# Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

#### А. Н. ГОДЛЕВСКАЯ, В. Г. ШОЛОХ, А. А. ШАМЫНА

# ФИЗИКА АТОМА И ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ МЕХАНИКУ: ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРООБЪЕКТОВ

Практическое пособие

для студентов специальностей 6-05-0533-01 «Физика», 6-05-0533-02 «Прикладная физика», 6-05-0533-04 «Компьютерная физика»

Гомель ГГУ им. Ф. Скорины 2025

#### Рецензенты:

доктор технических наук А. А. Бойко, кандидат физико-математических наук М. В. Буй

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

#### Годлевская, А. Н.

Физика атома и введение в квантовую механику: волновые свойства микрообъектов: практическое пособие / А. Н. Годлевская,
В. Г. Шолох, А. А. Шамына; Гомельский гос. ун-т им.
Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2025. – 43 с. ISBN 978-985-32-0137-6

Практическое пособие подготовлено в целях оказания помощи студентам в овладении базовыми знаниями, а также в подготовке к выполнению лабораторных работ по разделу «Развитие квантовых представлений» курса «Физика атома и введение в квантовую механику».

Адресовано студентам специальностей 6-05-0533-01 «Физика», 6-05-0533-02 «Прикладная физика», 6-05-0533-04 «Компьютерная физика».

УДК 539.18:530.145 ББК 22.384+22.314я73

ISBN 978-985-32-0137-6

© Годлевская А. Н., Шолох В. Г., Шамына А. А., 2025 © Учреждение образования

«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», 2025

### ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Волновые свойства микрообъектов	5
Лабораторная работа 1. Проверка соотношения неопределенно-	
стей для фотона	20
Лабораторная работа 2. Дифракция электронов на кристалле	25
Лабораторная работа 3. Изучение эффекта Рамзауэра для ато-	
мов ксенона	31
Лабораторная работа 4. Опыт Дэвиссона – Джермера	37
Литература	43

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Физический практикум является одной из главных составляющих университетского образования по физике. В ходе выполнения лабораторных работ студенты осваивают современные методы измерения физических величин, исследуют физические явления, знакомятся с физическими приборами и приобретают навыки экспериментальной работы на натурных установках и в виртуальной лаборатории, получают экспериментальное подтверждение физических закономерностей, применяют на практике теоретические знания, полученные на лекционных и семинарских занятиях.

Для успешного проведения занятий физического практикума требуется не только хорошее оснащение учебной лаборатории современными приборами и оборудованием, но и их соответствующее методическое обеспечение. К сожалению, учебно-методическая литература по экспериментальному изучению основ физики атома в количестве, достаточном для обеспечения учебного процесса в соответствии с действующими учебными планами, отсутствует. Обновление учебно-методической базы необходимо и в связи с постановкой новых лабораторных работ, в том числе таких, выполнение которых связано с использованием компьютерных моделей физических явлений.

В данное практическое пособие, которое является логическим продолжением практического пособия «Физика атома и введение в квантовую механику: развитие квантовых представлений» включены соответствующие программе курса «Физика атома и введение в квантовую механику» лабораторные работы, связанные с изучением волновых свойств микрообъектов.

В практическом пособии приведены краткие теоретические сведения, необходимые студентам для самостоятельной подготовки к выполнению лабораторных работ, методические указания относительно порядка их выполнения и вопросы, предназначенные для самоконтроля. Дополнительную информацию, необходимую при оформлении отчёта о лабораторной работе и подготовке к его защите, студенты могут найти в литературе, список которой имеется в практическом пособии.

## ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРООБЪЕКТОВ

#### Теоретическое введение

В 1924 году французский ученый Луи де Бройль, осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. В соответствии с гипотезой Луи де Бройля корпускулярно-волновой дуализм присущ не только электромагнитному излучению, но и частицам вещества. Поэтому движущейся микрочастице можно поставить в соответствие некоторый волновой процесс. В частности частице, движущейся с постоянной скоростью, сопоставляют плоскую монохроматическую волну, называемую волной де Бройля,

$$\Psi(\vec{r},t) = \Psi_0 \exp\left[i\left(\vec{k}\vec{r} - \omega t\right)\right],\tag{1}$$

где  $\omega$  и  $\vec{k}$  – её частота и волновой вектор.

Полная энергия частицы E и её импульс  $\vec{p}$  связаны с характеристиками волны де Бройля уравнениями де Бройля:

$$E = \hbar \omega \,, \tag{2}$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \,. \tag{3}$$

Модуль волнового вектора  $\vec{k}$  связан с длиной волны де Бройля  $\lambda_{_{\mathrm{Бp}}}$  соотношением

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{fip}}}. (4)$$

Из выражений (3) и (4) легко получить соотношение

$$\lambda_{\rm fp} = \frac{h}{p},\tag{5}$$

формально совпадающее с аналогичным выражением для фотона.

На основе представления о волнах де Бройля удалось обосновать самое противоречивое утверждение доквантовой теории атома — первый постулат Бора. Логично предположить, что электрон может бесконечно долго двигаться только по траектории, на длине которой укладывается целое число волн де Бройля, образующих стоячую волну, которой не свойственен перенос энергии:

$$2\pi r_{n} = n\lambda_{\rm Fn}.\tag{6}$$

Для нерелятивистского электрона

$$\lambda_{\rm Ep} = \frac{h}{m \nu_n},\tag{7}$$

где  $\upsilon_{_{n}}$  — модуль линейной скорости электрона, движущегося по n-й орбите.

Комбинируя формулы (6) и (7), получим правило квантования момента импульса электрона:

$$m\nu_{n}r_{n}=n\frac{h}{2\pi}=n\hbar$$
,

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ 

Гипотеза де Бройля первоначально не имела опытного подтверждения. Но она послужила первоначальным толчком для развития новых представлений о природе материальных объектов. Над этой проблемой работали выдающиеся физики XX века — В. Гейзенберг, Э. Шрёдингер, П. Дирак, Н. Бор и другие, которые разработали теоретические основы новой науки, основанной на волновых представлениях, — квантовой механики.

В рамках корпускулярно-волнового дуализма установлено, что любая физическая система не может находиться в состояниях, в которых координаты её центра инерции и импульс одновременно принимают вполне определённые, точные значения. Это положение отражено в соотношениях неопределённостей Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p_x \ge h$$
,  $\Delta y \Delta p_y \ge h$ ,  $\Delta z \Delta p_z \ge h$ ,

где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  — неопределённости координат частицы;  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$  — неопределённости проекций её импульса.

Из этих соотношений следует: чем меньше неопределённость координаты, тем больше неопределённость соответствующей проекции

импульса. Соотношения неопределённостей (принцип неопределённости Гейзенберга) являются одним из наиболее важных положений квантовой механики. Аналогичные соотношения должны выполняться для любой пары так называемых канонически сопряжённых величин. В частности, для энергии E и времени t выполняется соотношение неопределённостей  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ .

При перемещении в электрическом поле между точками с разностью потенциалов V электрон приобретает кинетическую энергию T, и в *нерелятивистском* приближении соответствующая ему длина волны де Бройля (5) определяется по формуле

$$\lambda_{\rm fp}' = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}},\tag{8}$$

где m — масса покоя электрона.

Как следует из (8), для электронов, энергия которых варьируется в пределах от 1 до 1 000 эВ, длина волны де Бройля лежит в интервале от 1,00 до 0,01 нм, т. е. в диапазоне, соответствующем рентгеновскому излучению. Поэтому в тех же условиях, при которых наблюдается дифракция рентгеновского излучения (например, при его рассеянии на кристаллах), следует ожидать проявления волновых свойств и у электронов, имеющих соответствующую кинетическую энергию.

Дифракция электронов на кристаллах была обнаружена экспериментально американскими физиками К. Д. Дэвиссоном и Л. Х. Джермером (1927 г.), а также независимо от них английским физиком Дж. П. Томсоном (1928 г.). Методом Томсона исследуют дифракцию электронов, энергия которых составляет ~10 кэВ. В этих условиях импульс электрона следует вычислять по релятивистской формуле

$$p = \sqrt{2meV\left(1 + \frac{eV}{2mc^2}\right)}. (9)$$

Подставляя (9) в (5), получим выражение для длины волны де Бройля в *релятивистском* приближении:

$$\lambda_{\rm Ep} = \frac{h}{\sqrt{2meV\left(1 + \frac{eV}{2mc^2}\right)}} = \frac{\lambda_{\rm Ep}'}{\sqrt{1 + \frac{eV}{2mc^2}}} \,. \tag{10}$$

Волнам де Бройля соответствует *статистическая интерпретация* — квадрат модуля волновой функции (1) есть *плотность вероятности* обнаружить рассматриваемую микрочастицу в точке пространства, определяемой относительно начала координат радиус-вектором  $\vec{r}$  в момент времени t. Вероятность обнаружения частицы в элементарном объеме  $\mathrm{d}V$  в окрестности этой точки в момент времени t определяется следующим образом:

$$dW = \left| \Psi(\vec{r}, t) \right|^2 dV.$$

Рассмотрим метод наблюдения дифракции электронов, предложенный Дж. П. Томсоном и лежащий в основе одного из вариантов устройства электронографа (рисунок 1).

