истории нейтронов последующих поколений.

Начальное распределение источников нейтронов в известной степени произвольно, так как их истинное распределение, очевидно, не может быть известно до расчета. Поэтому сначала проводится расчет некоторого числа S предварительных поколений. Полученные при этом результаты впоследствии при вычислении $K_{эфф}$ и потоков нейтронов не учитываются. После расчета t поколений $K_{эфф}$ находится как отношение полного числа вторичных нейтронов

к полному числу исходных нейтронов:

$$K_{эфф} = a \frac{T_{S+1} + T_{S+2} + \dots + T_t}{(t-S) \cdot T_0}. \quad (2)$$

Статистическую погрешность расчета можно несколько уменьшить, считая, как описано в работе [8], что при каждом соударении «рождается» $v_j \Sigma_f / \Sigma_t$ нейтронов, и вычисляя $K_{эфф}$ по формуле

$$K_{эфф} = \frac{1}{(t-S) \cdot T_0} \sum_i \left(\frac{v_j \Sigma_f}{\Sigma_t} \right)_i, \quad (3)$$

где суммирование проводится по всем соударениям, начиная с поколения нейтронов с номером S . На рис. 1 представлена зависимость вычисленных по формулам (2) и (3) значений $K_{эфф}$ от числа историй для реактора с промежуточным спектром. Различие в скорости сходимости решений тем больше, чем больше среднее число соударений, испытываемых нейтроном в активной зоне.

Резонансные эффекты учитываются в каждой зоне на основе модели бесконечной среды. В каждой зоне для каждой энергетической группы, в пределах которой есть резонансы, вычисляется вероятность резонансного захвата без деления P_c и вероятность резонансного деления P_f (с испусканием одного вторичного нейтрона и учетом коэффициента a) по формулам

$$\left. \begin{aligned} P_c &= \sum_i \left(\prod_{j < i} \varphi_j \right) \cdot (1 - \varphi_i) \cdot \left(1 - \frac{v_{fi}}{a} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_i} \right); \\ P_f &= \sum_i \left(\prod_{j < i} \varphi_j \right) \cdot (1 - \varphi_i) \cdot \frac{v_{fi}}{a} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_i}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\alpha_i = \frac{\sigma_{ci}}{\sigma_{fi}}$. Суммирование проводится по всем резонансам в пределах данной группы, начиная с самого верхнего. Вероятность избежать резонансного поглощения на i -ом резонансе дается формулой

$$\varphi_i = e^{-\frac{\rho_i \mathcal{Z}_i}{\xi \Sigma_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+h_i}} \cdot \eta}. \quad (5)$$

Здесь использованы обозначения из книги Г. И. Марчука [9].

Резонансный захват и деление разыгрываются в соответствии с полученными вероятностями при переходе нейтрона из одной группы в другую, т. е. считается, что все резонансы данной группы сосредоточены на одной из ее границ.

Описываемая методика предназначена в основном для расчета реакторов без водорода, так как транспортное приближение является очень

