Доклады Академии наук СССР
1973. Том 210, № 6

УДК 533.6.013.42 *ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ*

А. И. СМИРНОВ, Я. И. АЛИХАШКИН, В. М. МИХАЙЛЕНКО

РОЛЬ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ФЛАТТЕРА ТРЕХСЛОЙНЫХ ПАНЕЛЕЙ И КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено академиком Л. И. Седовым 2 X 1972)

1. Выяснение роли аэродинамического демпфирования в задачах панельного флаттера представляет интерес как с точки зрения выбора адэкватной аэродинамической теории, так и с точки зрения возможного упрощения процесса численного решения задачи.

До настоящего времени этот вопрос даже для однослойных конструкций типа оболочек выяснен еще далеко не полностью. Тем больший интерес представляет обсуждение роли аэродинамического демпфирования в задачах флаттера трехслойных стержней, пластин и оболочек.

Исследование основано на уравнениях упругого равновесия, полученных в работах [1, 2].

В случае трехслойной пластины, обтекаемой с одной стороны сверхзвуковым потоком газа, уравнение равновесия имеет вид [3]

$$D(1-\vartheta h^2\beta^{-1}\nabla^2)\nabla^2\nabla^2\chi - N_x\frac{\partial^2}{\partial x^2}(1-h^2\beta^{-1}\nabla^2)\chi - N_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}(1-h^2\beta^{-1}\nabla^2)\chi + \Omega\frac{\partial^2}{\partial t^2}(1-h^2\beta^{-1}\nabla^2)\chi - q = 0; \tag{1}$$

здесь $\chi(x, y, t)$ — функция перемещений, связанная с прогибом $w(x, y, t)$ соотношением

$$w = (1-h^2\beta^{-1}\nabla^2)\chi, \tag{2}$$

где $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$.

Величины D, ϑ, β^{-1}, Ω характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев, жесткость заполнителя на сдвиг и удельную массу пакета; h — общая толщина пакета, N_x, N_y — сжимающие (растягивающие) усилия в продольном и поперечном к потоку направлении; $q(x, y, t)$ — поперечная аэродинамическая нагрузка.

Для стержня уравнение (1) упрощается, поскольку из него выпадает член, включающий производную по y, а оператор ∇^2 сводится к $\partial^2/\partial x^2$.

Для трехслойной круговой цилиндрической оболочки (при использовании допущений полубезмоментной теории) уравнение равновесия можно представить в форме [2]

$$D\frac{\partial^4}{\partial s^4}\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}+\frac{1}{R^2}\right)^2\left(1-\vartheta h^2\beta^{-1}\frac{\partial^2}{\partial s^2}\right)\chi + \frac{Eh}{R^2}\frac{\partial^4}{\partial x^4}\left(1-h\beta^{-1}\frac{\partial^2}{\partial s^2}\right)\chi - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 p}{\partial s^2} = 0, \tag{3}$$

где x, s — координаты в продольном и окружном направлении; R — радиус оболочки; E — модуль Юнга пакета; $\chi(x, s, t)$ — функция перемещений, связанная с прогибом w соотношением (2).

Функция p определяется через нормальную компоненту q и тангенциальные компоненты p_1 и p_2 внешней нагрузки:

$$p = R^2\,\partial^2 q/\partial s^2 + \partial p_2/\partial s - \partial p_1/\partial x. \tag{4}$$

Рис. 1. Зависимость критической скорости флаттера p_* от коэффициента аэродинамического демпфирования ε для стержня при различных значениях n_x: 0 (*1*); —0,5 (*2*); —0,75 (*3*); —1,29 (*4*); —2,4 (*5*)

Рис. 2. Та же зависимость для пластины. $\vartheta = 0{,}05$; $k = 1{,}00$; $n = 1$; $n_x = n_y = 0$; $\bar{a} = 2$ (*1*), 1 (*2*), 0 (*3*)

Рис. 3. Та же зависимость для оболочки. $n = 12$; $\vartheta = 0{,}05$; $k = 1{,}00$; $\theta_* = 400$ (*1*), 300 (*2*), 200 (*3*), 100 (*4*), 50 (*5*)

Рис. 1

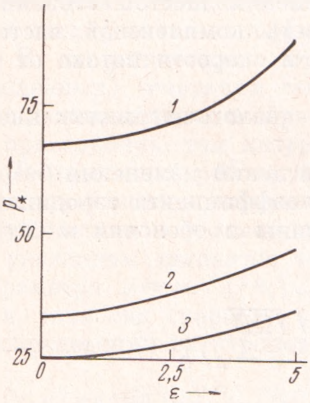

Рис. 2

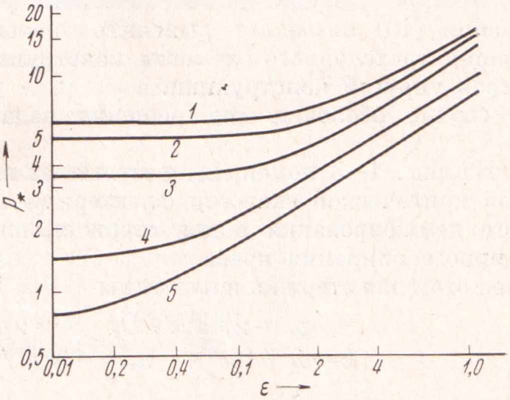

Рис. 3

Остальные параметры имеют такой же смысл, как и в уравнении (1).