В электронной пушке 1, ускоряющее напряжение в которой равно нескольким десяткам киловольт, формируется узкий пучок электронов. Электроны проходят через исследуемый тонкоплёночный поликристаллический образец 2 и регистрируются посредством флуоресцирующего экрана или фотопластинки 3, на которых в виде системы концентрических колец формируется дифракционная картина — электронограмма.

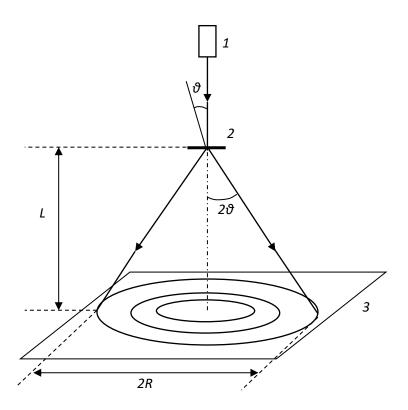


Рисунок 1 — Схема дифракции электронов в опыте Дж. П. Томсона

Описание данного явления производится в рамках квантово-механического (вероятностного) подхода. Соответствующие электронам волны де Бройля после дифракции на кристаллической решётке интерферируют, образуя на экране дифракционную картину. При этом вероятность попадания электрона в ту или иную точку экрана прямо пропорциональна квадрату модуля волнового поля, сформированного в результате суперпозиции всех вторичных волн де Бройля в данной точке.

Положение дифракционных максимумов удовлетворяет условию Вульфа – Брэгга

$$2d\sin\theta = n\lambda_{\rm fin},\tag{11}$$

где d – межплоскостное расстояние (период) кристаллической решётки;

n — порядок дифракционного максимума;

 $\theta$  – угол скольжения;

 $\lambda_{_{\text{Бр}}}$  – длина волны де Бройля, сопоставляемой электронам.

Радиус дифракционного кольца R связан с соответствующим межплоскостным расстоянием. Анализируя рисунок 1, видим, что

$$R = L \cdot \lg 2\theta, \tag{12}$$

где L – расстояние от образца до фотопластинки.

Учитывая, что, как правило, угол  $\theta$  мал и  $tg \, 2\theta \approx \sin 2\theta \approx 2\theta$ , выразим из (12) угол  $\theta$  :

$$\theta = \frac{R}{2L}.\tag{13}$$

Из выражений (13) и (11) получим формулу для определения меж-плоскостного расстояния кристалла:

$$d \approx n \frac{L}{R} \lambda_{\text{\tiny Ep}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$
 (14)

Опыт Дж. П. Томсона многократно был повторен различными учеными. При этом наличие волновых свойств у электронов обнаруживалось даже в тех условиях, когда поток электронов был таким слабым, что интервал между попаданием в прибор следующих друг за другом электронов был во много раз больше времени прохождения отдельной частицей всего прибора (как, например, в опытах советского физика В. А. Фабриканта,

выполненных в 1948 г.). Таким образом, было доказано, что волновые свойства характерны как для большой совокупности электронов, так и для каждого отдельного электрона.

В 1921 году немецкий физик К. Рамзауэр, исследуя упругое рассеяние электронов на атомах аргона, обнаружил явление, которое не находило объяснения в рамках классической физики.

При прохождении электронов через газообразную среду вследствие их упругих столкновений с атомами происходит ослабление электронного пучка. Вероятность упругого столкновения электрона с отдельным атомом характеризуют эффективным сечением рассеяния электронов  $\sigma$ . Величиной эффективного сечения рассеяния определяется ослабление интенсивности электронного пучка при прохождении через слой газа толщиной x:

$$I(x) = I(0)e^{-\sigma nx}, \tag{15}$$

где I(0) — интенсивность пучка электронов, падающего на слой газа; I(x) — интенсивность пучка электронов, прошедшего через слой; n — объёмная концентрация атомов газа.

Эффективное сечение рассеяния зависит от природы газа и от кинетической энергии электронов E. Для большинства атомов и молекул эффективное сечение рассеяния электронов  $\sigma$  монотонно убывает при увеличении их кинетической энергии. Однако при рассеянии на атомах некоторых инертных газов на графике зависимости  $\sigma(E)$  наблюдается резкий провал (рисунок 2). На рисунке 2 видно, что при энергии  $E_{\scriptscriptstyle 0}$  эффективное сечение рассеяния электрона на атомах криптона становится близким к нулю, то есть пучок электронов беспрепятственно проходит через газ. В этом и состоит явление Рамзауэра, объяснение которого дано в рамках квантовой механики.

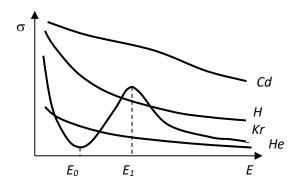


Рисунок 2 — Зависимость эффективного сечения рассеяния электронов от их кинетической энергии

Только через несколько лет стало ясно, что это явление представляет одно из подтверждений волновых свойств электрона и является электронным аналогом хорошо известного в оптике пятна Пуассона. Волновые свойства электронов выявились и в опытах Дж. С. Таунсенда, исследовавшего рассеяние электронов на молекулах.

Квантово-механическое описание эффекта Рамзауэра базируется на следующих рассуждениях. Главным фактором, влияющим на вероятность столкновения, обусловливающего рассеяние, является потенциальное поле атома газа. При движении электрона вблизи атома в процессе их взаимодействия атом деформируется, превращаясь в электрический диполь. Электрическое поле наведённого диполя обусловливает притяжение между электроном и атомом газа. Это поле приближённо можно моделировать прямоугольной одномерной потенциальной ямой.

Пусть электрон, имеющий полную энергию E, движется в положительном направлении оси x вблизи атома, расположенного в точке x=0. Область взаимодействия электрона с атомом представим в виде одномерной прямоугольной потенциальной ямы, параметрами которой являются ширина 2a и глубина  $U_{\scriptscriptstyle 0}$  (рисунок 3).

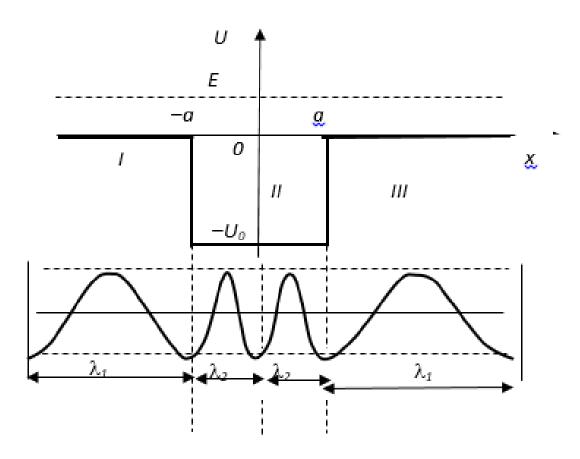


Рисунок 3 — Иллюстрация волн де Бройля электрона, движущегося в поле атома инертного газа

При описании движения электрона во всех трёх областях: I, II, III, — решения уравнения Шрёдингера имеют вид синусоидальных функций. Так как кинетическая энергия электрона T = E - U, и U = 0 в областях пространства I, III, и  $U = -U_0$  в области пространства II (рисунок 3), то в соответствии с формулой (6) длина соответствующих волн де Бройля определяется следующими выражениями:

$$\lambda_{1} = \lambda_{II} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}; \quad \lambda_{2} = \lambda_{II} = \frac{h}{\sqrt{2m(E + U_{0})}}.$$
 (16)

В волновых функциях, являющихся решениями уравнения Шрёдингера, автоматически учитывается, что в области I происходит интерференция волн де Бройля, отражённых от границ двух потенциальных барьеров (от передней и задней стенок потенциальной ямы). Если  $\lambda_2 = 4a$ , то — с учётом потери полуволны де Бройля при отражении от правой стенки потенциальной ямы — разность хода волн, однократно отражённых от её обеих границ, соответствует минимуму интерференции волн де Бройля. Следовательно, при условии

$$\frac{h}{\sqrt{2m(E_0 + U_0)}} = 4a \tag{17}$$

вероятность обнаружить электрон с энергией  $E_0$  в области пространства I (вероятность рассеяния электрона на атоме) и, соответственно, эффективное сечение его рассеяния минимальны (рисунок 2).

