Доклады Академии наук СССР
1973. Том 211, № 3

УДК 532.51 **ГИДРОМЕХАНИКА**

М. Н. РЕПНИКОВ

ПРИМЕР НЕЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ

(Представлено академиком М. Д. Миллионщиковым 15 XII 1972)

Одномерное уравнение Навье — Стокса

$$\frac{\partial u}{\partial t}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{1}$$

где v зависит только от времени, а $-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x}=c=\mathrm{const}$, соответствует течению в плоском канале с пористыми стенками.

Пусть $v(t)$ — случайная, в среднем нулевая, функция, заданная своей автокорреляцией:

$$\langle v(t)v'(t+\tau)\rangle=\langle vv'\rangle(\tau).$$

Умножение (1) на v' и усреднение приводит к уравнению

$$-\frac{\partial}{\partial\tau}\langle uv'\rangle+\frac{\partial}{\partial y}\langle vv'u\rangle=\nu\frac{\partial^2}{\partial y^2}\langle uv'\rangle.$$

Представление $u=U(y)+q$, где q — пульсация, и пренебрежение величиной $\langle vv'q\rangle$ ведет к уравнению

$$-\frac{\partial}{\partial\tau}\langle qv'\rangle+\langle vv'\rangle\frac{\partial U}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2}{\partial y^2}\langle qv'\rangle.$$

Результат простого усреднения (1) известен:

$$\frac{\partial}{\partial y}\langle qv\rangle=c+\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}.$$

Выбор $\langle vv'\rangle=a^2e^{-n\tau}$, $\langle qv'\rangle=R(y)e^{-n\tau}$ приводит к системе

$$nR+a^2\frac{dU}{dy}=\nu\frac{d^2R}{dy^2},$$
$$\frac{dR}{dy}=c+\nu\frac{d^2U}{dy^2}.$$

Отсюда, с учетом граничных условий $R=0$, $U=0$, $y=\pm l$, определяется рейнольдсово напряжение

$$R=\frac{a^2cl}{\nu n+a^2}\left[\frac{y}{l}-\frac{\mathrm{sh}\,(\sqrt{\nu n+a^2}\,y/\nu)}{\mathrm{sh}\,(\sqrt{\nu n+a^2}\,l/\nu)}\right]$$

и профиль средней скорости

$$U=\frac{c}{2\nu}(l^2-y^2)+\frac{1}{\nu}\int\limits_l^y R\,dy.$$

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

Поступило
12 XII 1972