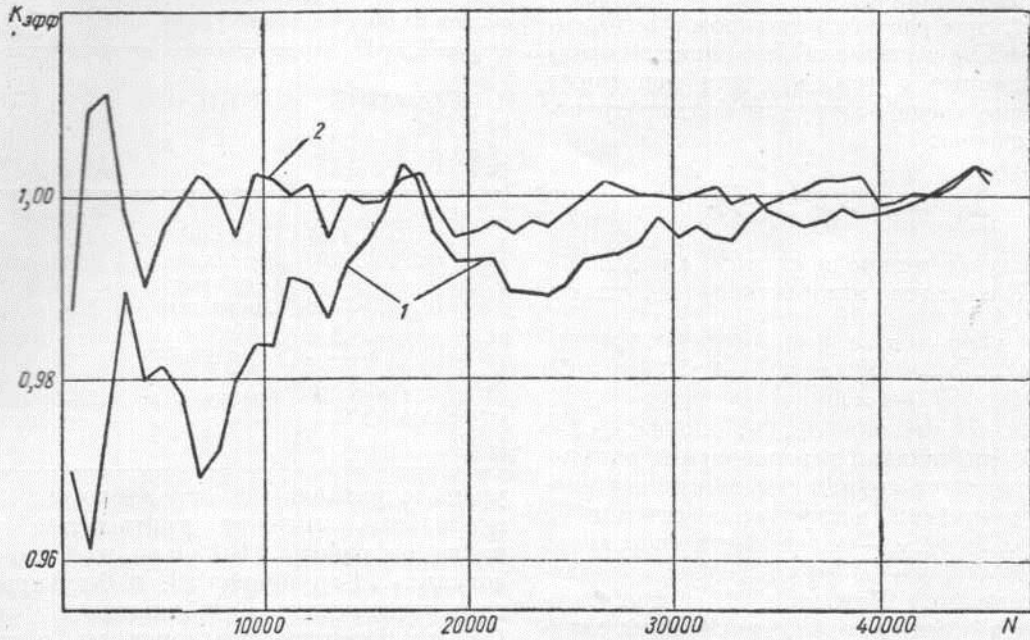


Рис. 1. Зависимость вычисленного значения $K_{эфф}$ от числа историй:
1 — по формуле (2); 2 — по формуле (3).

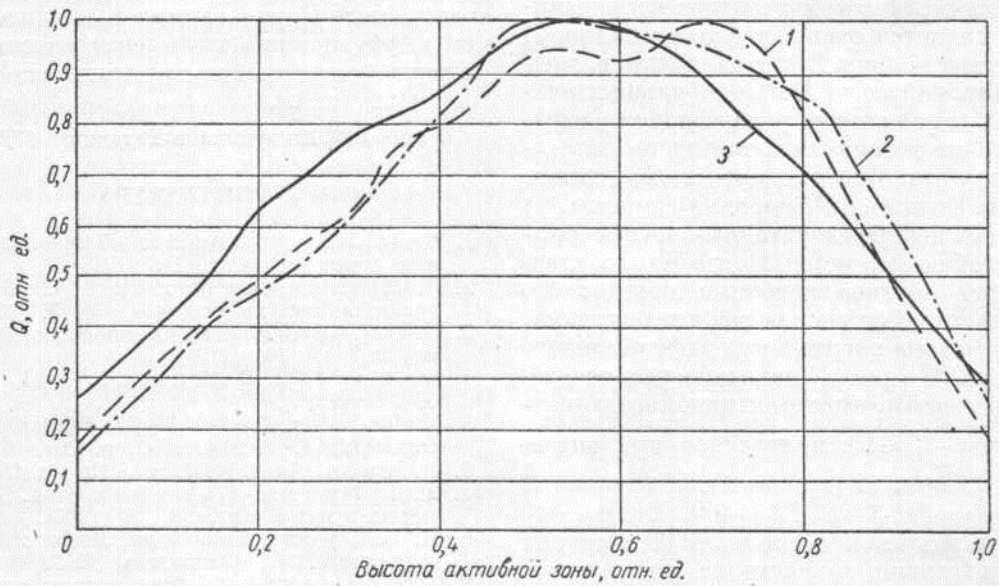


Рис. 2. Распределение плотности делений Q по высоте критической сборки 6 (см. таблицу), полученное после расчета 10 800 (кривая 1), 20 000 (кривая 2) и 110 000 (кривая 3) историй.

группам в применении к рассеянию на водороде. Кроме того, при расчете реакторов с водородсодержащим замедлителем возникают трудности, связанные с тем, что для некоторых групп сечение увода из группы больше транспортного сечения:

$$\sum_{h=1}^{N_0-i} \sigma_{i \rightarrow i+h} > \sigma_s^i (1 - \bar{\mu}). \quad (6)$$

В этом случае можно поступить следующим образом. Находится минимальное k_0 , такое, что

$$\sigma_s^i (1 - \bar{\mu}) - \sum_{h=k_0+1}^{N_0-i} \sigma_{i \rightarrow i+h} = \lambda \geq 0. \quad (7)$$

Считается, что сечения $\sigma_{i \rightarrow i+1}, \dots, \sigma_{i \rightarrow i+k_0-1}, (\sigma_{i \rightarrow i+k_0} - \lambda)$ определяют вероятности переходов в соответствующие группы без изменения направления движения нейтрона, а сечения $\lambda, \sigma_{i \rightarrow i+k_0+1}, \dots, \sigma_{i \rightarrow N_0}$ — вероятности переходов в группы $i+k_0, i+k_0+1, \dots, N_0$ с изотропным рассеянием. При этом в общем правильно, хотя и очень грубо, учитывается зависимость потери энергии от угла рассеяния нейтрона.