Эффективное сечение рассеяния максимально при энергии электрона  $E_{_1}$  (рисунок 2); при этом выполняется условие

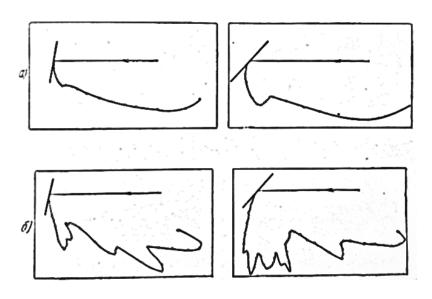
$$\frac{3}{2} \cdot \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}} = 4a. \tag{18}$$

Значения энергии электрона  $E_0$  и  $E_1$ , которым соответствуют минимальное и максимальное значения эффективного сечения рассеяния, могут быть определены экспериментально. После этого из системы уравнений (17) и (18) можно определить параметры потенциальной ямы, соответствующей взаимодействию электрона с атомом газа, используемого в эксперименте:

$$U_{0} = 0.8E_{1} - 1.8E_{0}$$
 и  $2a = \frac{h}{\sqrt{8m(E_{0} + U_{0})}}$ . (19)

Акцентируем ещё раз внимание на том, что эффект Рамзауэра наблюдается при рассеянии электронов на атомах инертных газов, вблизи которых потенциальная энергия системы «электрон — атом» очень быстро изменяется при изменении расстояния между ними. Именно поэтому моделирование потенциального поля в виде прямоугольной потенциальной ямы является приемлемым.

В 1921—1923 годах Дэвиссон и Кэнсман обнаружили, что при рассеянии электронов тонкими металлическими листочками имеет место явно выраженная зависимость интенсивности электронного пучка от угла рассеяния. При этом положение максимумов и интенсивность пучка в них существенно зависят от скорости электронов. В силу случайного обстоятельства (стеклянный аппарат лопнул, и никелевая пластинка окислилась; восстановили её прокаливанием в вакууме и в атмосфере водорода, в результате произошедшей рекристаллизации пластинка приобрела поликристаллическую структуру) количество дифракционных максимумов сильно увеличилось и они стали более четко выраженными (рисунок 4). Объяснение выявленной селективности отражения было дано на основе оптико-механической аналогии и идеи об интерференционном отражении. Правильность этой идеи была подтверждена при анализе результатов опытов Дэвиссона и Джермера.



а – до прокаливания; б – после прокаливания

Рисунок 4 — Распределение электронов после дифракции на поликристаллической никелевой пластинке

Схема опыта Дэвиссона и Джермера изображена на рисунке 5. Параллельный пучок электронов, получаемый посредством «электронной пушки» A, направлялся на кристалл B; отраженные электроны улавливались коллектором G, соединенным с гальванометром. Коллектор мог быть установлен под любым углом относительно падающего пучка электронов, оставаясь всё время в одной плоскости с ним. Об интенсивности отражения в различных направлениях можно было судить по величине силы тока в гальванометре.

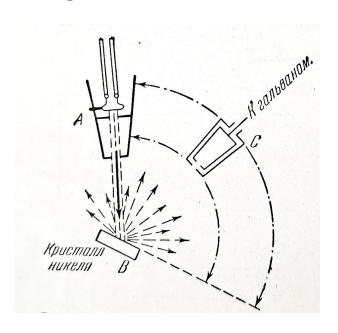


Рисунок 5 — Схема опыта Дэвиссона и Джермера

Результат иллюстрировался в виде полярной диаграммы, подобной изображенной на рисунке 6.

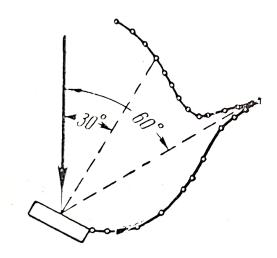


Рисунок 6 — Полярная диаграмма распределения электронов, отраженных от монокристалла никеля

Оказалось, что при помещении *монокристалла* никеля в положение *В* (рисунок 5) при отражении наблюдается резко выраженный селективный максимум в направлении, которое удовлетворяет закону отражения, сформулированному в геометрической оптике. При проведении опыта с *поликристаллической пластинкой*, состоящей из множества хаотически расположенных кристалликов, селективного отражения не наблюдалось.

Отмечая сходство опыта Дэвиссона и Джермера с опытами по наблюдению отражения рентгеновского излучения от кристалла, вспомним, что рентгеновское излучение отражается от кристалла при выполнении условия Вульфа — Брэгга (11)

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$
,

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  порядок дифракции;

 $\lambda$  – длина волны;

d – период кристаллической решетки;

ф – угол скольжения.

В опытах с рентгеновским излучением направляют на кристалл излучение определенной длины волны и, поворачивая кристалл, убеждаются, что интерференционные максимумы соответствующих порядков наблюдаются только при определенных углах  $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ , удовлетворяющих условию (11).

В опытах с электронами угол скольжения ф оставляют постоянным, а изменяют скорость электронов, варьируя напряжение между катодом и анодом электронной пушки (тем самым изменяют длину волны де Бройля, соответствующую электрону).

Комбинируя формулу (8) длины волны де Бройля нерелятивистского электрона

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

с формулой (11) и вводя обозначение

$$K = \frac{h}{\sqrt{2me}},$$

легко показать, что

$$\sqrt{V} = \frac{nK}{2d\sin\varphi}. (20)$$

Таким образом, чтобы проверить выполнимость для электронов формулы Вульфа — Брэгга (11) в опыте, схема которого изображена на рисунке 5, следует постепенно изменять ускоряющее напряжение V на электронной пушке и при каждом его значении измерять силу тока в коллекторе (то есть измерять интенсивность отражения), а затем построить зависимость силы тока I от  $V^{1/2}$ . На графике должны получиться равноотстоящие максимумы, расстояние между которыми равно  $\frac{K}{2 d \sin \sigma}$ 

(рисунок 7). Такое расположение максимумов соответствует формуле (20) при больших значениях n: при  $n=7,8,\ldots$  При более низких значениях n обнаруживается расхождение — тем большее, чем меньше n. Причиной расхождения является то, что при получении формулы (20) длина волны де Бройля принималась одинаковой внутри кристалла и вне его, и не учитывался показатель преломления кристаллического вещества.

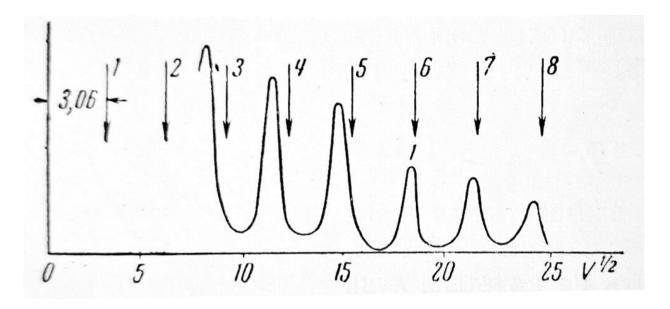


Рисунок 7 — Зависимость интенсивности электронного пучка, отраженного от кристалла никеля при фиксированном угле скольжения, от напряжения между катодом и анодом электронной пушки

При попадании электронов внутрь металла их импульс и фазовая скорость сопоставляемых им волн де Бройля изменяются. Внутри металла имеется электрическое поле, обусловленное положительными ионами, образующими кристаллическую решетку металла. Потенциал этого поля положителен и изменяется периодически, так как ионы вдоль прямой, проведенной через них, расположены эквидистантно. Мы можем заменить периодически меняющийся потенциал некоторым средним потенциалом  $V_0$ , который называют внутренним потенциалом металла.

Фазовая скорость электронных волн вне металла равна

$$\upsilon_{\scriptscriptstyle \phi,a} = \frac{E}{p_{\scriptscriptstyle a}} = \frac{E}{\sqrt{2mE}},\tag{21}$$

где E = eV — кинетическая энергия электрона, выражаемая через напряжение V между катодом и анодом электронной пушки.

Внутри металла, где потенциальная энергия электрона  $U=-eV_{_{\rm a}},$  а его импульс  $p_{_i}=\sqrt{2m(E-U)},$  фазовая скорость электронных волн

$$\nu_{\phi,i} = \frac{E}{\sqrt{2m(E-U)}}.$$
 (22)

По определению, показатель преломления µ равен отношению фазовых скоростей волн, испытывающих преломление; тогда с учетом формул (21) и (22) получим

$$\mu = \frac{\upsilon_{\phi,a}}{\upsilon_{\phi,i}} = \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'} = \sqrt{\frac{E - U}{E}} = \frac{\lambda_a}{\lambda_i}, \qquad (23)$$

где  $\phi$  и  $\phi'$  – углы скольжения, которые дополняют до  $\frac{\pi}{2}$  углы падения и отражения соответственно;

 $\lambda_{_{a}}$  и  $\lambda_{_{i}}$  — длины волн де Бройля электронов вне металла и внутри него.

Учитывая формулы полной и потенциальной энергии электрона выражение (23) приведем к виду

$$\mu = \sqrt{1 + \frac{V_0}{V}} \,. \tag{24}$$

Чтобы получить формулу Вульфа — Брэгга, применимую при  $\mu \neq 1$ , воспользуемся аналогией между явлениями отражения световых волн от тонкой пластинки и отражения электронов от кристаллографических плоскостей, расстояние между которыми равно d (рисунок 8).