Если при определении аэродинамической нагрузки воспользоваться линейным приближением поршневой теории, то последний член уравнения (1) примет вид

$$q = -\frac{\varkappa p_0}{a_0}\left(\frac{\partial w}{\partial t} + V\frac{\partial w}{\partial x}\right), \tag{5}$$

где p_0, a_0 — статическое давление и скорость звука соответственно в невозмущенном потоке; $\varkappa = c_p / c_v$ — отношение соответствующих удельных теплоемкостей; V — скорость невозмущенного потока, направленного вдоль оси x, совпадающей с одной из сторон прямоугольной пластины.

Входящая в формулу (4) величина q определяется

$$q = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_s\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{w}{R^2}\right) - \Omega\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\varkappa p_0}{a_0}\left(\frac{\partial w}{\partial t} + V\frac{\partial w}{\partial x}\right). \tag{6}$$

При этом скорость потока V направлена вдоль внешней образующей невозмущенной поверхности оболочки, совпадающей с осью x. Касательные усилия равны [2]

$$p_1 = 0, \quad p_2 = N_x \frac{\partial^4}{\partial x^2\, \partial s^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - \frac{w}{R^2}\right). \tag{7}$$

2. Будем искать частное решение (1) в форме

$$\chi(x, y, t) = \sin\frac{n\pi y}{b}\, e^{i\alpha x} e^{i\omega t}, \tag{8}$$

где n — число полуволн в направлении, нормальном к скорости набегающего потока, b — ширина пластины; α — некоторый комплексный параметр, подлежащий определению; ω — комплексная частота колебаний.

Подставляя (8) в (1), придем к алгебраическому уравнению шестой степени относительно α. Общее решение (1) для фиксированного n будет

$$\chi(x, y, t) = \sin\frac{n\pi y}{b}\, e^{i\omega t} \sum_{j=1}^{6} C_j e^{i\alpha_j x}, \tag{9}$$

где α_j — корни указанного алгебраического уравнения, а C_j — постоянные, подлежащие определению из краевых условий задачи, которые могут быть сформулированы относительно функции перемещений $\chi(x, y, t)$ [1, 3]. В результате получим систему однородных алгебраических уравнений относительно C_j. Условие нетривиального решения системы имеет вид

$$\Delta / \delta = 0, \tag{10}$$

где Δ — детерминант системы, δ — определитель Вандермонда, составленный из корней α_j.

Совместное решение алгебраического уравнения шестой степени и уравнения (10) позволяет выяснить зависимость комплексной частоты колебания трехслойного элемента конструкции и скорости потока от параметров упругой конструкции.

В случае оболочки ход решения задачи аналогичен изложенному выше.

3. На рис. 1—3 помещены результаты вычислений изменения безразмерной критической скорости флаттера p_* от коэффициента аэродинамического демпфирования ε для стержня, пластины и оболочки в случае шарнирного опирания краев.

При этом для стержня и пластины

$$p_* = \varkappa p_0 a^3 M / D, \quad \varepsilon = \varkappa p_0 a^2 / \sqrt{\Omega D},$$
$$k = h^2 / (\beta a^2), \quad n_x = -N_x a^2 / D, \quad \bar{a} = a / b$$

(знак минус характеризует сжатие), а для оболочки [4]

$$p_* = \varkappa p_0 R^4 M / (Dl), \quad \varepsilon = \varkappa p_0 R^2 / \sqrt{\Omega D}, \quad k = h^2 / (\beta R^2),$$
$$\theta_* = 12 R^6 / (\theta_0 h^2 l^4),$$

где l — длина оболочки; θ_0 — безразмерный параметр.

Из результатов расчета следует, что как для стержня (рис. 1), так и для пластины (рис. 2) влияние коэффициента аэродинамического демпфирования ε на критическую скорость флаттера для значений ε, встречающихся на практике ($\varepsilon \leqslant 0,1$), невелико и, как правило, им можно пренебречь.

Для трехслойных конструкций типа круговых цилиндрических оболочек (рис. 3) роль ε существенно возрастает, в особенности для «длинных», «толстых» оболочек (малые значения параметра θ_*). Пренебрежение ε в этом случае может внести заметную погрешность в оценку критической скорости флаттера.

Всесоюзный институт научной
и технической информации
Академии наук СССР
Москва

Поступило
20 IX 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. И. Григолюк, П. П. Чулков, Изв. АН СССР, Механика и машиностр., № 1, 67 (1964). [2] Э. И. Григолюк, П. П. Чулков, Критические нагрузки трехслойных цилиндрических и конических оболочек, Новосибирск, 1966. [3] А. И. Смирнов, ДАН, 172, № 3, 561 (1967). [4] А. И. Смирнов, ДАН, 186, № 3, 534 (1969).