Заключение

Основной характеристикой, определяющей целесообразность расчета реактора по указанной схеме, является отношение максимального размера активной зоны L к средней длине миграции в активной зоне M . При больших значениях L/M правильное распределение нейтронных потоков устанавливается очень медленно, в результате чего сходимость $K_{эфф}$ также замедляется. Если же L/M порядка единицы, то распределение нейтронов устанавливается быстро. Таким образом, метод Монте-Карло удачно дополняет другие численные методы: его погрешность минимальна как раз в тех случаях, когда максимальна погрешность диффузионного приближения. На рис. 2 показано распределение числа делений по высоте активной зоны реактора в случае $\frac{L}{M} \approx 13$, полученное при значениях $t-S$, равных 27 (кривая 1), 50 (кривая 2) и 275 (кривая 3), $S=8, T_0=400$. Видно, что в результате расчета более чем 100 000 историй удовлетворительная точность не достигается. Для реакторов с небольшими значениями L/M хорошие результаты получаются обычно уже после расчета 40 000—60 000 историй.

В таблице приведены рассчитанные методом Монте-Карло значения $K_{эфф}$ для критических сборок из обогащенного металлического

Значения $K_{эфф}$, рассчитанные для критических сборок из обогащенного урана методом Монте-Карло

Номер сборки	Радиус активной зоны, см	Высота активной зоны, см	Материал отражателя	Толщина отражателя, см	$K_{эфф}$ (21 гр)	$K_{эфф}$ (6 гр)
1	19,05	1,61	Бериллий	12,7	1,011	—
2	19,05	3,43	Бериллий	5,08	0,988	—
3	19,05	4,98	Бериллий	2,54	1,000	—
4	19,05	3,48	Природный уран	7,62	1,016	1,002
5	19,05	8,25	Без отражателя	—	1,005	0,994
6	4,115	55,9	Графит	12,32	0,992	—
7	4,115	100,4	Вода	∞	0,991	—

урана с различными отражателями. Экспериментальные значения критических размеров взяты из работы [10]. При расчетах использовались 21-групповая [9] и 6-групповая [11] системы констант. Для большинства реакторов (за исключением реакторов на резонансных нейтронах, а также реакторов с большим количеством водорода в активной зоне) удается получить лучшее согласие расчета с экспериментом, чем при расчете в P_1 -приближении. Кроме того, при большом числе зон и групп расчет методом Монте-Карло занимает меньше времени, чем диффузионный двумерный расчет. Следует отметить также слабую чувствительность метода к сбоям машины.

Поступила в Редакцию 17/VII 1963 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Владимиров. «Теория вероятностей и ее применение», 1, 113 (1956).
2. В. С. Владимиров, И. М. Соболев. «Вычислительная математика», № 3, 130 (1958).
3. И. М. Соболев. «Теория вероятностей и ее применение», 5, 361 (1960).
4. W. Goad, R. Johnston. Nucl. Sci. Engng, 5, 371 (1959).
5. K. Parker. Physics Fast and Intermediate Reactors. Vol. 1, Vienna, 1962, p. 207.
6. M. Kniebler. Nucl. Sci. Engng, 15, 106 (1963).
7. А. Д. Франк-Каменецкий. «Ж. вычисл. матем. и матем. физ.», 3, 766 (1963).
8. Н. П. Бусленко и др. Метод статистических испытаний. М., Физматгиз, 1962.
9. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
10. G. Hansen, H. Paxton, D. Wood. Nucl. Sci. Engng, 8, 570 (1960).
11. Дж. Хансен. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии». Избр. докл. иностр. ученых. Т. 3. М., Атомиздат, 1959, стр. 145.