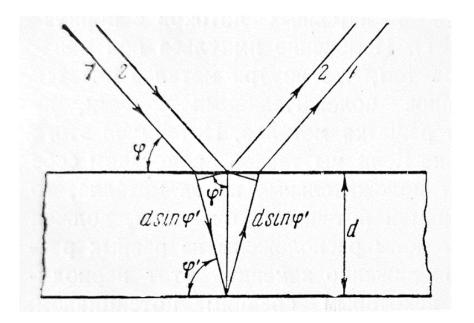


Рисунок 8 — Схема образования разности хода электронных волн 1 и 2 при отражении от соседних кристаллографических плоскостей

Вследствие преломления внутренний угол скольжения  $\phi'$  не равен внешнему углу скольжения  $\phi$ . Разность хода волн 1 и 2 равна

$$2d\sin\varphi'=2d\sqrt{1-\cos^2\varphi'},$$

или, с учетом формулы (23),

$$2d\sin\varphi'=2d\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{\mu^2}}.$$

Следовательно, условие интерференционного максимума можно записать в виде

$$2d\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{\mu^2}}=n\frac{\lambda_a}{\mu}$$

или

$$2d\sqrt{\mu^2 - \cos^2\varphi} = n\lambda_a. \tag{25}$$

Это выражение – формула Вульфа – Брэгга, записанная с учетом того, что показатель преломления металла не равен единице.

Комбинируя формулы (20), (24) и (25), можно выразить внутренний потенциал металла:

$$V_{0} = \frac{n^{2}h^{2}}{8d^{2}em} - V\sin^{2}\varphi.$$
 (26)

В объяснении связи между внутренним потенциалом металла и преломлением электронных волн большое значение имели работы советского физика В. Е. Лашкарева.

Дифракционные явления были обнаружены также в опытах, произведенных с нейтронами, протонами, атомными и молекулярными пучками (подробнее об этом читайте, например, в параграфах 144 и 145 первого тома учебного пособия Э. В. Шпольского «Атомная физика»). Доказанное экспериментально наличие волновых свойств у микрообъектов различной природы стало основанием для вывода об универсальности этого явления в природе — наличие волновых свойств является общим свойством материи.

#### Вопросы для самоконтроля

- 1. В чём состоит гипотеза де Бройля?
- 2. Какова физическая интерпретация волн де Бройля?
- 3. Как определяется длина волны де Бройля?
- 4. В чём заключается физический смысл соотношений неопределённостей для различных величин?
- 5. Почему разрешающая способность электронного микроскопа выше разрешающей способности оптического микроскопа?
- 6. В чём сущность опыта Дэвиссона и Джермера? Каково его объяснение?
- 7. Какова сущность метода исследования дифракции электронов, предложенного Томсоном?
- 8. Как в соответствии с методом Томсона определяется межплоскостное расстояние кристалла?
  - 9. Какое явление называют эффектом Рамзауэра?
- 10. Какова конфигурация потенциального поля, в котором электрон взаимодействует с атомом инертного газа?
- 11. Как определяют длину волны де Бройля электрона и параметры потенциальной ямы в окрестности атома инертного газа?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. ПРОВЕРКА СООТНОШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ ДЛЯ ФОТОНОВ

**Цель работы:** экспериментальная проверка соотношения неопределённостей для координаты и соответствующей ей проекции импульса фотонов.

**Приборы и принадлежности:** источники излучения (лазеры ЛГН-113 и ZY 852), щель с микрометрической регулировкой ширины, оптическая скамья, экран, линейка, рулетка.

#### Сущность экспериментального метода

В данной работе для фотонов экспериментально проверяется соотношение неопределённостей

$$\Delta x \cdot \Delta p_{x} \ge h. \tag{27}$$

Состояние движения фотона вдоль оси y в области y < 0 (рисунок 9) ничем не ограничено в пространстве. В этой области импульс фотона характеризуется вполне конкретными значениями составляющих  $p_x = p_z = 0, \; p_y = p$ .

В точке y=0, лежащей в плоскости входной щели, движение фотона ограничено в направлении оси x. Неопределённость координаты фотона  $\Delta x$  равна ширине входной щели. В соответствии с (27) неопределённость  $\Delta p_x \neq 0$  в окрестности значения  $p_x=0$ . Следовательно, в области  $y \geq 0$  существуют фотоны, которые движутся не только в направлении оси y, но и под некоторым углом  $\alpha$  к ней.

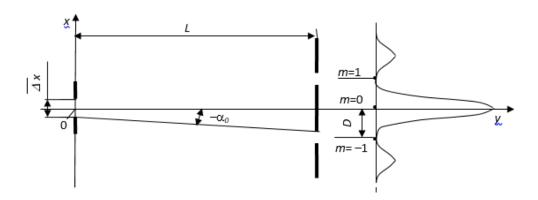


Рисунок 9 — Схема формирования дифракционной картины

Так как при дифракции основная доля энергии излучения сосредоточена в максимуме нулевого порядка, то для соответствующей неопределённости  $\Delta p$  можно записать

$$\Delta p_{x} = p_{x} = p \sin \alpha_{0}. \tag{28}$$

Учтём, что модуль импульса фотона, которому соответствует длина волны  $\lambda$ , определяется по формуле

$$p = \frac{h}{\lambda},\tag{29}$$

и запишем (21) в форме

$$\Delta p_{x} = \frac{h}{\lambda} \sin \alpha_{0}. \tag{30}$$

Тогда соотношение (27) примет вид

$$\frac{\sin(\alpha_0)}{\lambda} \cdot \Delta x \ge 1. \tag{31}$$

Так как угол  $\alpha_0$  мал, можно записать

$$\sin \alpha_{_{0}} \approx \alpha_{_{0}} \approx \operatorname{tg} \alpha_{_{0}} = \frac{D}{L}. \tag{32}$$

Учитывая соотношение (32) в неравенстве (31), получим

$$F = \frac{\Delta x \cdot D}{L \cdot \lambda} \ge 1. \tag{33}$$

Таким образом, для проверки соотношения неопределённостей необходимо измерить ширину щели, принимаемую за неопределённость координаты фотона  $\Delta x$ , ширину 2D центрального максимума (расстояние между минимумами порядков m=+1 и m=-1) в дифракционной картине и расстояние L от щели до экрана.

Установка для проверки соотношения неопределённостей (27) для фотона (рисунок 10) состоит из источника монохроматического

излучения 1, щели 2, ширина которой устанавливается и измеряется посредством микрометрического винта, и экрана 3 со шкалой, расположенных на оптической скамье 4.

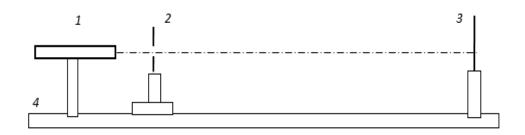


Рисунок 10 – Схема установки для наблюдения дифракции фотонов на щели

Испускаемый лазерным источником пучок излучения после дифракции на щели попадает на экран, где наблюдается исследуемая дифракционная картина. Изменяя ширину щели  $\Delta x$  посредством микрометрического винта, а также расстояние L между щелью и экраном, можно наблюдать изменение параметров дифракционной картины.

## Задание 1. Определение зависимости ширины главного максимума дифракционной картины от ширины щели

#### Порядок выполнения работы

- 1. Установите на оптической скамье источник ZY 852 лазерного излучения с длиной волны  $\lambda = 532$  нм, щель, и расположите экран на расстоянии L = 3 м от щели.
- 2. Включите источник питания лазера и отъюстируйте систему: добейтесь, чтобы лазерное излучение проходило через щель и падало на экран, формируя дифракционную картину (рисунок 9).
- 3. Варьируя ширину щели  $\Delta x$ , определите интервал её значений  $\Delta x_{\min} \div \Delta x_{\max}$ , в котором на экране отчётливо наблюдается дифракционная картина. Разбивая этот интервал на шесть равных частей, определите шаг изменения ширины щели  $\delta x$  и запишите в таблицу 1 значения ширины щели  $\Delta x = \Delta x_{\min} + n \delta x$ , где n = 0, 1, ..., 6.
- 4. Измерьте на экране расстояние 2D (рисунок 9) между дифракционными минимумами первых  $(m=\pm 1)$  порядков, устанавливая последовательно значение ширины щели  $(\Delta x)_n = \Delta x_{\min} + n \delta x$ , где  $n=0,1,\ldots,6$ . Занесите результаты измерений в таблицу 1.

Таблица 1 — Зависимость ширины главного дифракционного максимума от ширины щели при L=3 м

Лазер; длина волны λ, нм	Номер опыта	$\Delta x$ , M	2Д, м	$F = \frac{\Delta x \cdot D}{L \cdot \lambda}$	$\overline{F}$	$\Delta F$
ZY 852; 532	1					
	2					
	•••					
ЛГН-113; 633	1					
	2					
	•••			_		

- 5. Постройте график зависимости ширины главного дифракционного максимума от ширины щели  $2D = f(\Delta x)$ .
- 6. Повторите действия, описанные в пп. 1–5, используя источник ЛГН-113 лазерного излучения с длиной волны  $\lambda=633$  нм. Результаты измерений запишите в таблицу 1. Постройте график зависимости ширины главного дифракционного максимума от ширины щели  $2D=f(\Delta x)$ .

# Задание 2. Определение зависимости ширины главного максимума дифракционной картины от расстояния между щелью и экраном

#### Порядок выполнения работы

- 1. Установите на оптической скамье лазер ZY 852. Установите ширину щели, равную 0,15 мм. После юстировки, перемещая щель вдоль оптической оси установки, определите интервал значений  $L_{\min} \div L_{\max}$  расстояния между щелью и экраном, при которых наблюдается качественное изображение дифракционной картины.
- 2. Определите шаг  $\delta L$  для разбиения найденного интервала на шесть равных частей. Запишите в таблицу 2 значения расстояния между щелью и экраном, определяя их по формуле  $L_n = L_{\min} + n \delta L$ , в которой  $n=0,\,1,\,\ldots,\,6$ . Измерьте расстояния 2D между дифракционными минимумами первых порядков  $(m=\pm\,1)$  при различных значениях  $L_n$ . Запишите результаты измерений в таблицу 2.
- 3. Постройте график зависимости ширины главного дифракционного максимума от расстояния между щелью и экраном 2D = f(L).

Таблица 2 — Зависимость ширины главного дифракционного максимума от расстояния между щелью и экраном при  $\Delta x = 0.15$  мм

Лазер; длина волны λ, нм	Номер опыта	<i>L</i> , м	2Д, м	$F = \frac{\Delta x \cdot D}{L \cdot \lambda}$	$\overline{F}$	$\Delta F$
ZY 852; 532	1					
	2					
	•••					
ЛГН-113; 633	1					
	2					
	• • •					

4. Установите на оптической скамье лазер ЛГН-113, отъюстируйте оптическую систему и выполните действия в соответствии с пп. 1–3 задания 2.

### Задание 3. Проверка соотношения неопределённостей

#### Порядок выполнения работы

- 1. Используя результаты измерений, внесённые в таблицу 1, вычислите при разных значениях  $\Delta x$  и  $L=\mathrm{const}$  величину  $F=\frac{\Delta x\cdot D}{L\cdot\lambda}$ , пропорциональную  $\Delta x\cdot\Delta p_{_x}$ . Вычислите погрешность определения величины F. Запишите результаты в таблицу 1 и проанализируйте их.
- 2. Используя результаты измерений, полученные в задании 2, определите величину  $F=\frac{\Delta x\cdot D}{L\cdot \lambda}$ . Вычислите погрешность определения величины F . Занесите результаты в таблицу 2 и проанализируйте их.
- 3. Сформулируйте обоснованные выводы о том, выполняется ли соотношение неопределённостей  $\Delta x \cdot \Delta p_{_x} \ge h$ .
  - 4. Оформите отчет о работе.

#### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.** ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА КРИСТАЛЛЕ

**Цель работы:** изучить статистические закономерности дифракции электронов на кристалле с применением компьютерной модели опыта Томсона; проверить формулу для длины волны де Бройля; определить межплоскостное расстояние и индексы Миллера кристаллографических плоскостей на основе компьютерных электронограмм.

Для выполнения виртуальной лабораторной работы «Дифракция электронов на кристалле» следует открыть файл Virtual Lab.exe из родительского каталога.

После запуска программы на экране монитора появляется главное меню (рисунок 11).

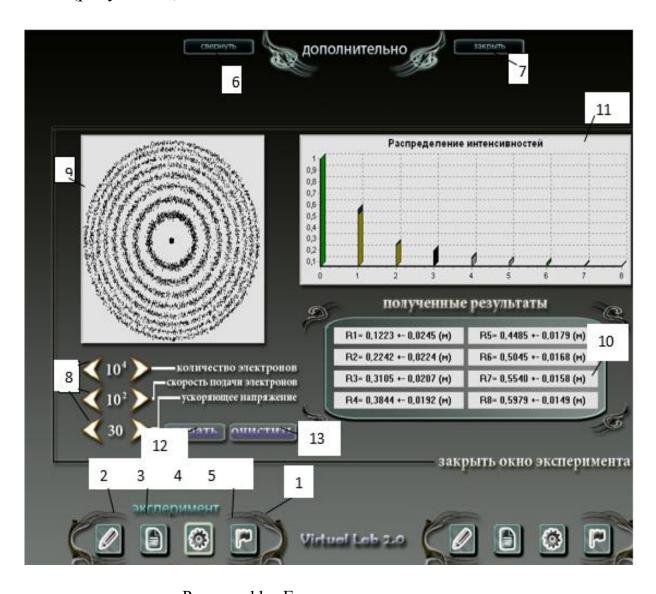


Рисунок 11 – Главное меню программы

Для начала работы необходимо выбрать один из пунктов меню блока управления 1:

- **Теория** 2 (методические рекомендации);
- -*Допуск* 3 (тест по теме лабораторной работы);
- **Эксперимент** 4 (реализация виртуального эксперимента);
- Справка 5 (основная информация о программном продукте).

Чтобы программа не препятствовала работе с другими приложениями, её можно свернуть, нажимая кнопку 6. Для выхода из программы следует нажать кнопку 7 «Закрыть».

Чтобы перейти к опыту по дифракции электронов, необходимо после успешного выполнения теста «Допуск» нажать кнопку 4 «Эксперимент».

Область управления работой программы содержит:

- панель регуляторов 8;
- окно отображения дифракционной картины 9;
- окно отображения радиусов дифракционных колец 10;
- окно диаграммы распределения интенсивности электронного пучка (количества электронов) по дифракционным максимумам различных порядков 11;
  - кнопку запуска программы 12.

Посредством регуляторов 8 устанавливаются значения параметров эксперимента:

- общее число электронов в интервале от  $10^3$  до  $10^7$ ;
- скорость подачи электронов (число электронов, подаваемых на образец за одну секунду) в интервале от  $10 \text{ c}^{-1}$  до  $10^6 \text{ c}^{-1}$ ;
  - ускоряющее напряжение в интервале от 30 кВ до 200 кВ.

Для проведения виртуального эксперимента необходимо:

- 1) задать посредством регуляторов необходимые значения параметров эксперимента;
  - 2) нажать кнопку 12 (рисунок 11);
- 3) в окне отображения дифракционной картины 9 наблюдать процесс её формирования;
- 4) по окончании виртуального эксперимента сохранить в электронном документе значения радиусов дифракционных колец, отображённые в окне 9, и диаграмму распределения интенсивности в девяти дифракционных максимумах, которая появится в окне 11 (рисунок 11);
- 5) после регистрации результатов в электронном документе выбрать операцию «*Очистить*», нажимая кнопку 13.

## Задание 1. Изучение статистического характера дифракции электронов

#### Порядок выполнения работы

- 1. При напряжении V = 30 кB произведите виртуальный эксперимент, варьируя:
- а) полное число электронов  $k_0$  в интервале  $10^3 \div 10^5$  при заданной скорости подачи электронов (в интервале от  $10 \text{ c}^{-1}$  до  $10^6 \text{ c}^{-1}$ );
- б) изменяя скорость подачи электронов при заданном полном числе электронов.

Результаты каждого эксперимента сохраните в электронном документе.

- 2. Выполните пункт 1 при значениях ускоряющего напряжения  $V=60~\mathrm{kB}$  и  $V=100~\mathrm{kB}$ . Объясните различия в наблюдаемых электронограммах.
- 3. При фиксированном значении напряжения (V = 50 кB) и заданной скорости подачи электронов произведите ряд опытов, варьируя полное число электронов:  $k_0 = 10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ . После сохранения полученных результатов в электронном документе последовательно нажмите кнопку «Закрыть окно эксперимента» и кнопку 7 «Закрыть».
- 4. Исследуйте зависимость относительного числа электронов  $\frac{k_i}{k}$ , попавших в каждое дифракционное кольцо, от полного числа электронов  $k_0$  (здесь i=1,2,...,8;  $k=\sum\limits_{i=1}^8 k_i$  полное число электронов, формирующих выделенные дифракционные кольца). Заполните таблицу 3.

Таблица 3 – Распределение электронов по кольцам дифракционной картины

$k_{\scriptscriptstyle 0}$	$\lg k_{\scriptscriptstyle 0}$	$\frac{k_1}{k}$	$\frac{k_2}{k}$		$\frac{k_8}{k}$	k
$10^{3}$				•••		
•••						
$10^{6}$				•••		

5. Проанализируйте зарегистрированные диаграммы и сделайте выводы. Используя информацию из таблицы 3, постройте графики зависимости  $\frac{k_i}{k}$  от  $\lg k_0$  для двух колец и объясните вид графиков на основе вероятностных представлений.

## Задание 2. Проверка формулы для длины волны де Бройля

Если выражение (10) для длины волны де Бройля применимо, то, как следует из формул (10), (11) и (13), радиус дифракционного кольца R должен зависеть от ускоряющего напряжения V по закону

$$R \sim \frac{1}{\sqrt{V\left(1 + \frac{eV}{2mc^2}\right)}} \,. \tag{34}$$

Именно эту зависимость следует проверить экспериментально.

#### Порядок выполнения работы

- 1. Оставляя постоянными полное число электронов ( $k_0 = 10^3$ ) и скорость их подачи ( $\upsilon = 10~{\rm c}^{-1}$ ) и последовательно задавая значения ускоряющего напряжения равные 30, 50, 60, 80, 100, и 150 кВ, получите на экране компьютера электронограммы, сохраните значения радиусов дифракционных колец в электронном документе.
- 2. В соответствии с формулами (10) и (34), учитывая значения радиусов второго и третьего колец при разных значениях напряжения, вычислите длину волны де Бройля  $\lambda_{_{\rm Бp}}$  и значения функции  $f=\frac{1}{\sqrt{V\left(1+\frac{eV}{2mc^2}\right)}}$ .

Результаты запишите в таблицу 4.

Таблица 4 – Зависимость радиуса дифракционного кольца от ускоряющего напряжения

<i>V</i> , кВ	30	50	60	80	100	150
$f$ , $\kappa \mathrm{B}^{-1/2}$						
<i>R</i> 2, м						
<i>R</i> <sub>3</sub> , м						
$\lambda_{\mathrm{Ep}}$ , M						

- 3. В одних и тех же координатных осях постройте графики зависимости R = R(f) для второго и третьего колец.
- 4. Проанализируйте графики, сравните их и сделайте выводы относительно выполнимости формулы (10).

# Задание 3. Определение межплоскостных расстояний и индексов Миллера

#### Порядок выполнения работы

- 1. Используя результаты, полученные в задании 2 в условиях дифракции электронов на кристалле железа при шести различных значениях ускоряющего напряжения, определите радиусы первых пяти дифракционных колец.
- 2. Пользуясь формулами (11) и (13), выразите межплоскостное расстояние d при шести значениях ускоряющего напряжения и при n=1 вычислите его значение для кристалла железа, принимая постоянную «виртуального электронографа» равной L=757 мм.
  - 3. Произведите действия, описанные в п. 2, при n = 2, 3, 4, 5.
- 4. Вычислите среднее арифметическое значение  $\overline{d}$  межплоскостного расстояния на основе значений  $d_i$ , полученных в пп. 2 и 3. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу 5.
- 5. Для кристалла железа, который имеет кубическую решётку, соотношение, связывающее межплоскостное расстояние с индексами Миллера h, k, l, имеет вид:

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}},\tag{35}$$

где a = 0,287 нм — длина ребра элементарной кубической ячейки кристалла железа.

Таблица 5 – Межплоскостное расстояние и индексы Миллера

Номер	Порядок	λ	ı =	$\lambda_6$ =		<sub>5</sub> =	_	
кольца	дифракции п	<i>R</i> , м	<i>d</i> , м		<i>R</i> , м	<i>d</i> , м	$ar{d}$ , M	h, k, l
1				•••				
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	
5				•••				

Используя формулу (35), определите индексы Миллера h, k, l кристалла железа: подберите такую комбинацию трёх целых чисел (включая нуль), чтобы сумма их квадратов оказалась равной округленному до ближайшего целого числа значению величины  $\left(\frac{a}{d}\right)^2$ . Такие три числа и будут индексами Миллера той системы плоскостей, на которой происходит дифракция электронов. Занесите полученные значения в таблицу 5.

- 6. Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы.
- 7. Оформите отчет о работе.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА РАМЗАУЭРА ДЛЯ АТОМОВ КСЕНОНА

**Цель работы:** изучение квантовой природы эффекта Рамзауэра; определение параметров потенциальной ямы.

**Приборы и принадлежности:** компьютерная модель опыта по определению параметров потенциальной ямы и потенциала ионизации атома ксенона.

Схема экспериментальной установки для изучения эффекта Рамзауэра, на основе которой создана компьютерная модель, изображена на рисунке 12. В её состав входят звуковой генератор ГЗ-33, осциллограф С1-54, вольтметр, микроамперметр, блок включения тиратрона.

Когда переключатель  $T_2$  на блоке тиратрона находится в положении =, на сетку тиратрона от стабилизированного источника питания подаётся постоянное напряжение. Величина этого напряжения регулируется потенциометром  $R_1$  и измеряется вольтметром V=; модуль силы анодного тока  $I_a$  измеряется микроамперметром G.

Когда переключатель  $T_2$  находится в положении  $\sim$ , от звукового генератора на сетку тиратрона поступает переменное синусоидальное напряжение. Это напряжение обусловливает пульсации тока, соответствующие полупериоду, в который указанное напряжение принимает положительные значения.

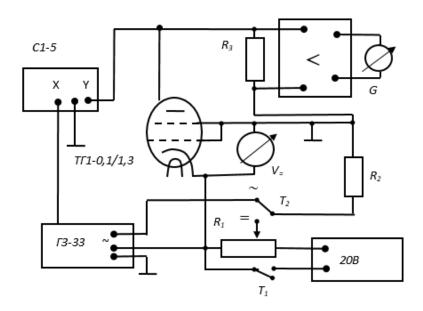


Рисунок 12 – Схема экспериментальной установки

На рисунке 13 иллюстрирована зависимость силы тока в анодной цепи от времени, когда переключатель  $T_2$  находится в положении  $\sim$ . Пока числовые значения амплитудных напряжений  $V_0$  не превышают величины  $V_0 = \frac{E_0}{e}$ , пульсация тока имеет приблизительно синусоидальную форму (рисунок 13 (а)). При дальнейшем увеличении напряжения появляются чётко выраженные пики Рамзауэра на участках возрастания и убывания силы тока. На фрагментах (б—е) рисунка 13 на них указывают вертикальные стрелки, направленные вверх.

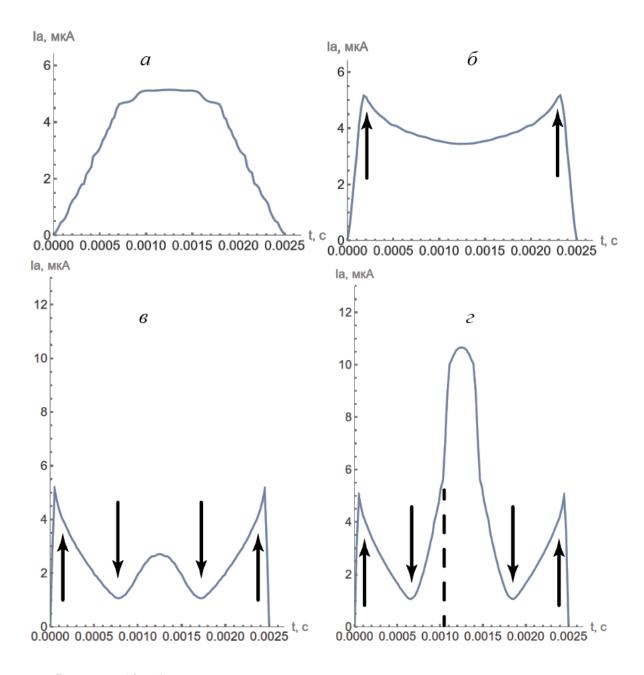


Рисунок 13 – Зависимость тока анода от времени в течение полупериода колебаний напряжения, в течение которого сетка заряжена положительно

При превышении напряжения  $V_0 = \frac{E_0}{e}$  форма импульса изменяется от изображённой на фрагменте (а) к изображенной на фрагменте (б). При дальнейшем повышении напряжения и превышении им значения  $V_1 = \frac{E_1}{e}$  форма импульса принимает вид, иллюстрированный на фрагменте (в). Стрелками, направленными вниз отмечены моменты времени, в которые энергия электронов такова, что сечение рассеяния максимально, а сила тока минимальна.

При превышении напряжения  $V_i = \frac{E_i}{e}$ , равного потенциалу ионизации атома, форма импульса принимает вид, соответствующий фрагменту (г) на рисунке 13.

Штриховой линией на рисунке 13 (г) отмечен момент времени, когда происходит резкое увеличение силы тока вследствие ионизации атомов газа.

### Задание 1. Осциллографическое исследование эффекта Рамзауэра

#### Порядок выполнения работы

- 1. Откройте файл лабораторной работы «Эффект Рамзауэра.nb». В открывшемся окне нажмите на кнопку «Запустить». Перейдите к форме, изображённой на рисунке 14.
- 2. Задание 1 соответствует выполнению эксперимента в условиях, когда переключатель  $T_2$  (рисунок 12) установлен в положение  $\sim$  и частота на генераторе сигналов задана равной  $f=200~\Gamma$ ц. Плавно изменяя амплитуду напряжения с помощью бегунка или вводя конкретные значения в поле, расположенное ниже него (на рисунке 14 в указанное поле введено значение 0), получите типичные кривые зависимости анодного тока от времени. Задание следует выполнить двумя способами.

#### І способ

- 3. Для определения  $E_0$  определите пограничное значение амплитудного значения напряжения  $V_{\text{max}, \text{сетки}}$ , при котором форма осциллограммы начинает меняться от изображённой на рисунке 13 (а) к изображённой на рисунке 13 (б). Вычислите энергию  $E_0$  и запишите её.
- 4. Для определения  $E_1$  определите пограничное значение напряжения  $V_{\text{сетки}}$ , при котором форма осциллограммы начинает меняться от изображённой на рисунке 13 (б) к изображённой на рисунке 13 (в). Вычислите энергию  $E_1$  и запишите её.

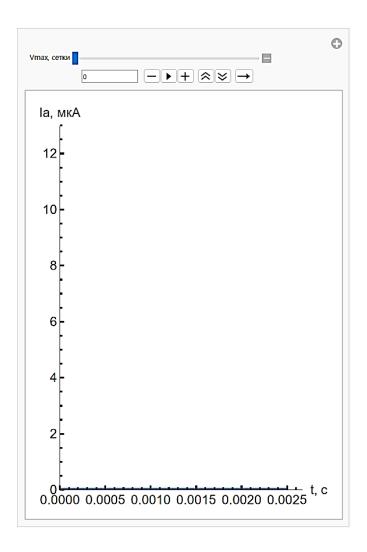


Рисунок 14 — Форма для отображения зависимости анодного тока от времени при синусоидально изменяющемся напряжении между сеткой и катодом

#### II способ

5. Изменяя напряжение  $V_{\text{max,сетки}}$  с помощью бегунка, получите осциллограмму, похожую на изображённую на рисунке 13 (б). Определите моменты времени, соответствующие максимумам силы тока. Для этого нажмите на график правой кнопкой мыши и выберите пункт контекстного меню «Получить координаты» («Get Coordinates»). Затем поочерёдно наведите перекрестие курсора на максимумы на графике зависимости  $I_a(t)$  и определите соответствующие им значения  $t_0$ .

Используя найденные значения времени  $t_0$ , определите значения напряжения  $V_0$ , при которых достигается минимальное сечение рассеяния электронов, по формуле:

$$V_{0} = V_{\text{max,cetku}} \sin(2\pi f t_{0}). \tag{36}$$

Вычислите среднее арифметическое двух найденных по формуле (36) значений  $V_0$  и на основе него определите  $E_0$ , затем сравните его с тем значением, которое было получено в п. 3.

6. Для определения  $E_1$  произведите действия, аналогичные описанным в п. 5, но при таком значении  $V_{\text{max},\text{сетки}}$ , при котором график  $I_a(t)$  по форме похож на изображённый на рисунке 13 (в). При этом значение  $V_1$  необходимо вычислить по формуле (36) с учетом значений времени  $t_1$ , соответствующих минимумам на графике зависимости силы анодного тока от времени:

$$V_1 = V_{\text{max, сетки}} \sin(2\pi f t_1).$$

7. Интерпретируйте полученные результаты.

# Задание 2. Определение параметров потенциальной ямы, соответствующей взаимодействию электрона с атомом ксенона

#### Порядок выполнения работы

1. Приступая к выполнению задания 2, перейдите в виртуальной работе к форме, соответствующей измерениям при установке переключателя  $T_2$  в положение = (рисунок 15).



Рисунок 15 — Форма для получения зависимости анодного тока от напряжения между сеткой и катодом

- 2. Пятикратно произведите измерения, необходимые для построения вольтамперной характеристики тиратрона  $I_{\text{анода}}$  ( $V_{\text{сетки}}$ ), изменяя напряжение с шагом 0,2 В. Уменьшайте шаг, где это необходимо для более точного определения точек максимума и минимума.
- 3. Постройте вольтамперную характеристику и по ней определите критические параметры электронов  $V_0$ ,  $V_1$  и  $E_0$ ,  $E_1$ .
- 4. Используя значения  $E_0$ ,  $E_1$ , по формулам (19) определите глубину  $U_0$  и ширину 2a потенциальной ямы, посредством которой моделируется взаимодействие электрона с атомом ксенона.
- 5. Сравните значение ширины потенциальной ямы с эффективным диаметром атома ксенона, а значение её глубины с первым потенциалом возбуждения этого атома. Сформулируйте выводы.
  - 6. Оформите отчет о работе.

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. ОПЫТ ДЭВИССОНА – ДЖЕРМЕРА

**Цель работы:** изучить дифракцию электронов на кристалле никеля и экспериментально подтвердить наличие волновых свойств у электронов; исследовать зависимость интенсивности рассеянных электронов от ускоряющего напряжения при фиксированном угле наблюдения; убедиться в выполнении обобщённого условия Вульфа — Брэгга, записанного с учётом преломления электронных волн; с учетом результатов, полученных в модельном эксперименте, определить внутренний (эффективный) потенциал металла.

*Приборы и принадлежности*: компьютерная модель опыта Дэвиссона — Джермера по изучению волновых свойств электронов.

#### Описание окна виртуальной лабораторной работы

В верхней части рабочего окна (вычисляемого документа) виртуальной лабораторной работы находится кнопка «Запустить», после нажатия на которую становятся доступными два окна, расположенных ниже указанной кнопки.

В *первом окне* обеспечена возможность исследования зависимости интенсивности пучка электронов, рассеянных на кристалле никеля, от угла наблюдения при фиксированном ускоряющем напряжении.

Окно программы состоит из двух основных частей:

- панели управления параметрами эксперимента, изображённой на рисунке 16 (она расположена в верхней части окна);
- области отображения результатов, в которой реализуется построение зависимости интенсивности отражённых электронов от угла наблюдения Θ (рисунок 17).

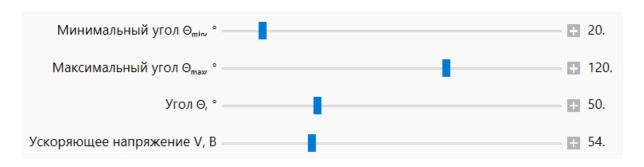


Рисунок 16 – Панель управления параметрами эксперимента при варьировании угла наблюдения

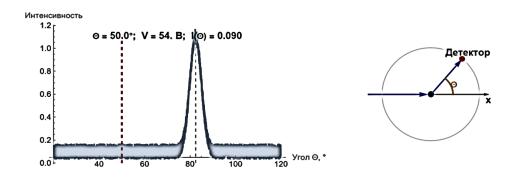


Рисунок 17 — Область отображения результатов виртуального эксперимента при варьировании угла наблюдения

На панели управления имеются четыре бегунка и выделены соответствующие им числовые поля:

- «*Минимальный угол*  $\Theta_{min}$  (°)» для установки левой границы диапазона изменения угла наблюдения, в пределах которого формируется график зависимости интенсивности от угла  $\Theta$ ;
- «*Максимальный угол*  $\Theta_{\text{max}}$  (°)» для установки правой границы вышеуказанного диапазона углов;
- «*Угол*  $\Theta$  (°)» для изменения положения детектора, посредством которого регистрируется поток рассеянных электронов. При изменении этого параметра красная линия, показанная пунктиром на рисунке 17, смещается, и по шкале углов можно определить текущее направление наблюдения;
- «*Ускоряющее напряжение* V(B)» для изменения энергии электронов, падающих на кристалл никеля.

Графическое окно (область отображения результатов) предназначено для визуализации результатов измерений в системе координат, в которой ось абсцисс градуирована в единицах угла наблюдения  $\Theta$  (в градусах), ось ординат — в относительных единицах интенсивности отражённого пучка электронов  $I(\Theta)$ .

На графике отображаются:

- серыми пунктирными линиями положения дифракционных максимумов;
- красной пунктирной линией текущее положение детектора, соответствующее заданному углу  $\Theta$ ;
- синей линией полученная в эксперименте зависимость интенсивности  $I(\Theta)$ .

В верхней части поля графика записываются текущие значения параметров: угла  $\Theta$ , ускоряющего напряжения V и интенсивности  $I(\Theta)$ . Эти сведения автоматически обновляются при изменении значения любого из параметров.

В верхней части второго окна расположены панель управления (рисунок 18) и рабочая область (рисунок 19), в которой имеются два визуальных блока: график зависимости интенсивности рассеянного пучка электронов от ускоряющего напряжения и схема экспериментальных измерений.

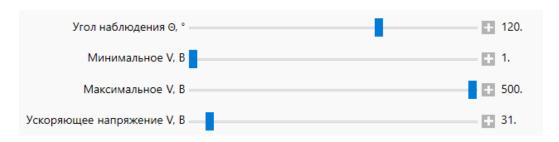


Рисунок 18 – Панель управления параметрами эксперимента при варьировании ускоряющего напряжения

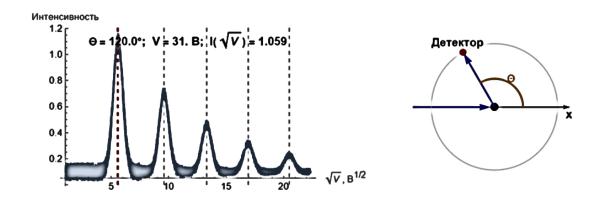


Рисунок 19 — Область отображения результатов виртуального эксперимента при варьировании ускоряющего напряжения

Панель управления предназначена для задания параметров эксперимента. Она содержит регуляторы следующих параметров:

- $«Угол наблюдения <math>\Theta (^{\circ}) » -$  для изменения положения детектора;
- «*Минимальное напряжение*  $V_{\min}$  (B)» для установки нижней границы диапазона ускоряющих напряжений, используемого при построении графика;
- «*Максимальное напряжение*  $V_{\text{max}}$  (B)» для установки верхней границы диапазона напряжений;
- «Ускоряющее напряжение V(B)» текущее значение ускоряющего напряжения, при котором производится измерение.

Каждый регулятор снабжён бегунком и цифровым индикатором текущего значения. Изменяя параметры с помощью этих элементов, можно наблюдать изменение положения и количества дифракционных максимумов на графике и изменение его формы.

# Задание 1. Проверка выполнения формулы Вульфа – Брэгга

#### Порядок выполнения работы

- 1. Откройте вычисляемый документ «**Опыт Дэвиссона-Джермера.nb**». Нажмите на кнопку «*Запустить*».
- 2. С помощью регуляторов в верхней части первого окна установите левую и правую границы диапазона положений детектора равными соответственно 0 и 180 градусов, и ускоряющую разность потенциалов равной 54 В.
- 3. Установите красную пунктирную линию в положение максимума на графике зависимости  $I(\Theta)$ . Для получения большей точности измерений изменяйте границы диапазона углов наблюдения ( $\Theta_{\min}$  и  $\Theta_{\max}$ ) и угол  $\Theta$ , соответствующий положению детектора, с помощью соответствующих регуляторов или вводя точное значение в поле, открывающееся при нажатии на символ «+» справа от регулятора. Запишите полученное значение угла  $\Theta$ , соответствующее максимальной интенсивности рассеянных электронов.
- 4. Вычислите теоретически возможные значения углов  $\Theta$ , соответствующие каждому из наблюдаемых максимумов, основываясь на условии Вульфа Брэгга (учтите, что угол наблюдения  $\Theta$  в 2 раза больше угла скольжения  $\phi$ ):

$$2d\sin\frac{\Theta}{2}=n\lambda\,,$$

Значение d примите равным  $\frac{3,52\cdot 10^{-10}}{\sqrt{3}}$  м. Оно равно периоду распо-

ложения узлов (атомов) в кристаллографической плоскости, которой соответствуют индексы Миллера (111), на которой моделировано рассеяние электронов. Значения n принимайте равными 1, 2, 3. Значение  $\lambda$  вычислите с помощью выражения для длины волны де Бройля электрона без учёта релятивистского изменения массы электронов:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}.$$

Результаты расчётов и измерений занесите в таблицу 6.

Таблица 6 – Значения угла наблюдения максимумов интенсивности рассеянных электронов, основанные на измерениях и расчётах

Порядок	Значение угла скольжения				
Порядок	Рассчитанное по формуле,	Полученное в виртуальном			
максимума, п	$\Theta_{ ext{reop}},$ $^{\circ}$	эксперименте, $\Theta_{\mathfrak{s}\kappa\mathfrak{c}\mathfrak{n}}$ , $^{\circ}$			
1					
2					
3					

5. Объясните причины отличия значений угла  $\Theta$ , полученных при теоретических расчётах и в виртуальном эксперименте.

## Задание 2. Исследование зависимости интенсивности пучка рассеянных электронов от ускоряющего напряжения

- 1. Перейдите ко второму окну виртуальной лабораторной работы. Установите минимальное ( $V_{\min}$ ) и максимальное ( $V_{\max}$ ) значения ускоряющего напряжения равными 1 и 500 В соответственно. Установите значение угла наблюдения  $\Theta$  равным 180 градусам.
- 2. Пользуясь регулятором напряжения V для изменения положения детектора (штриховая вертикальная линия на рисунке 19), определите значения ускоряющего напряжения, при которых на графике наблюдаются максимумы интенсивности рассеянных электронов. Обратите внимание, что ось абсцисс градуирована в единицах измерения величины  $\sqrt{V}$ . Значения V для текущего положения детектора отображаются в верхней части поля графического окна. Запишите номера дифракционных максимумов и значения напряжения V, соответствующие максимумам, в таблицу 7. Вычислите соответствующие значения  $V^{1/2}$  и разности  $\Delta(V^{1/2})$  между соседними значениями  $V^{1/2}$ . Полученные результаты внесите в таблицу 7.

Таблица 7 — Значения угла наблюдения, соответствующих максимумам интенсивности рассеянных электронов, основанные на измерениях и расчётах

Порядок максимума, п	V, B	$V^{1/2}$ , $B^{1/2}$	$\Delta(V^{1/2}),  \mathrm{B}^{1/2}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			

3. Объясните причину различия в значениях  $\Delta(V^{1/2})$ .

### Задание 3. Определение внутреннего потенциала металла

- 1. Во втором окне лабораторной работы задайте угол наблюдения равным 120 градусам, и диапазон изменения ускоряющего напряжения от 1 до 500 В.
- 2. Пользуясь регулятором для изменения ускоряющего напряжения, совместите индикатор, изображаемый в виде вертикальной красной штриховой линии, с каждым максимумом поочерёдно и запишите в таблицу 8 значения соответствующих им ускоряющих напряжений  $V_{\text{max Int, }i}$ .

Таблица 8 — Значения ускоряющих напряжений, соответствующих максимумам интенсивности рассеянных электронов

Порядок дифракции, п	$V_{\max Int, i}$ , B	$V_{0,i}$ , B	$V_0$ , B	$\Delta V_{0, i}$
2				
3				
4				
5				
6				

3. Пользуясь формулой

$$V_{0} = \frac{n^{2}h^{2}}{8d^{2}em} - V\sin^{2}\frac{\theta}{2},$$

полученной из формулы (26) с учётом того, что угол наблюдения  $\theta$  в два раза больше угла скольжения  $\phi$ , вычислите значения внутреннего потенциала металла  $V_{0,i}$  при каждом значении  $V_{\max,i}$ . Величину d примите рав-

ной 
$$\frac{3,52\cdot 10^{^{-10}}}{\sqrt{3}}$$
 м, а значения  $n$  — равными порядковым номерам макси-

мумов, указанным в таблице 7. Подсказка: левый крайний максимум соответствует значению n=2.

- 4. Вычислите среднее значение величины  $V_0$  и оцените погрешность.
- 5. Сформулируйте выводы и оформите отчет о работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ахиезер, А. И. Атомная физика: справочное пособие / А. И. Ахиезер. Киев: Наукова думка, 1988. 268 с.
- 2. Годлевская, А. Н. Физика атома и атомных явлений: учебное пособие / А. Н. Годлевская, В. Г. Шолох; под ред. А. А. Сокольского. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2017. 307 с.
- 3. Граков, В. Е. Физика атома: лабораторный практикум для студентов физ. фак. / В. Е. Граков, А. А. Сокольский, Г. Ф. Стельмах; под ред. А. П. Клищенко. Минск: БГУ, 2006. 200 с.
- 4. Емельянов, В. А. Методы обработки результатов измерений в лаборатории физпрактикума: учебное пособие / В. А. Емельянов, Д. Г. Лин, В. Ф. Шолох. Минск: Бестпринт, 1997. 90 с.
- 5. Зайдель, А. Н. Ошибки измерений физических величин / А. Н. Зайдель. Ленинград: Наука, 1985. 112 с.
- 6. Кондиленко, И. И. Введение в атомную физику / И. И. Кондиленко, П. А. Коротков. Киев : Вища школа, 1976. 302 с.
- 7. Линднер,  $\Gamma$ . Картины современной физики /  $\Gamma$ . Линднер. M. : Мир, 1977. 272 с.
- 8. Матвеев, А. Н. Атомная физика: учебное пособие для студентов вузов / А. Н. Матвеев. М.: Высш. шк., 1989. 439 с.
- 9. Практикум по атомной физике / под ред. Л. И. Киселевского. Минск : Университетское, 1989. 176 с.
- 10. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : атомная и ядерная физика : в 5 т. Т. 5 / Д. В. Сивухин. М. : Наука, 1986. Ч. І. Атомная физика. 416 с.
- 11. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол. : Д. М. Бонч-Бруевич [и др.]. М. : Советская энциклопедия, 1984. 944 с.
- 12. Шпольский, Э. В. Атомная физика : в 2 т. / Э. В. Шпольский. 6-е изд., испр. М. : Наука, 1974. Т. 1. Введение в атомную физику. 575 с.
- 13 Яворский, Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, А. К. Лебедев. 8-е изд. М. : Оникс, Мир и образование, 2006. 1056 с.

#### Производственно-практическое издание

Годлевская Анна Николаевна, **Шолох** Валентина Григорьевна, **Шамына** Антон Александрович

# ФИЗИКА АТОМА И ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ МЕХАНИКУ: ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРООБЪЕКТОВ

Практическое пособие

Редактор Е. С. Балашова Корректор В. В. Калугина

Подписано в печать 06.11.2025. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,80. Тираж 25 экз. Заказ 630.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины». Специальное разрешение (лицензия) № 02330 / 450 от 18.12.2013 г. Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий в качестве: издателя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013 г.; распространителя печатных изданий № 3/1452 от 17.04.2017 г. Ул. Советская, 104, 246028, Гомель.